

# СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ





Язык чисел,  
как и любой другой,  
имеет свой алфавит.

**Система счисления** —  
*это способ записи чисел.*

**Цифры** – символы, при  
помощи которых  
записывается число.

За время развития  
человеческого общества  
разработано множество  
систем счисления.



# Унарная система счисления

простейшая и самая древняя

1	
2	
3	
4	
5	

Для записи любых чисел  
используется всего один символ:  
палочка, узелок, зарубка, камешек.

Этим кодом пользуются малыши,  
показывая на пальцах свой возраст.



# Аддитивные системы

## счисления

чтобы прочесть число, нужно сложить значения всех цифр

**add** добавлять, складывать *англ.*

Египтяне

Ацтеки

племена  
МАЙЯ

Используется несколько цифр.

Они могут изображаться так,

как взбредет в голову,

но разные цифры должны выглядеть по-разному.



Системы счисления

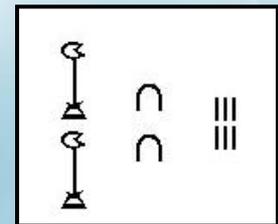
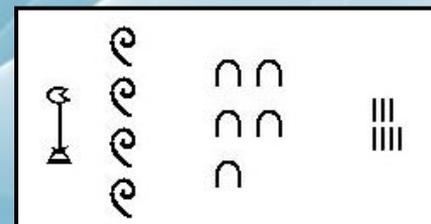
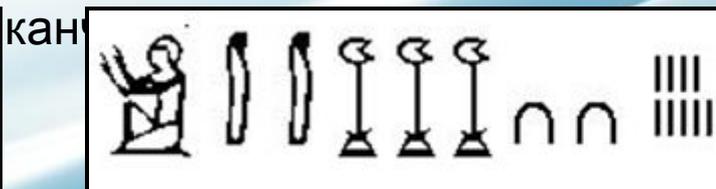
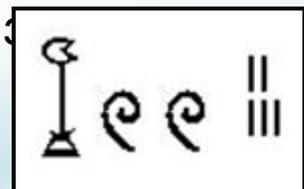
Москалёва Ирина Юрьевна  
ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Египетская нумерация

в Египте единицы записывали палочка , а десятков палочек заменяли на изображение пут для коров , десятков пут - одна мерная веревка  и т. д.

							
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000	10 000 000

Записывались цифры числа начиная с больших



Попробуйте сложить эти два числа, зная, что более 9 одинаковых иероглифов использовать нельзя.

Удобств для счета ни каких.



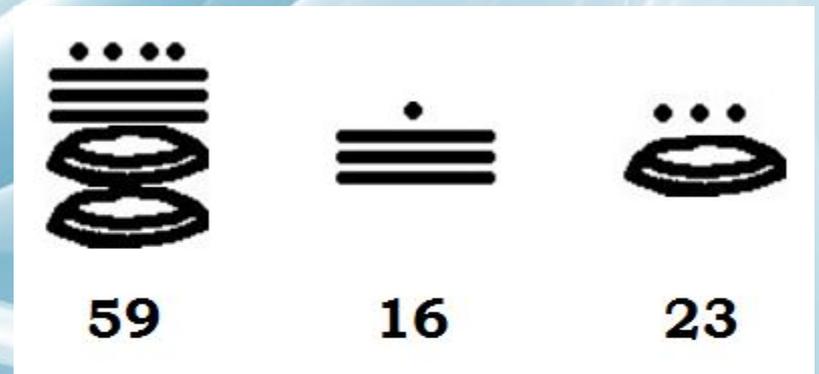
**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Нумерация индейцев Майя

•	1	••••	9
••	2	====	10
•••	3	====•	11
••••	4	====••	12
—	5	====•••	13
—•	6	=====	15
—••	7	====••••	19
—•••	8	○	0 или 20



Сначала эта нумерация обслуживала *пятеричную* систему счисления, а потом ее приспособили для *двадцатеричной*.



чтобы сдающие простым  
счётом сего числа могли быть  
уверены в справедливости  
показания.

Употребимые в квитанции  
знаки означают:

звезда – тысяча рублей,

колесо – сто рублей,

квадрат – десять рублей,

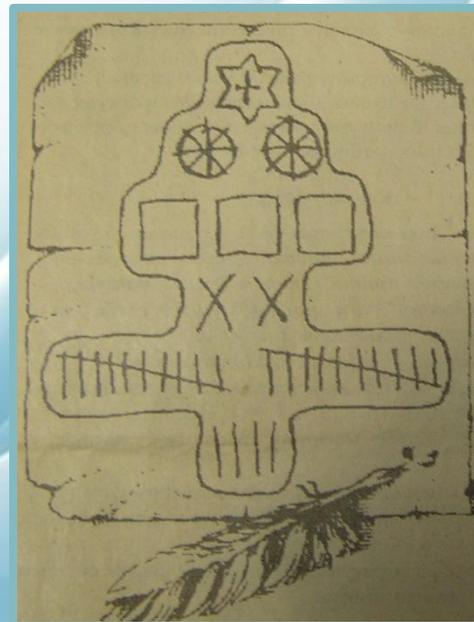
X – один рубль,

||||| – десять копеек,

I – копейку.

