

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ





Язык чисел,
как и любой другой,
имеет свой алфавит.

Система счисления —
это способ записи чисел.

Цифры – символы, при
помощи которых
записывается число.

За время развития
человеческого общества
разработано множество
систем счисления.



Унарная система счисления

простейшая и самая древняя

1	
2	
3	
4	
5	

Для записи любых чисел
используется всего один символ:
палочка, узелок, зарубка, камешек.

Этим кодом пользуются малыши,
показывая на пальцах свой возраст.



Аддитивные системы

счисления

чтобы прочесть число, нужно сложить значения всех цифр

add добавлять, складывать *англ.*

Египтяне

Ацтеки

племена
МАЙЯ

Используется несколько цифр.

Они могут изображаться так,

как взбредет в голову,




но разные цифры должны выглядеть по-разному.



Системы счисления

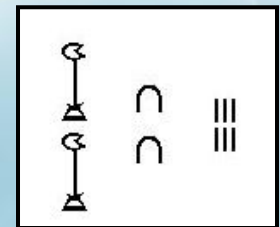
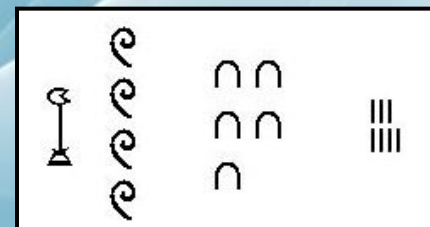
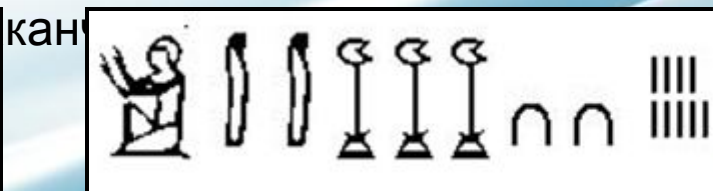
Москалёва Ирина Юрьевна
ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Египетская нумерация

в Египте единицы записывали палочка , а десяток палочек заменяли на изображение пут для коров , десяток пут - одна мерная веревка  и т. д.

							
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000

Записывались цифры числа начиная с больших



Попробуйте сложить эти два числа, зная, что более 9 одинаковых иероглифов использовать нельзя.

Удобств для счета ни каких.



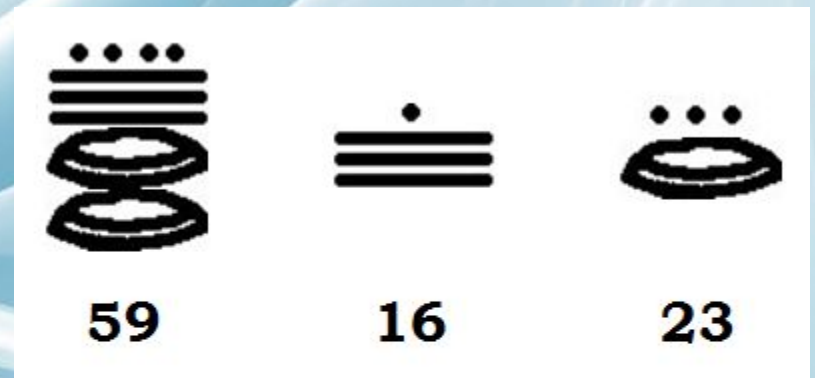
Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Нумерация индейцев Майя

•	1	••••	9
••	2	====	10
•••	3	====•	11
••••	4	====••	12
—	5	====•••	13
—•	6	=====	15
—••	7	====••••	19
—•••	8	○	0 или 20



Сначала эта нумерация обслуживала *пятеричную* систему счисления, а потом ее приспособили для *двадцатеричной*.



чтобы сдающие простым
счётом сего числа могли быть
уверены в справедливости
показания.

Употребимые в квитанции
знаки означают:

звезда – тысяча рублей,

колесо – сто рублей,

квадрат – десять рублей,

X – один рубль,

||||| – десять копеек,

I – копейку.

Дабы неможно было сделать
здесь никаких прибавлений,
все таковые знаки очерчивать
кругом прямыми линиями.

В старину на Руси применялась
система счисления,
с помощью которой сборщики податей
заполняли квитанции и делали записи в
податной тетради.



= 1 232 руб. 24 коп.



