The background of the slide is a blue-toned image. The top half features a semi-transparent white rectangular area containing the title text. Behind this area, there is a pattern of binary code (0s and 1s) in a light blue color, which appears to be floating or falling. The bottom half of the slide is a solid dark blue color, with a faint, larger-scale binary code pattern visible in the background. On the left side, there is a vertical strip showing a close-up of white computer keyboard keys.

Представление информации в различных системах счисления

Содержание:



**Общее
представление
числовой
информации**



**Перевод чисел из
одной систем
счисления в
другую**



**Арифметические
вычисления в
различных системах
счисления**

История систем счисления

Современный человек в повседневной жизни постоянно сталкивается с числами и цифрами: мы запоминаем номера автобусов и телефонов, в магазине подсчитываем стоимость покупок, ведем свой семейный бюджет и т.д. и т.п.

Числа, цифры...они с нами везде.

А две тысячи лет назад что знал человек о числах?

А пять тысяч лет назад?

Сегодня, в 21 веке, человечество для записи чисел использует в основном десятичную систему счисления.

А что такое система счисления?



Системы счисления

Система счисления - совокупность приемов и правил для изображения чисел с помощью символов (цифр), имеющих определенные количественные значения.



Система счисления

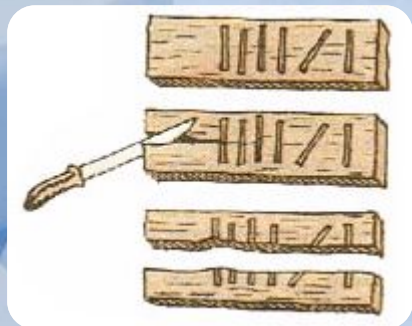


НЕПОЗИЦИОННАЯ ПОЗИЦИОННАЯ

Непозиционная система счисления

В непозиционных системах счисления вес цифры (то есть тот вклад, который она вносит в значение числа) не зависит от ее позиции в записи числа.

Так, в римской системе счисления в числе XXXII (тридцать два) вес цифры X в любой позиции равен просто десяти.



Унарная – одна цифра обозначает единицу (1 день, 1 камень, 1 баран, ...)

Славянская система счисления

алфавитная система счисления (непозиционная)

^z Ѧ	^z Ѣ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ
Ѧ	вѣди	глаголь	добро	есть	зело	земля	иже	фита
1	2	3	4	5	6	7	8	9
^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ
и	како	люди	мыслете	наш	кси	ом	покой	червь
10	20	30	40	50	60	70	80	90
^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ	^z Ѧ
рцы	слово	твердо	ук	ферт	хер	пси	о	цы
100	200	300	400	500	600	700	800	900

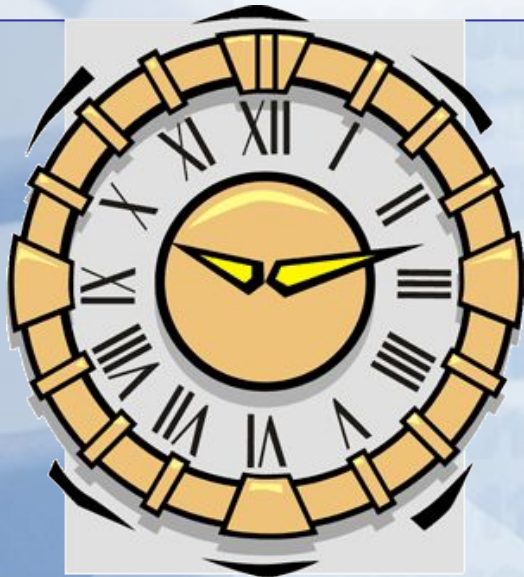
Более совершенные непозиционные с/с. К их числу относились славянская, греческая, финикийская и др. В них числа от 1 до 9, целые количества десятков (от 10 до 90) и целые количества сотен (от 100 до 900) обозначались буквами алфавита.

В России славянская нумерация сохранилась до конца 17 века. При Петре I возобладала арабская нумерация, которой пользуемся до сих пор.

Греки над буквами, обозначающими числа, ставили специальный знак

— ТИТЛО.

