Системы счисления.

Подготовила
учащаяся 10 класса
Осадчая Ксения

Числа и системы счисления

Цифры майя

Понятие числа является фундаментальным как для математики, так и для информатики.

С числами связано еще одно важное понятие —система счисления.

В древние времена, когда люди начали считать, появилась потребность в записи чисел. Первоначально количество предметов отображали равным количеством каких-нибудь значков: насечек, черточек, точек, рисунков.

Система счисления -

это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Системы счисления

Непозиционные

Позиционные

Позиционная система счисления	Непозиционная система счисления
значение цифры зависит от ее положения в числе	*значение цифры не зависит от ее положения в числе*
333 (3 сотни, 3 десятка, 3 единицы)	III = 3, XII = 12, XXII = 21 (I — всегда равно единице)

Непозиционные системы счисления

Непозиционными системами пользовались древние египтяне, греки, римляне и некоторые другие народы древности.

До нас дошла римская система записи чисел (римские цифры), которая в некоторых случаях применяется в нумерации (века, тома в собрании сочинений, главы книги). В римской системе в качестве цифр используются латинские буквы:

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

Например, число CCXXXII складывается из двух сотен, трех десятков и двух единиц и равно двумстам тридцати двум.

В римских числах цифры записываются слева направо в порядке убывания. В таком случае их значения складываются. Если слева записана меньшая цифра, а справа — большая, то их значения вычитаются.

VI = 5 + 1 = 6, а IV = 5 -1 = 4.

MCMXCVII= 1000 + (-100+1000) + (-10 + 100) + 5 + 1 + 1 = 1997.

На Руси вплоть до XVIII века, использовалась непозиционная система славянских цифр. Буквы кириллицы (славянского алфавита) имели цифровое значение, если над ними ставился специальный знак ~ титло. Например А̃ — 1, Д̃ — 4, Р̃ — 100. Интересно, что существовали обозначения очень больших величин. Самая большая величина называлась «колода» и обозначалась знаком А. Это число равно 10^{50}. Считалось, что «боле сего несть человеческому уму разумевати».

Непозиционные системы счисления были более или менее пригодны для выполнения сложения и вычитания, но совсем не удобны при умножении и делении.

Позиционные системы счисления

Хотя десятичную систему принято называть арабской, но зародилась она в Индии, в V веке. В Европе об этой системе узнали в XII веке из арабских научных трактатов, которые были переведены на латынь. Этим и объясняется название «арабские цифры». Однако широкое распространение в науке и в обиходе десятичная позиционная система получила только в XVI веке. Эта система позволяет легко выполнять любые арифметические вычисления, записывать числа любой величины. Распространение арабской системы дало мощный толчок развитию математики.

Впервые идея позиционной системы счисления возникла в древнем Вавилоне.

Вавилонская система имела основание 60. Следы этой системы сохранились до наших дней в порядке счета единиц времени (1 час = 60 мин, 1 мин = 60 с).

<u>Основание системы</u> - количество цифр для записи чисел. Обозначается подстрочным индексом к этому числу.

10110_{12}, 3671_{8}, $3B8F_{16}$.

Основание позиционной десятичной системы равно десяти, так как запись любых чисел производится с помощью десяти цифр:

0,1,2,3,4,5,6,7,8,9

<u>Алфавит системы</u> – множество цифр, используемых для записи чисел.

Число «десять» — не единственно возможное основание позиционной системы.

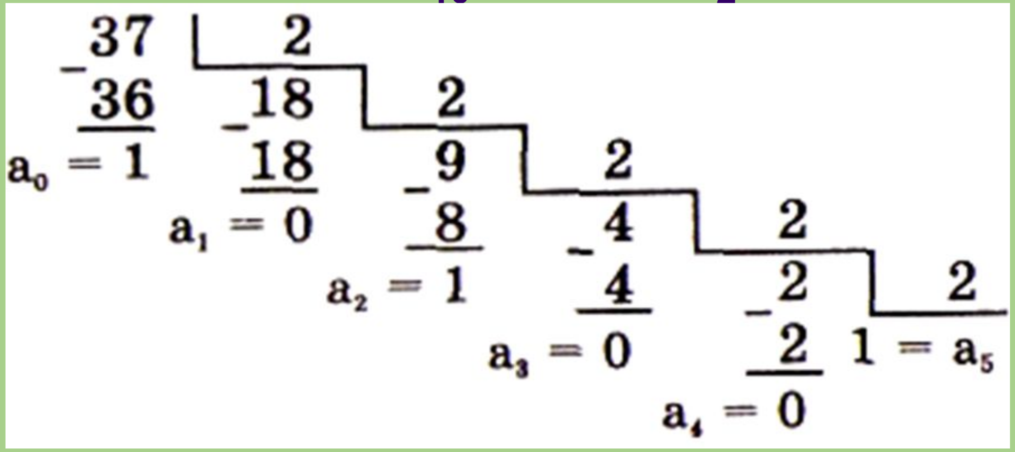
Система счисления	Основание	Алфавит
десятичная	10	0, 1,2, 3,4, 5, 6,7, 8, 9
двоичная	2	0, 1
восьмеричная	8	0,1,2,3,4,5,6,7
шестнадцатеричная	16	0,1 ,2, 3,4,5, 6,7, 8,9, A(10),B(1),C(12),D(13),E(14),F(15)

Перевод чисел из десятичной системы в другие позиционные системы

Данное десятичное число делится с остатком на основание системы. Полученный остаток — это младший разряд искомого числа, а полученное частное снова делится с остатком, который равен второй справа цифре и т.д. Так продолжается до тех пор, пока частное не станет меньше делителя (основания системы). Это частное — старшая цифра искомого числа.

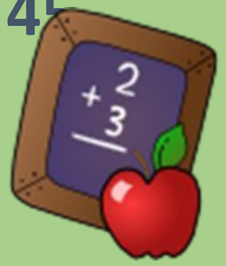
Продемонстрируем этот метод на примере перевода числа 37_{10} в двоичную систему. Здесь для обозначения цифр в записи числа используется символика: $a_5a_4a_3a_2a_1a_0$.

Отсюда: $37_{10} = 100101_2$



- $112_3 = 1 \times 3^2 + 1 \times 3^1 + 2 \times 3^{\circ} = 9 + 3 + 2 = 14_{10}$
- Следовательно, $112_3 = 14_{10}$
- Переведем двоичное число 101101_2 в десятичную систему счисления. Принцип тот же. Теперь в сумму надо подставлять степени двойки:

- $101101_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^{\circ} = 32 + 8 + 4 + 1 = 45$



- И еще один пример — с шестнадцатеричным числом:

- $15FC_{16} = 1x16^3 + 5x16^2 + 15x16^1 + 12x16^0 = 4096 + 1280 + 240 + 12 = 5628$

- Аналогично переводятся дробные числа.
- $101,11_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^{\circ} + 1 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 4 + 1 + 1/2 + 1/4 = 5 + 0,5 + 0,25 = 5,75_{10}$