

Системы счисления











ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ

Система счисления - это знаковая система, в которой числа записываются по определенным правилам с помощью символов некоторого алфавита, называемых цифрами.

Алфавит системы счисления - это совокупность цифр и букв, с помощью которых записываются числа.

Основание системы счисления - это количество цифр в алфавите.

Древнеегипетская десятичная система счисления

| | |
|---|---|
|  | 1. Для счета небольшого количества предметов Египтяне использовали палочки. |
|  | 10. Такими путами египтяне связывали коров |
|  | 100. Мерная веревка, которой измеряли земельные участки после разлива Нила. |
|  | 1000. Цветок лотоса |
|  | 10 000. "В больших числах будь внимателен!" - говорит поднятый вверх указательный палец. |
|  | 100 000. Это головастик. Обычный лягушачий головастик. |
|  | 1 000 000. Увидев такое число, обычный человек очень удивится и возденет руки к небу. Это и изображает этот иероглиф |
|  | 10 000 000. Египтяне поклонялись Амону Ра, богу Солнца, и, наверное, поэтому самое большое свое число они изобразили в виде восходящего солнца |











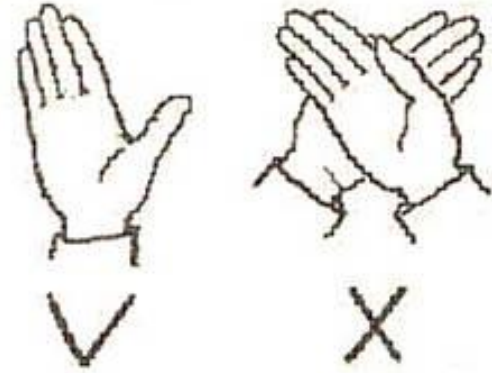







- 1 023 029

Римская пятеричная система счисления



Предполагаемое происхождение римских цифр

| | |
|---|------|
| I | 1 |
| V | 5 |
| X | 10 |
| L | 50 |
| C | 100 |
| D | 500 |
| M | 1000 |

Правила записи чисел

- Числа записывались слева направо, от больших к меньшим.
- Если цифра с меньшим значением записывалась перед цифрой с большим значением, то происходило ее вычитание.
- Нельзя было писать четыре одинаковые цифры подряд.

Славянская кириллическая десятичная алфавитная система счисления

А В Г Д Е З И Й

аз веди глаголь добра есть зело земля иже фита
1 2 3 4 5 6 7 8 9

І К Л М Н ђ О П Ч

и како люди мыслете наш кси он покой червь
10 20 30 40 50 60 70 80 90

Р С Т У Ф Х Ѩ Ц

рцы слово твердь ук ферт жа пси о цы
100 200 300 400 500 600 700 800 900

ДИ - 14

ѠѢГ - 863

Для обозначения чисел больших, чем 900 использовались специальные значки, которые дорисовывались к букве.

| | | |
|--|--------|-------------|
| | Тысяча | 1000 |
| | Тьма | 10 000 |
| | Легион | 100 000 |
| | Леодр | 1 000 000 |
| | Ворон | 10 000 000 |
| | Колода | 100 000 000 |

Недостатки непозиционной системы счисления:

- Для записи больших чисел необходимо вводить новые цифры (буквы);
- Трудно записывать большие числа;
- Нельзя записывать дробные и отрицательные числа;
- Нет нуля;
- Очень сложно выполнять арифметические действия.

Вавилонская десятичная / шестидесятеричная система счисления

В древнем Вавилоне примерно во II тысячелетие до нашей эры была такая система счисления - числа менее 60 обозначались с помощью двух знаков: для единицы, и для десяти.



Числа больше 60 записывались по разрядам, с небольшими пробелами между ними



Так записывается число 302, то есть $5 \cdot 60 + 2$



А это $1 \cdot 60 \cdot 60 + 2 \cdot 60 + 5 = 325$

Древнекитайская десятичная система счисления

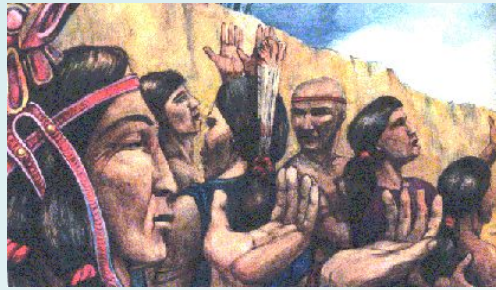
| | | | |
|---|---|---|---|
| 一 | 1 | 六 | 6 |
| 二 | 2 | 七 | 7 |
| 三 | 3 | 八 | 8 |
| 四 | 4 | 九 | 9 |
| 五 | 5 | 〇 | 0 |

Чтобы не перепутать разряды использовали несколько служебных иероглифов, писавшихся после основного иероглифа, и показывающих какое значение принимает иероглиф-цифра в данном разряде

| | | | |
|----|-----|-------|--------|
| 十 | 百 | 千 | 萬 |
| 10 | 100 | 1 000 | 10 000 |