Римская система счисления



В ней для обозначения чисел 1, 5, 10, 50, 100, 500 и 1000 используются заглавные латинские буквы I, V, X, L, C, D и M (соответственно), являющиеся «цифрами» этой системы счисления.

Число в римской системе счисления обозначается набором стоящих подряд «цифр».



Римская система счисления

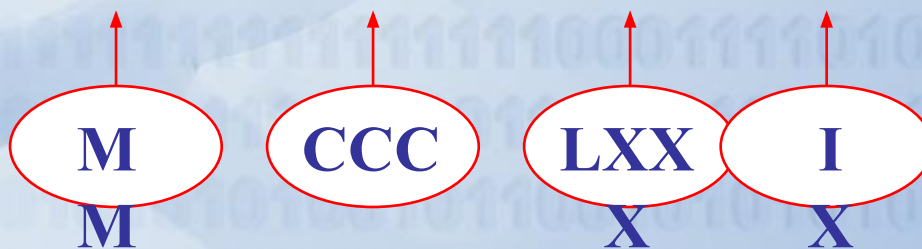
Правила:

- (обычно) не ставят больше **трех** одинаковых цифр подряд
- если **младшая** цифра (только **одна!**) стоит **слева** от старшей, она вычитается из суммы (*частично* непозиционная!)

Примеры:

$$\text{MDCXLIV} = 1000 + 500 + 100 - 10 + 50 - 1 + 5 = 1644$$

$$2389 = 2000 + 300 + 80 + 9$$



$$2389 = \text{M M C C C L X X X I X}$$



Позиционная система счисления

234

В позиционных системах счисления вес каждой цифры изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число.

Две Сотни
Три Десятка
Четыре Единицы

Например, в числе 357,6 первый символ 3 означает 3 сотни; второй символ 5 означает 5 десятков, третий символ 7 означает 7 единиц, а четвертый символ 6 означает 6 десятых долей единицы.

Основание позиционной системы счисления - это количество различных символов, используемых для изображения чисел в данной системе счисления.

В настоящее время, кроме хорошо известной нам десятичной системы счисления, в вычислительной технике используются **двоичная, восьмеричная, и шестнадцатеричная** системы счисления. Все применяемые в настоящее время системы счисления позиционные.



Двоичная СС

В двоичной системе счисления для изображения чисел используется 2 символа: 0, 1. Поэтому основанием двоичной системы счисления является число 2.

Например, число 5 в двоичной СС в полной форме записывается следующим образом:

$$5 = 1 * 2^2 + 0 * 2^1 + 1 * 2^0$$

В сокращенной и более привычной форме число 5 в двоичной системе записывается так:

$$5_{10} = 101_2$$



Восьмеричная СС

Приняв за основание число 8, получаем *восьмеричную* систему счисления:

▣ 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7



Всего **8 разных знаков** составляют алфавит восьмеричной системы счисления

Можно записать любое число включая все эти знаки : 237, 145, 32, 12765... -
обратите внимание: используем
цифры от 0 до 7

Для восьмеричной системы счисления
 $q=8$



Десятичная СС



Приняв за основание число 10, получаем знакомую нам *десятичную* систему счисления:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9

Всего 10 разных знаков составляют алфавит десятичной системы счисления. Можно записать любое число включая все эти знаки: 237, 12840, 987, 23...

Основание системы счисления обозначают буквой *q*.

Для десятичной системы счисления $q=10$



Шестнадцатеричная СС

Приняв за **основание** число **16**, получаем *шестнадцатеричную* систему счисления.

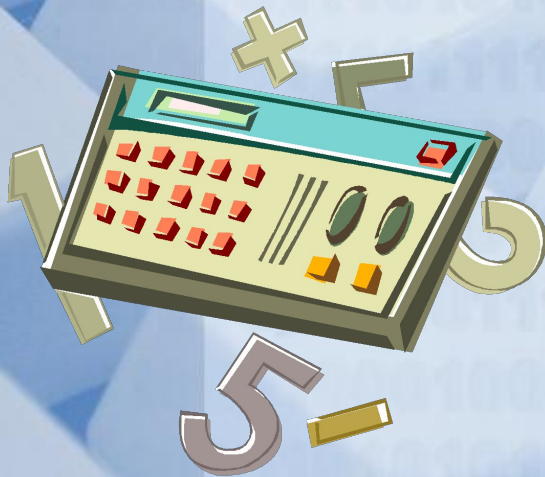
Здесь мы можем воспользоваться 10 знаками десятичной системы, добавив еще 6 знаков – буквы латинского алфавита (A, B, C, D, E, F): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
10 11 12 13 14 15



Всего **16 разных знаков** составляют алфавит шестнадцатеричной системы счисления.

