

Системы счисления.

Системой счисления называется способ записи (кодирования) чисел.

Все системы счисления можно разделить на две группы: позиционные и непозиционные.

Позиционной называется такая

система счисления, в которой величина

цифры зависит от позиции (места),

занимаемой этой цифрой в записи числа.

Пример: арабская система счисления, которой мы обычно пользуемся.

Если взять два числа 102 и 21, то цифра 1 в первом числе в 100 раз "тяжелее" той же цифры во втором числе. А вот цифра 2 в первом числе в 10 раз "легче" этой же цифры во втором числе.

Если же величина цифры не зависит от места, занимаемого этой цифрой, то такая система счисления называется непозиционной.

*Непозиционные системы счисления
первичны по своему происхождению; но
поскольку они имеют ряд недостатков по
сравнению с позиционными системами
счисления, то постепенно они потеряли свое
значение.*

Алфавит Римской системы

<i>I</i>	<i>V</i>	<i>X</i>	<i>L</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>M</i>
<i>1</i>	<i>5</i>	<i>10</i>	<i>50</i>	<i>100</i>	<i>500</i>	<i>1000</i>

*Числа в римской системе счисления
записываются по определенным
правилам:*

*1) если большая цифра стоит перед
меньшей, они складываются,
например: VI=6;*

2) *если меньшая цифра стоит перед большей, то из большей вычитается меньшая, причем в этом случае меньшая цифра уже повторяться не может, например: XL=40, XXL-нельзя;*

3) *цифры M, C, X, I могут повторяться в записи числа не более трех раз подряд;*

4) *цифры D, L, V могут использоваться в записи числа только по одному разу.*

*Например число 1996 будет записано в
римской система счисления как
MCMXCVI.*

*Самое большое число, которое можно
записать в этой системе счисления,
это число 3999 MMMCMLXCIX.*

*Для записи еще больших чисел
пришлось бы вводить еще новые
обозначения.*

А теперь попробуйте выполнить простую арифметическую операцию, не переводя числа в привычную систему счисления:

умножить число $CLVI$ на число $LXXIV$. Вряд ли вам это удастся.

Недостатки непозиционных систем счисления:

- а) нельзя записывать сколь угодно большие
числа;*
- б) запись чисел обычно громоздка и
неудобна;*
- в) математические операции над
числами крайне затруднены.*

*Именно поэтому, хотя римская и очень
"красивая" система счисления, она не
получила широкого распространения.*

Вопросы и упражнения.

- 1. Что такое система счисления ?*
- 2. В чем отличие позиционной системы счисления от непозиционной ?*
- 3. Во сколько раз цифра 5 "тяжелее" в первом числе по сравнению с этой же цифрой второго числа:
15243 и 750 ?*
- 4. Во сколько раз первая цифра 3, встречающаяся в числе "тяжелее" второй такой же цифры
а) 33765 ; б) 37653 ?*

Вопросы и упражнения.

- 5. Почему двоичная система счисления получила широкое распространение?*
- 6. Почему непозиционные системы счисления потеряли свое значение ?*
- 7. Приведите примеры, где римские цифры используются в наше время.*
- 8. Перемножьте числа 23 и 17. Запишите все три числа в римской системе счисления.*

системы счисления	основание	алфавит
П о з и ц и о н н ы е		
двоичная		
десятичная		
восьмеричная		
Шестнадцате- ричная		
Н е п о з и ц и о н н ы е		
Римская		

Семакин стр.36-38

Перевод из десятичной системы в двоичную

Принцип: делить число на 2 и собирать остатки от деления в обратном порядке.

Показать на примерах

Что больше 1 или 9? (Понятно что 9). Но в числе 13509 важнее играет роль 1. И это всем понятно так как мы привыкли с начальной школы читать это число следующим образом: начиная слева цифру умножаем на соответствующий разряд в котором она находится складываем со следующей цифрой, умноженной на свой соответствующий разряд и т.л., пока не дойдем до последней цифры.

10000 1000 100 10 1 - разряды

1 3 5 0 9 =

$$= 1*10000 + 3*1000 + 5*100 + 9*1 =$$

$$= 1*10^4 + 3*10^3 + 5*10^1 + 9*10^0$$

Можно рассматривать системы счисления и с другими основаниями. Если p - основание системы счисления, то любое число N в этой системе счисления может быть представлено в виде

$$N = a(n) * p^n + a(n-1) * p^{(n-1)} + \dots + a(1) * p + a(0),$$

где коэффициенты - цифры p -ичной системы счисления.

Перевод чисел в десятичную СС из других СС осуществляется с помощью записи их в виде суммы степеней основания :

$$N = a(n) * p^n + a(n-1) * p^{(n-1)} + \dots + a(1) * p + a(0),$$

*где p - основание системы счисления,
коэффициенты - цифры p -ичной системы
счисления.*

Показать принцип на примерах

пример: переведем число 542 из 8-ричной в десятичную СС.

Для этого представим число 542 в виде суммы степеней основания 8:

$$542_8 = 5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0.$$

Теперь произведем вычисления:

$$5 \cdot 8^2 + 4 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 = 5 \cdot 64 + 4 \cdot 8 + 2 \cdot 1 = 320 + 32 + 2 = 354_{10}.$$

Таким образом, $542_8 = 354_{10}$.

Еще примеры:

$$\begin{aligned} 3B9_{16} &= 3*16^2 + 11*16^1 + 9*16^0 = \\ &= 3*256 + 11*16 + 9*1 = 953_{10} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 110101 &= 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 1*2^2 \\ &\quad + 1*0^1 + 1*2^0 = \\ &= 32 + 16 + 0 + 4 + 0 + 1 = 53_{10} \end{aligned}$$

Самостоятельная работа:

Перевести в двоичную систему :

36_{10} , 255_{10} , 345_{10} , 502_{10} .

Перевести в десятичную систему :

1000011_2 , 11100111_2 , 100001010_2 .