一千 $1 * 1\ 000 = 1000$

五百四十八 $5 * 100 + 4 * 10 + 8 = 548$



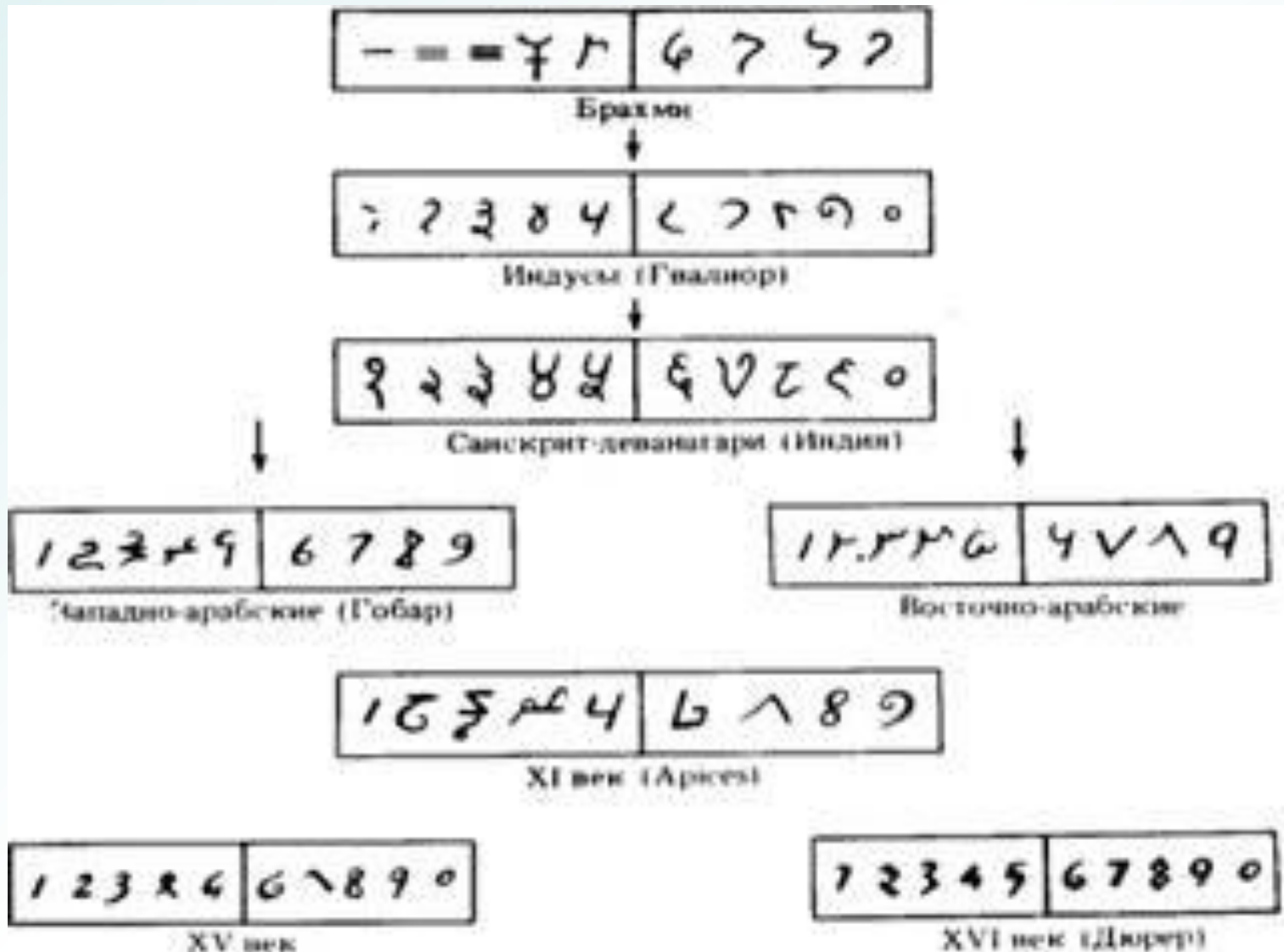
Историческая справка

Начало десятичной системе счисления было положено в Древнем Египте и Вавилоне, в основном ее формирование было завершено индийскими математиками в V-VII вв. н.э. Арабы первые познакомились с этой нумерацией и по достоинству ее оценили. В XII веке арабская нумерация чисел распространилась по всей Европе.



шумерский календарь

Арабская десятичная система счисления



Распространенные позиционные система счисления

| Система счисления | Основание | Алфавит цифр |
|-------------------|-----------|---|
| Десятичная | 10 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 |
| Двоичная | 2 | 0, 1 |
| Восьмеричная | 8 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 |
| Шестнадцатеричная | 16 | 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A(10), B(11), C(12), D(13), E(14), F(15) |

Представление чисел в позиционной системе счисления



Развернутая форма записи числа

$$555 = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0$$

$$555,55 = 5 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 5 \cdot 10^0 + 5 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2}$$

Развернутая форма записи числа в общем виде

$$A_q = a_{n-1} \cdot q^{n-1} + a_{n-2} \cdot q^{n-2} + \dots + a_0 \cdot q^0 + a_{-1} \cdot q^{-1} + \dots + a_{-m} \cdot q^{-m}$$

Свернутая форма записи числа в общем виде

$$A_q = a_{n-1} a_{n-2} \dots a_0 a_{-1} \dots a_{-m}$$

Основные достоинства позиционной системы счисления:

- Ограниченное количество символов для записи чисел;
- Простота выполнения арифметических операций.

Задание 1: Укажите какие числа записаны с ошибками. Ответ обоснуйте.

156_7

$3005,23_4$

$185,794_8$

1102_2

$1345,52_6$

$112,011_3$

$16,545_5$

Задание 3: Запишите в развернутой форме следующие числа

$$N_8 = 7764,1 =$$

$$N_5 = 2430,43 =$$

$$N_{16} = 3AF,15 =$$

Задание 4:

Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа 23 и 67?