Можно записать любое число включая все эти знаки: A37, 1B45, F302, 1A3C5... - обратите внимание: используем знаки от 0 до F.

Для шестнадцатеричной системы счисления $q=16$



"Алфавит" различных систем счисления

Система счисления	Основание	Размерность алфавита	Цифры
Двоичная	2	2	0, 1
Восьмеричная	8	8	0,1,2,3,4,5,6,7
Десятичная	10	10	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9
Шестнадцатеричная	16	16	0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F



Шпаргалка

Двоично-шестнадцатеричная таблица

16	2	16	2
0	0000	8	1000
1	0001	9	1001
2	0010	A	1010
3	0011	B	1011
4	0100	C	1100
5	0101	D	1101
6	0110	E	1110
7	0111	F	1111

Двоично - восьмеричная таблица

8	2
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

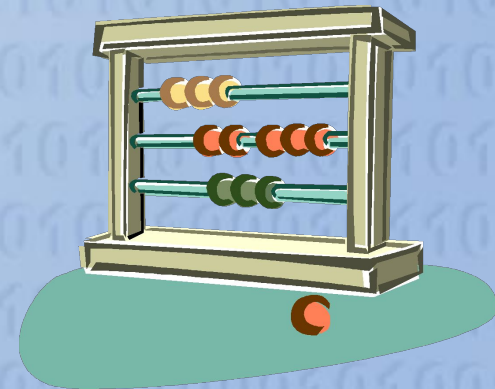
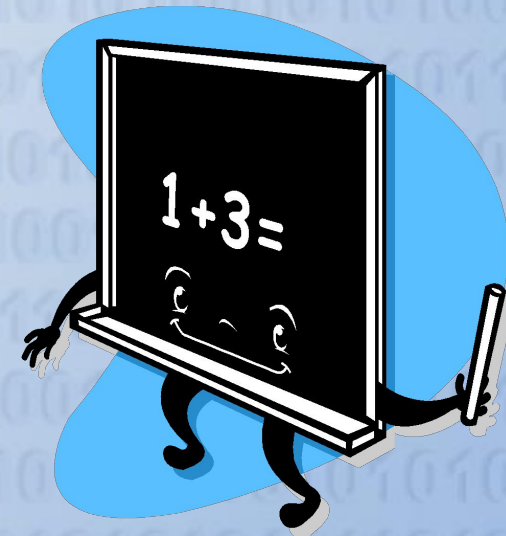
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

- Арифметические операции выполняются в любой системе счисления по одним и тем же правилам.

- **СЛОЖЕНИЕ. ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ**

0	+	0	=	0
0	+	1	=	1
1	+	0	=	1
1	+	1	=	10

- Сложение много разрядных чисел в двоичной системе счисления происходит согласно данной таблице с учетом переноса в старший разряд.



АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

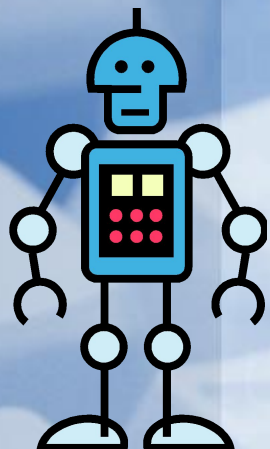
$$\begin{array}{r} 110_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1001_2 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 10011_2 \\ + 111_2 \\ \hline 11010_2 \end{array}$$

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r} 111_2 \\ + 11_2 \\ \hline 1010_2 \end{array} \quad + \quad \begin{array}{r} 100101_2 \\ + 1011_2 \\ \hline 110000_2 \end{array}$$



СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ



$$\begin{array}{r}
 111_2 \\
 + 10_2 \\
 \hline
 1001_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 10011_2 \\
 + 101_2 \\
 \hline
 11000_2
 \end{array}$$

Проверить

Проверить

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 + 1 = 11$
$1 + 1 = 10$

$$\begin{array}{r}
 110_2 \\
 + 101_2 \\
 \hline
 1011_2
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 100101_2 \\
 + 11011_2 \\
 \hline
 1000000_2
 \end{array}$$

Проверить

Проверить



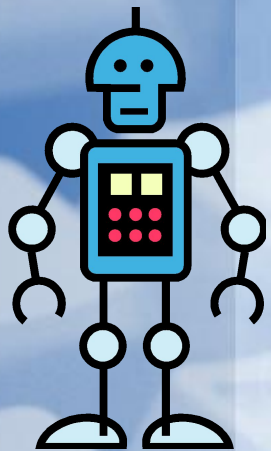
АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ

УМНОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 110_2 \\ \times 11_2 \\ \hline 1110_2 \\ + 110_2 \\ \hline 1100_2 \end{array}$$

0	x	0	=	0
0	x	1	=	0
1	x	0	=	0
1	x	1	=	1





СЛОЖЕНИЕ ДВОИЧНЫХ ЧИСЕЛ

$$\begin{array}{r} 10011_2 \\ * 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$$101110_2$$

Проверить

Проверить

$$\begin{array}{r} 11011_2 \\ * 11_2 \\ \hline \end{array}$$

$0 + 0 = 0$
$0 + 1 = 1$
$1 + 0 = 1$
$1 + 1 = 10$





Разложение чисел по степеням основания

Для перевода двоичного числа в десятичное необходимо это число представить в виде суммы произведений степеней основания двоичной системы счисления на соответствующие цифры в разрядах двоичного числа.

$$1011_2 = 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = 11_{10}$$

Число представляется в виде суммы произведений ЦИФРЫ на ВЕС РАЗРЯДА.

Вес разряда – это основание СС в степени равной номеру разряда.

Разряды нумеруются от разряда единиц- влево.

Разряд единиц имеет номер 0.

Разложение чисел по степеням основания

Аналогично происходит перевод чисел из других систем счисления в десятичную.

$$2451_8 = 2 \cdot 8^3 + 4 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^0$$

$$675_8 = 6 \cdot 8^2 + 7 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 6 \cdot 64 + 7 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = 445_{10}$$

Проверить

$$1A_{16} = 1 \cdot 16^1 + 10 \cdot 16^0 = 16 + 10 = 26_{10}$$

Проверить

Перевод чисел из одной системы счисления в другую

q=10	q=2	q=8	q=16
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10
17	10001	21	11
18	10010	22	12

При переводе из одной системы счисления в другую можно пользоваться таблицей соответствия.