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический

колледж"

Алфавитные аддитивные системы счисления

Римляне

Славяне

Сирийцы

Греки

Евреи

Грузины

Арабы

Для записи чисел используется большая часть алфавита того народа, который использовал эту систему.



Древняя греческая нумерация

В древнейшее время
в Греции была распространена
Аттическая нумерация.

I	1	Δ	10
II	2	Η	100
III	3	Χ	1 000
IIII	4	Μ	10 000
Γ	5		
ΓΙ	6		
ΓΙΙ	7		
ΓΙΙΙ	8		
ΓΙΙΙΙ	9		



Древняя греческая нумерация

Примерно в третьем веке до нашей эры аттическая нумерация в Греции была вытеснена "**Ионийской**" системой.

В ней числа 1 - 9 обозначаются первыми буквами греческого

$\alpha = 1$, $\beta = 2$, $\gamma = 3$, $\delta = 4$, $\epsilon = 5$, $\zeta = 6$, $\zeta = 7$, $\eta = 8$, $\vartheta = 9$

$\iota = 10$, $\kappa = 20$, $\lambda = 30$, $\mu = 40$, $\nu = 50$, $\xi = 60$, $\omicron = 70$, $\pi = 80$, $\rho = 90$

$\varrho = 100$, $\sigma = 200$, $\lambda = 300$, $\upsilon = 400$, $\phi = 500$, $\chi = 600$, $\psi = 700$, $\omega = 800$, $\var� = 900$



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический

колледж"

Славянская глаголическая

я

нумерация

Была создана для записи чисел в священных книгах западных славян.

Использовалась нечасто, но достаточно долго: с VIII по XIII в.

По организации в точности повторяет греческую нумерацию.

$$\text{Щ} \text{ ѠѠ} \text{ ѠѠ} = 800 + 60 + 3 = 863$$



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Славянская

кириллическа

я

нумерация

Была создана вместе с кириллицей в IX веке в качестве системы для переписки священных книг для славян греческими монахами братьями Кириллом и Мефодием в IX веке.

Имела полное сходство с греческой записью чисел, используя только буквы, которые есть в греческом алфавите.

До XVII века эта форма записи чисел была официальной **на территории современной России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии.**

До сих пор православные церковные книги при Петре I возобладала "арабская нумерация" используют эту нумерацию.

а - 1	і - 10	ρ - 100
в - 2	к - 20	с - 200
г - 3	л - 30	т - 300
д - 4	м - 40	ϥ - 400
є - 5	н - 50	φ - 500
ѕ - 6	ѣ - 60	χ - 600
з - 7	о - 70	ψ - 700
и - 8	п - 80	ω - 800
ѹ - 9	ч - 90	ц - 900

$\overline{\omega\zeta\Gamma} - 863 = 800+60+3$

ДИ - 14

Читаем дословно "четырнадцать" - "четыре на десять". Как слышим, так и пишем: не 10+4, а 4+10, - четыре на десять. И так для всех чисел от 11 до 19. У славян прослеживается десятиричную система счисления.



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Славянская кириллическая Я нумерация

Любая буква со значком ‘
становилась
в тысячу раз больше.

Для отличия цифр и букв
писали черточки
над цифрами.

1 — А аз	10 — І и*	100 — Р рцы
2 — В веди	20 — К како	200 — Ѣ слово
3 — Г глаголь	30 — Л люди	300 — Т твердо
4 — Д добро	40 — М мыслете	400 — У ук**
5 — Ё есть**	50 — Н наш**	500 — Ф ферт
6 — С зело*	60 — Ѫ кси**	600 — Х хер
7 — З земля**	70 — Ѧ он	700 — Ѩ пси*
8 — И иже**	80 — П покой	800 — Ѡ омега
9 — Ѣ фита*	90 — Ч червь	900 — Ц цы



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический

колледж"

Римская система счисления

Цифры обозначаются
буквами латинского алфавита.

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1 000	M

Меньшие цифры, поставленные справа от большего, прибавляются к его значению, а меньшая цифра, поставленная слева вычитается от большего.

Сохранилась до наших
дней.

