

Системы счисления и двоичное представление информации в памяти компьютера.

A1 (базовый уровень, время – 1 мин)

Полезно помнить, что в двоичной системе:

- четные числа оканчиваются на 0, нечетные – на 1;
- числа, которые делятся на 4, оканчиваются на 00, и т.д.; числа, которые делятся на 2^k , оканчиваются на k нулей
- если число N принадлежит интервалу $2^{k-1} \leq N < 2^k$, в его двоичной записи будет всего k цифр, например, для числа **125**:

$$2^6 = 64 \leq 125 < 128 = 2^7, \quad 125 = 1111101_2 \text{ (7 цифр)}$$

- числа вида 2^k записываются в двоичной системе как единица и k нулей, например:

$$16 = 2^4 = 10000_2$$

- числа вида $2^k - 1$ записываются в двоичной системе k единиц, например:

$$15 = 2^4 - 1 = 1111_2$$

- если известна двоичная запись числа N , то двоичную запись числа $2 \cdot N$ можно легко получить, приписав в конец ноль, например:

$$15 = 1111_2, \quad 30 = 11110_2, \quad 60 = 111100_2, \quad 120 = 1111000_2$$

Пример задания:

Сколько единиц в двоичной записи числа 1025?

1) 1

2) 2

3) 10

4) 11

Решение (вариант 1, прямой перевод):

1) переводим число 1025 в двоичную систему: $1025 = 10000000001_2$

2) считаем единицы, их две

Ответ: 2

Возможные проблемы:

легко запутаться при переводе больших чисел.

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

Решение (вариант 2, разложение на сумму степеней двойки):

1) тут очень полезно знать наизусть таблицу степеней двойки, где $1024 = 2^{10}$ и $1 = 2^0$

2) таким образом, $1025 = 1024 + 1 = 2^{10} + 2^0$

3) вспоминая, как переводится число из двоичной системы в десятичную (значение каждой цифры умножается на 2 в степени, равной её разряду), понимаем, что в двоичной записи числа ровно столько единиц, сколько в приведенной сумме различных степеней двойки, то есть, 2

4) Ответ: 2

Возможные проблемы:

нужно помнить таблицу степеней двойки.

Когда удобно использовать:

- когда число чуть больше какой-то степени двойки

Пример задания:

Дано: $a = D7_{16}$ и $b = 331_3$. Какое из чисел c , записанных в двоичной системе счисления, удовлетворяет неравенству $a < c < b$?

1) 11011001_2
4) 11011000_2

2) 11011100_2

3) 11010111_2

Общий подход:

перевести все числа (и исходные данные, и ответы) в одну (любую!) систему счисления и сравнить.

Решение (вариант 1, через десятичную систему):

5) $a = D7_{16} = 13 \cdot 16 + 7 = 215$

6) $b = 331_8 = 3 \cdot 8^2 + 3 \cdot 8 + 1 = 217$

7) переводим в десятичную систему все ответы:

$$11011001_2 = 217, \quad 11011100_2 = 220, \quad 11010111_2 = 215, \quad 11011000_2 = 216$$

8) очевидно, что между числами 215 и 217 может быть только 216

9) таким образом, верный ответ – 4.

Возможные проблемы:

арифметические ошибки при переводе из других систем в десятичную.

Пример задания:

Для хранения целого числа со знаком используется один байт. Сколько единиц содержит внутреннее представление числа (-78)?

- 1) 3 2) 4 3) 5 4) 6

1) переводим число 78 в двоичную систему счисления:

$$78 = 64 + 8 + 4 + 2 = 2^6 + 2^3 + 2^2 + 2^1 = 1001110_2$$

2) по условию число занимает в памяти 1 байт = 8 бит,

3) поэтому нужно представить число с помощью 8 разрядов

4) чтобы получилось всего 8 разрядов (бит), добавляем впереди один ноль:

$$78 = 01001110_2$$

5) делаем инверсию битов (заменяем везде 0 на 1 и 1 на 0):

$$01001110_2 \rightarrow 10110001_2$$

6) добавляем к результату единицу

$$10110001_2 + 1 = 10110010_2$$

7) это и есть число **(-78)** в двоичном дополнительно коде

8) в записи этого числа 4 единицы

9) таким образом, верный ответ – 2 .

Возможные ловушки и проблемы:

- нужно не забыть в конце добавить единицу, причем это может быть не так тривиально, если будут переносы в следующий разряд – тут тоже есть шанс ошибиться из-за невнимательности

- Использованы материалы сайта К. Ю. Полякова:
<http://kpolyakov.spb.ru/school/ege.htm>



Спасибо за внимание!