Дабы неможно было сделать  
здесь никаких прибавлений,  
все таковые знаки очерчивать  
кругом прямыми линиями.

В старину на Руси применялась  
система счисления,  
с помощью которой сборщики податей  
заполняли квитанции и делали записи в  
податной тетради.



= 1 232 руб. 24 коп.



**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна  
ФГОУ СПО "Липецкий металлургический  
колледж"

# Алфавитные аддитивные системы счисления

Римляне

Славяне

Сирийцы

Греки

Евреи

Грузины

Арабы

Для записи чисел используется большая часть алфавита того народа, который использовал эту систему.



# Древняя греческая нумерация

В древнейшее время  
в Греции была распространена  
**Аттическая нумерация.**

I	1	Δ	10
II	2	Η	100
III	3	Χ	1 000
IIII	4	Μ	10 000
Γ	5		
ΓΙ	6		
ΓΙΙ	7		
ΓΙΙΙ	8		
ΓΙΙΙΙ	9		



# Древняя греческая нумерация

Примерно в третьем веке до нашей эры аттическая нумерация в Греции была вытеснена "**Ионийской**" системой.

В ней числа 1 - 9 обозначаются первыми буквами греческого

$\alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 3, \delta = 4, \varepsilon = 5, \zeta = 6, \zeta = 7, \eta = 8, \vartheta = 9$

$\iota = 10, \kappa = 20, \lambda = 30, \mu = 40, \nu = 50, \xi = 60, \omicron = 70, \pi = 80, \rho = 90$

$\varrho = 100, \sigma = 200, \lambda = 300, \upsilon = 400, \varphi = 500, \chi = 600, \psi = 700, \omega = 800, \var� = 900$



**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Славянская глаголическая

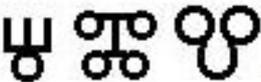
я

## нумерация

Была создана для записи чисел в священных книгах западных славян.

Использовалась нечасто, но достаточно долго: с VIII по XIII в.

По организации в точности повторяет греческую нумерацию.

 = 800+60+3 = 863



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Славянская

## кириллическа

## я

## нумерация

Была создана вместе с кириллицей в IX веке в качестве системы для переписки священных книг для славян греческими монахами братьями Кириллом и Мефодием в IX веке.

Имела полное сходство с греческой записью чисел, используя только буквы, которые есть в греческом алфавите.

До XVII века эта форма записи чисел была официальной **на территории современной России, Белоруссии, Украины, Болгарии, Венгрии, Сербии и Хорватии.**

До сих пор православные церковные книги при Петре I возобладала "арабская нумерация" используют эту нумерацию.

а - 1	і - 10	ρ - 100
в - 2	к - 20	с - 200
г - 3	л - 30	т - 300
д - 4	м - 40	ϥ - 400
є - 5	н - 50	φ - 500
ѕ - 6	ѣ - 60	χ - 600
з - 7	о - 70	ψ - 700
и - 8	п - 80	ω - 800
ѡ - 9	ч - 90	ц - 900

$\overline{\omega\zeta\Gamma} - 863 = 800+60+3$

ДИ - 14

Читаем дословно "четырнадцать" - "четыре на десять". Как слышим, так и пишем: не 10+4, а 4+10, - четыре на десять. И так для всех чисел от 11 до 19. У славян прослеживается десятиричная система счисления.



**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Славянская кириллическая Я нумерация

Любая буква со значком ‘  
становилась  
в тысячу раз больше.

Для отличия цифр и букв  
писали черточки  
над цифрами.

1 — А аз	10 — І и*	100 — Р рцы
2 — В веди	20 — К како	200 — Ѣ слово
3 — Г глаголь	30 — Л люди	300 — Т твердо
4 — Д добро	40 — М мыслете	400 — У ук**
5 — Ё есть**	50 — Н наш**	500 — Ф ферт
6 — С зело*	60 — Ѻ кси**	600 — Х хер
7 — З земля**	70 — Ѡ он	700 — Ѱ пси*
8 — И иже**	80 — П покой	800 — Ѱ омега
9 — Ѣ фита*	90 — Ч червь	900 — Ц цы



# Римская система счисления

Цифры обозначаются  
буквами латинского алфавита.