Эта система
счисления
неудобна для счета.

$$\text{XXVIII} = 10+10+10+5+1+1+1 = 28$$

$$\text{MCMXXXV} = ?$$

$$\text{IC} / \text{XXXIII} = ?$$



Римская система счисления

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1 000	M



Мультипликативные системы счисления

чтобы "собрать" число используется умножение (*multiplication* *англ.*)

Китай

Индия

Вавилон

для записи чисел используется определенное количество цифр,
которые могут принимать разные значения
в зависимости от расположения в записи числа



Китайская нумерация

一千
 $1 \times 1\,000$ - 1 000;

一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	〇	0

Эта нумерация одна из старейших и самых прогрессивных - те же принципы, что и в современной арабской, которой мы пользуемся. Возникла в Китае около 4 000 тысяч лет тому назад .

十 百 千
10 100 1 000

二千四百二十五

五百四十八 - 548

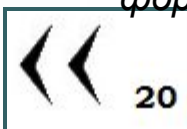
$5 \times 100 + 4 \times 10 + 8$



Вавилонская нумерация

Цифры имели клинообразный вид - писали на глиняных табличках палочками треугольной формы.

	единица
	десяток
пробел	разделение разрядов
	нуль



20

В древнем Вавилоне примерно за 40 веков до нашего времени создалась позиционная нумерация.

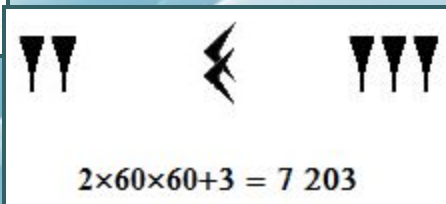


3

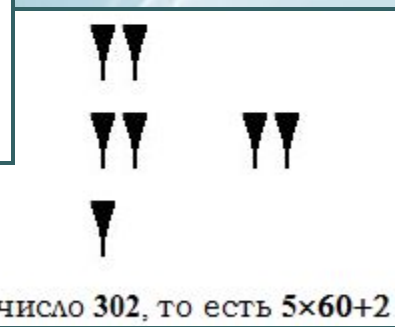
Ту роль, которую у нас играет число 10, играет число 60.
Эту нумерацию называют *шестидесятиричной*.



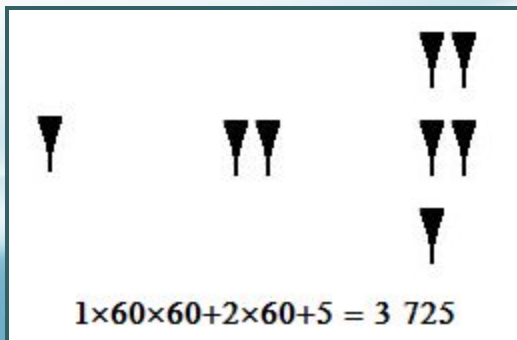
32



$$2 \times 60 \times 60 + 3 = 7\ 203$$



число 302, то есть $5 \times 60 + 2$



$$1 \times 60 \times 60 + 2 \times 60 + 5 = 3\ 725$$



это число 59



Вавилонская нумерация



Отголоски шестидесятеричной системы счисления
дошли до наших дней



1 час = 60 минут



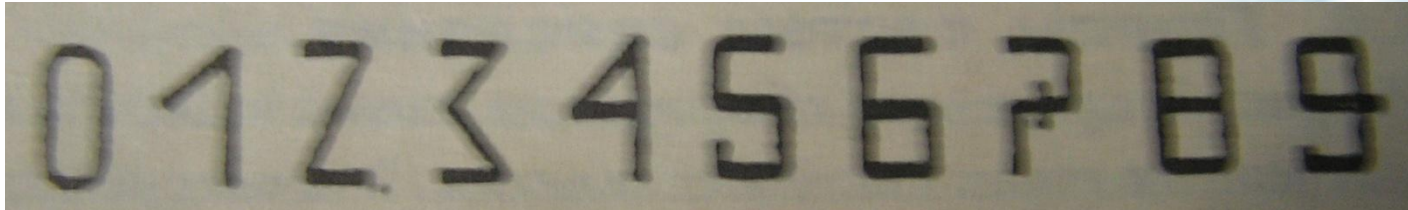
1 градус = 60 минут



1 минута = 60 секунд



Арабская нумерация



Решающую роль в распространении индийской нумерации

в арабских странах сыграло руководство, это самая распространенная на сегодняшний день, составленное в начале IX века Мухаммедом Аль Хорезми. нумерация. Название "арабская" для нее не совсем верно, Оно было переведено в Западной Европе на латинский язык в XII веке, поскольку хоть и завезли ее в Европу из арабских стран, но её родина - Индия.

В XIII веке индийская нумерация получает преобладание в Италии.

