

СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ.

Подготовила
учащаяся 10 класса
Осадчая Ксения

Числа и системы счисления



Цифры
мая

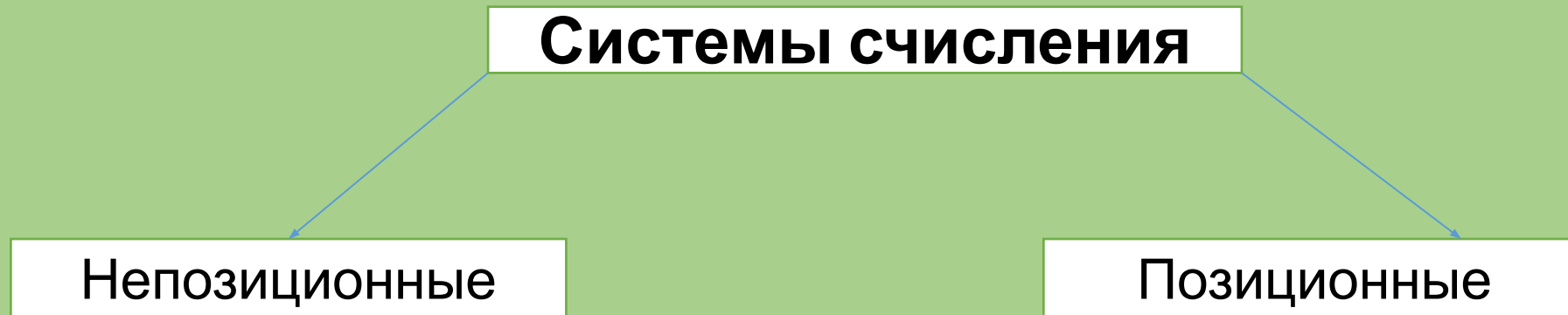
Понятие числа является фундаментальным как для математики, так и для информатики.

С числами связано еще одно важное понятие — система счисления.

В древние времена, когда люди начали считать, появилась потребность в записи чисел. Первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-нибудь значков: насечек, черточек, точек, рисунков.

Система счисления -

это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.



| Позиционная система счисления | Непозиционная система счисления |
|---|--|
| <i>значение цифры зависит от ее положения в числе</i> | <i>значение цифры не зависит от ее положения в числе</i> |
| 333 (3 сотни, 3 десятка, 3 единицы) | III = 3, XII = 12, XXII = 21 (I — всегда равно единице) |

Непозиционные системы счисления

Непозиционными системами пользовались древние египтяне, греки, римляне и некоторые другие народы древности.

До нас дошла римская система записи чисел (римские цифры), которая в некоторых случаях применяется в нумерации (века, тома в собрании сочинений, главы книги). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы:

| | | | | | | |
|----------|----------|-----------|-----------|------------|------------|-------------|
| I | V | X | L | C | D | M |
| 1 | 5 | 10 | 50 | 100 | 500 | 1000 |

Например, число CCXXXII складывается из двух сотен, трех десятков и двух единиц и равно двумстам тридцати двум.

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания.

В таком случае их значения складываются. Если слева записана меньшая цифра, а справа — большая, то их значения вычитаются.

$$\text{VI} = 5 + 1 = 6, \quad \text{а} \quad \text{IV} = 5 - 1 = 4.$$

$$\text{MCMXCVII} = 1000 + (-100 + 1000) + (-10 + 100) + 5 + 1 + 1 = 1997.$$



На Руси вплоть до XVIII века, использовалась непозиционная система славянских цифр. Буквы кириллицы (славянского алфавита) имели цифровое значение, если над ними ставился

специальный знак \sim титло. Например $\tilde{А} — 1$, $\tilde{Д} — 4$, $\tilde{Р} — 100$.

Интересно, что существовали обозначения очень больших величин. Самая большая величина называлась «колода» и обозначалась знаком $\boxed{А}$. Это число равно 10^{50} . Считалось, что «боле сего несть человеческому уму разумевати».

Непозиционные системы счисления были более или менее пригодны для выполнения сложения и вычитания, но совсем не удобны при умножении и делении.



П о з и ц и о н н ы е с и с т е м ы с ч и с л е н и я

Хотя десятичную систему принято называть арабской, но зародилась она в Индии, в V веке. В Европе об этой системе узнали в XII веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь. Этим и объясняется название «арабские цифры». Однако широкое распространение в науке и в обиходе десятичная позиционная система получила только в XVI веке. Эта система позволяет легко выполнять любые арифметические вычисления, записывать числа любой величины. Распространение арабской системы дало мощный толчок развитию математики.



Впервые идея позиционной системы счисления возникла в древнем Вавилоне.

Вавилонская система имела основание 60. Следы этой системы сохранились до наших дней в порядке счета единиц времени (1 час = 60 мин, 1 мин = 60 с).



Основание системы - количество цифр для записи чисел.
 Обозначается подстрочным индексом к этому числу.
 10110_{12} , 3671_8 , $3B8F_{16}$.

Основание позиционной десятичной системы равно десяти, так как запись любых чисел производится с помощью десяти цифр:

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

Алфавит системы – множество цифр, используемых для записи чисел.



Число «десять» — не единственно возможное основание позиционной системы.


| Система счисления | Основание | Алфавит |
|-------------------|-----------|--|
| десятичная | 10 | 0, 1,2, 3,4, 5, 6,7, 8, 9 |
| двоичная | 2 | 0, 1 |
| восьмеричная | 8 | 0,1,2,3,4,5,6,7 |
| шестнадцатеричная | 16 | 0,1 ,2, 3,4,5, 6,7, 8,9, A(10),B(1),C(12),D(13),E(14),F(15) |

Перевод чисел из десятичной системы в другие позиционные системы

Данное десятичное число делится с остатком на основание системы. Полученный остаток — это младший разряд искомого числа, а полученное частное снова делится с остатком, который равен второй справа цифре и т.д. Так продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше делителя (основания системы). Это частное — старшая цифра искомого числа.

Продemonстрируем этот метод на примере перевода числа 37_{10} в двоичную систему. Здесь для обозначения цифр в записи числа используется символика: $a_5 a_4 a_3 a_2 a_1 a_0$.

Отсюда: $37_{10} = 100101_2$


$$\begin{array}{r} 37 \\ - 36 \\ \hline a_0 = 1 \\ \hline 18 \\ - 18 \\ \hline a_1 = 0 \\ \hline 9 \\ - 8 \\ \hline a_2 = 1 \\ \hline 1 \\ - 1 \\ \hline a_3 = 0 \\ \hline 1 \\ - 1 \\ \hline a_4 = 0 \\ \hline 1 \\ - 1 \\ \hline a_5 = 1 \end{array}$$

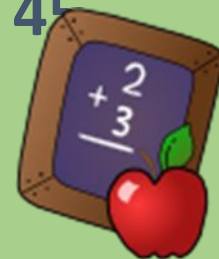
- $112_3 = 1 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^0 = 9 + 3 + 2 = 14_{10}$

- Следовательно, $112_3 = 14_{10}$

- Переведем двоичное число 101101_2 в десятичную систему счисления. Принцип тот же. Теперь в сумму надо подставлять степени двойки:

- $101101_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32 + 8 + 4 + 1 = 45$

- И еще один пример — с шестнадцатеричным числом:



- $15FC_{16} = 1 \times 16^3 + 5 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 12 \times 16^0 = 4096 + 1280 + 240 + 12 = 5628$

- Аналогично переводятся дробные числа.

- $101,11_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 4 + 1 + 1/2 + 1/4 = 5 + 0,5 + 0,25 = 5,75_{10}$