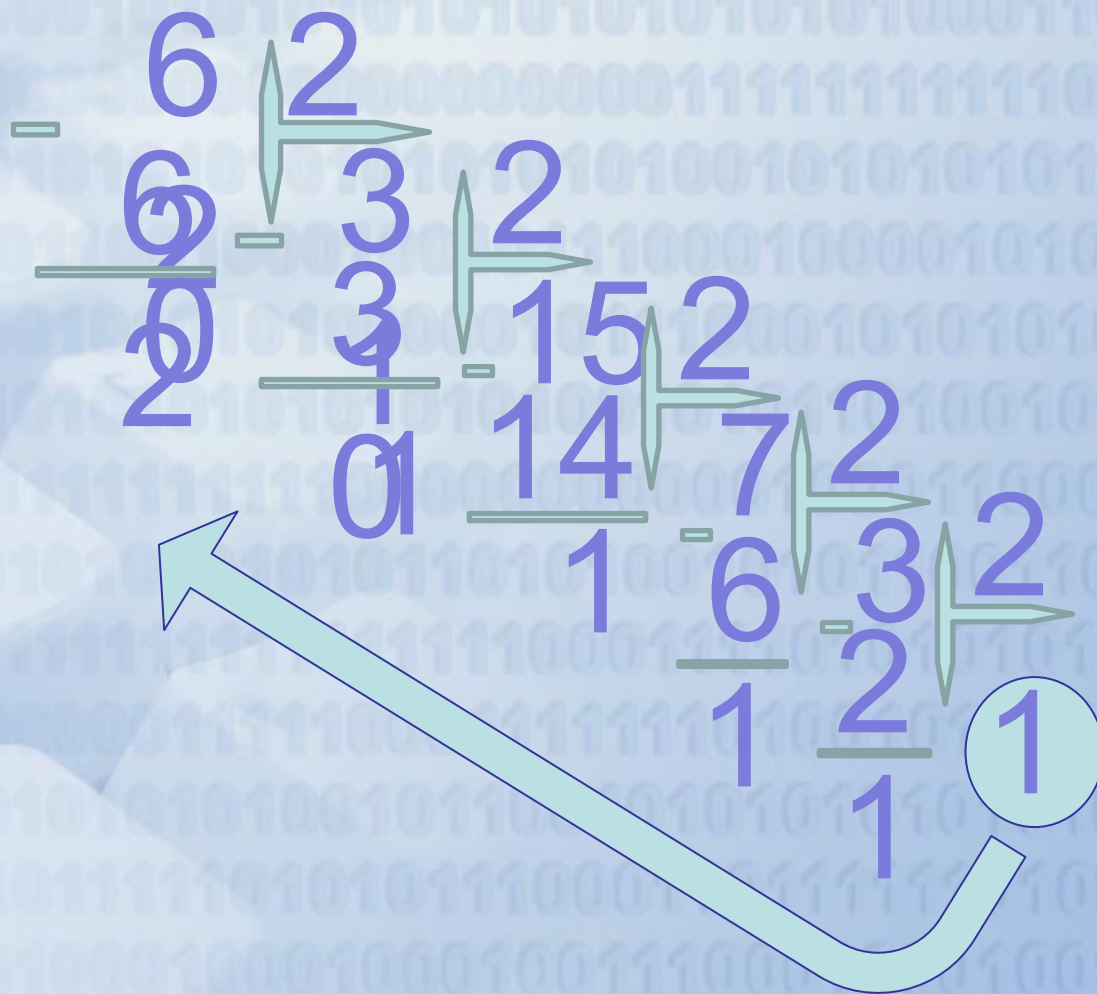


Правила перевода

Из десятичной системы счисления в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

Представим число 62_{10}
в двоичной системе счисления:



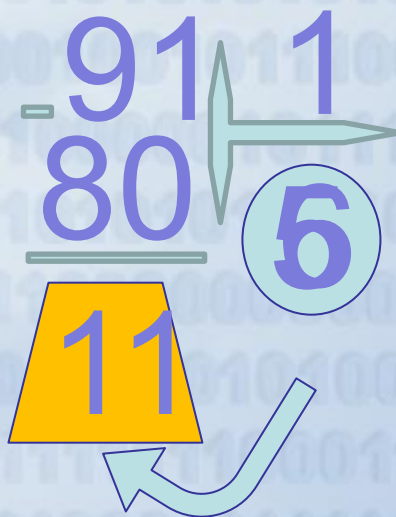
Ответ: $62_{10} = 111110_2$

Представим число 67_{10}
в восьмеричной системе счисления:

$$\begin{array}{r} 6 \\ 6 \\ \hline 7 \\ 43 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 8 \\ 8 \\ 8 \\ 0 \end{array}$$

Ответ: $67_{10} = 103_8$

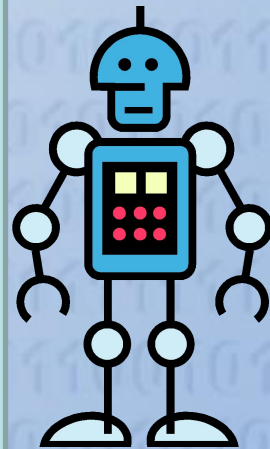
Представим число 91_{10}
в шестнадцатеричной системе счисления:



Ответ: $91_{10} = 5B_{16}$

$$19_{10} = 10011_2$$

Проверить



Проверить

$$73_{10} = ?_2$$
$$73_{10} = 1001001_2$$

Проверить

$$73_{10} = ?_{16}$$
$$73_{10} = 49_{16}$$