В других странах она распространяется к XVI веку.

Европейцы, заимствовав нумерацию у арабов, называли ее "арабской". Это исторически неправильное название удерживается и поныне.



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Двенадцатеричная система счисления

Число 12 составляло конкуренцию 10 в борьбе за почётный пост основания всеобщепотребительной системы счисления.

Из-за того, что 12 имеет больше делителей (2, 3, 4, 6), чем 10 (2, 5) – в двенадцатеричной системе счисления удобнее производить расчёты. Очень интересно понятие "дюжина".
Всем известно, что это 12, но откуда появилось такое число?

В XIX веке раздавались голоса математиков за полный переход на одну руку, в то время как другие настаивали на использовании фаланг на обеих руках.

И только возможность счёта по пальцам большого и указательного пальцев чашу весов.

Правильно, двенадцать.

А большой палец предназначен отмечать отсчитанные фаланги.

Дюжина прочно вошла в нашу жизнь:

1 год = 12 месяцев

1 сутки = 2 дюжины часов



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

Восьмеричная система счисления

Шведский король Карл XII в 1717 году увлеклся восьмеричной системой счисления, считая её более удобной, чем десятичная, и намеревался издавать указом ввести её как общегосударственную. Только неожиданная смерть помешала осуществлению столь необычного намерения.



Шестнадцатеричная система счисления

Внедрена американской корпорацией IBM.
Широко используется в программировании
для IBM-совместимых компьютеров.

С другой стороны, в некоторых языках
сохранились и следы использования
этой системы счисления в прошлом.

Например, в романских языках
(испанском, французском и др.)

числительные от 11 до 16 образуются по одному правилу,
а от 17 до 19 – по другому.

В русском языке известен пуд, равный 16 килограммам.



Числа в разных системах счисления



ГРУППЫ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ



• **КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ**

- **Непозиционные** — значение числа определяется как сумма или разность цифр числа
- **Позиционные** — величина, обозначаемая цифрой зависит от позиции цифры в числе

ТЕСТ



В повседневной жизни наиболее употребима десятичная система счисления. И тем не менее великий французский математик и естествоиспытатель Блез Паскаль писал:

Десятичная система построена довольно неразумно, конечно – в соответствии с людскими обычаями, а вовсе не с требованиями естественной необходимости, как склонно думать большинство людей.

В ряде как теоретических, так и практических задач некоторые системы счисления, отличные от десятичной, имеют определённые преимущества.



Основание системы счисления

- это количество цифр в алфавите системы счисления.

0, 1 - двоичная

0, 1, 2 – троичная

0, 1, 2, 3, 4 – пятеричная

...



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический

колледж"

Известно, что основанием
некоей позиционной системы
счисления являются следующие
символы:

0, 1, 2, , , , , .

1. Каково основание этой системы?
2. Запишите первые 10 чисел натурального ряда в этой системе счисления.



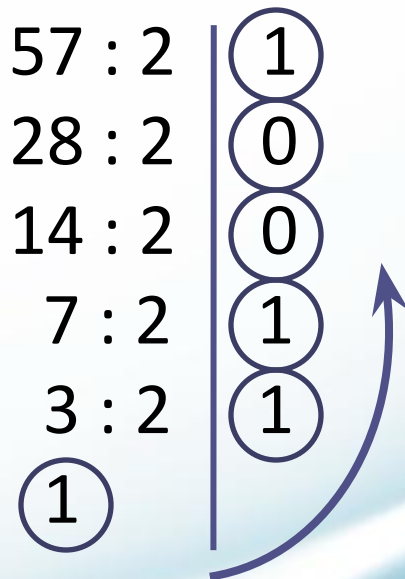
- 1) Запишите в 6-ричной системе счисления число, следующее за числом 5.
- 2) Какое число следует за числом 111_4 ?
- 3) Какое число предшествует числу 10_8 ?
- 4) Во сколько раз возрастёт число 325_6 , если приписать к нему справа один ноль?
- 5) В каких системах счисления $2_? + 2_? = 4_?$?
- 6) В каких системах счисления $5_? + 5_? \neq 10_?$?



- 7) Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа: **432**, **120**, **111**, **2331** ?
- 8) Какие числа имеют ошибки в записи: **211₃**, **183₈**, **A9A₁₁**, **341₅** ?
- 9) Во сколько раз увеличится число **32₄**, если справа к нему приписать три нуля?
- 10) В каких системах счисления **10** является нечётным числом?



Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную



$$57_{10} = 111001_2$$



Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную

1	1	1	0	0	1
5	4	3	2	1	0

$$\begin{aligned} 111001_2 &= 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 = \\ &= 32 + 16 + 8 + 1 = 57_{10} \end{aligned}$$



Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную

1	1	1	0	0	1	,	0	1
5	4	3	2	1	0		-1	-2

$$\begin{aligned} 111001,01_2 &= \\ &= 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 0*2^1 + 1*2^0 + 0*2^{-1} + 1*2^{-2} = \\ &= 32 + 16 + 8 + 1 + \frac{1}{4} = 57,25_{10} \end{aligned}$$



0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

В компьютере вся информация представлена в виде длинных последовательностей 0 и 1 – двоичных чисел. Эти последовательности неудобны для восприятия. Поэтому двоичные числа разбивают на группы по три или четыре разряда.

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

Из трёх 0 и 1 можно составить восемь различных двоичных чисел, а из четырёх – шестнадцать.



Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную

Разделяем двоичное число на триады (по три символа) от десятичной запятой.

$$\underbrace{1100}_1 \underbrace{1010}_4 \underbrace{11}_5 = 1453_8$$

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

По таблице смотрим соответствие цифр двоичной и восьмеричной систем счисления.



Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

Разделяем двоичное число на тетрады (по четыре символа) от десятичной запятой.

$$\underbrace{1100}_3 \underbrace{1010}_2 \underbrace{11}_{\text{B}}_2 = 32\text{B}_{16}$$

По таблице смотрим соответствие цифр двоичной и шестнадцатеричной систем счисления.

0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F



ЗАДАЧИ



Она в 101 класс ходила.
В портфеле по 100 книг носила.
Все это правда, а не бред.
Когда пыля десятком ног,
Она шагала по дороге,
За ней всегда бежал щенок
С одним хвостом, зато стоногий,
Она ловила каждый звук
Своими десятью ушами,
И десять загорелых рук
Портфель и поводок держали.
И десять темно-синих глаз
Оглядывали мир привычно.
Но станет все совсем обычным,
Когда поймете наш рассказ .

Переведите числа из стихотворения в десятичную систему счисления.



В классе $111100_2\%$ девочек и 1100_2 мальчиков. Сколько учеников в классе?



- 1) В какой системе счисления произведена операция сложения $2102 + 211 = 10020$? Докажите, что названная система счисления единственная.

- 2) Запишите наибольшее двузначное число и наименьшее трёхзначное; определите его десятичный эквивалент для следующих систем счисления:
 - восьмеричной,
 - пятеричной,
 - троичной,
 - двоичной.



Какое число предшествует данному:

$$\begin{array}{l} 10001_2 \\ 1000_2 \end{array} ?$$



У меня **100** братьев. Младшему **1000** лет, а старшему **1111** лет. Старший учится в **1001**-м классе. Может ли такое быть?



В классе 1000_7 учеников, из них 120_7 девочек и 110_7 мальчиков. В какой системе счисления вёлся счёт учеников?



В саду 88 фруктовых деревьев, из них 32 яблони, 22 груши, 16 слив и 17 вишен. В какой системе счисления посчитаны деревья?



Было **53** яблока. После того как каждое из них разрезали пополам, стало **136** половинок.

В системе счисления с каким основанием вели счёт?



Один мальчик написал о себе:
*«У меня **24** пальца,
на каждой руке по **5**,
а на ногах **12**».*
Как это могло быть?



В бумагах одного математика найдена была его биография.

Она начиналась следующими удивительными словами:

Я окончил курс университета **44** лет от роду. Спустя год, **100**-летним молодым человеком, я женился на **34**-летней девушке.

Незначительная разница в возрасте – всего **11** лет – способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами.

Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из **10** детей. Жалованья я получал в месяц всего **200** рублей, из которых **1/10** приходилось отдавать сестре, так что мы жили на **130** рублей в месяц.



**Спасибо
газете «Информатика»
за интересные материалы**



Системы счисления
Москалёва Ирина Юрьевна
ФГОУ СПО "Липецкий металлургический
колледж"

Автор презентации является участником
конкурса компьютерных презентаций
проводимого на сайте
[«Информатика в школе»](http://www.inf777.narod.ru)
www.inf777.narod.ru
при спонсорстве издательского дома
«Питер»