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1 000	M

Меньшие цифры, поставленные справа от большего, прибавляются к его значению, а меньшая цифра, поставленная слева вычитается от большего.

Сохранилась до наших  
дней.

Эта система  
счисления  
неудобна для счета.

$$\text{XXVIII} = 10+10+10+5+1+1+1 = 28$$

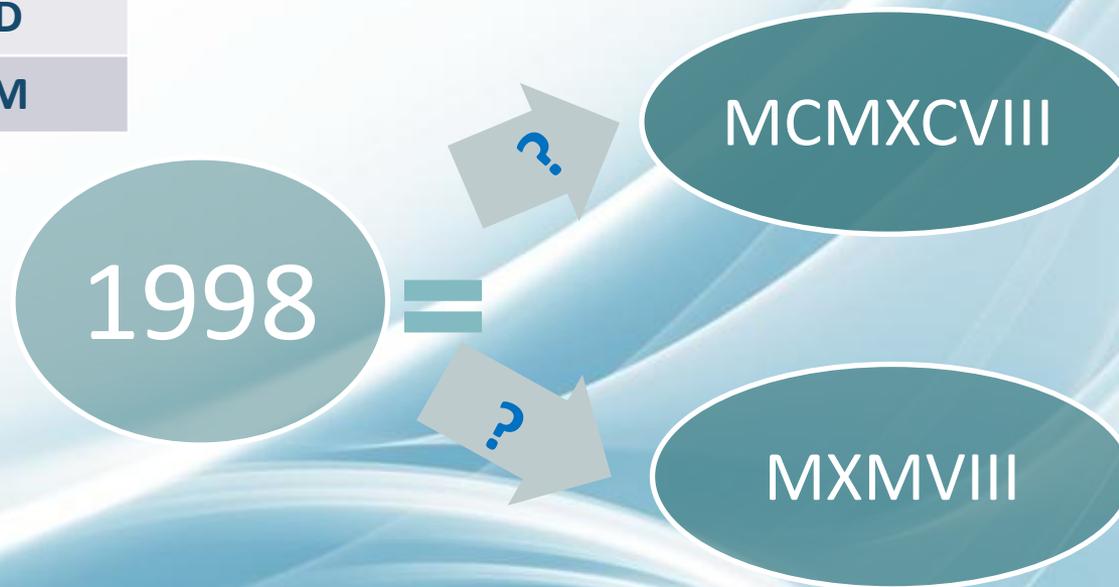
$$\text{MCMXXXV} = ?$$

$$\text{IC} / \text{XXXIII} = ?$$



# Римская система счисления

1	I
5	V
10	X
50	L
100	C
500	D
1 000	M



# Мультипликативные системы счисления

чтобы "собрать" число используется умножение (*multiplication* *англ.*)

Китай

Индия

Вавилон

для записи чисел используется определенное количество цифр,  
которые могут принимать разные значения  
в зависимости от расположения в записи числа



# Китайская нумерация

一	1	六	6
二	2	七	7
三	3	八	8
四	4	九	9
五	5	〇	0



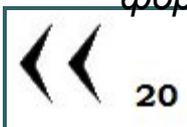
Эта нумерация одна из старейших и самых прогрессивных - те же принципы, что и в современной арабской, которой мы пользуемся. Возникла в Китае около 4 000 тысяч лет тому назад .



# Вавилонская нумерация

Цифры имели клинообразный вид - писали на глиняных табличках палочками треугольной формы.

	единица
	десяток
пробел	разделение разрядов
	нуль



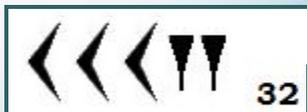
20

В древнем Вавилоне примерно за 40 веков до нашего времени создалась позиционная нумерация.

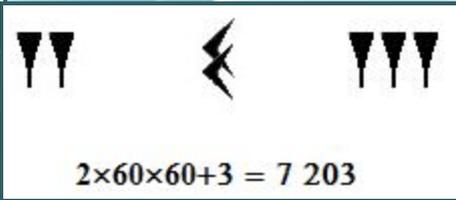


3

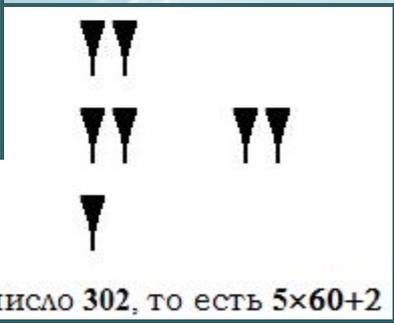
Ту роль, которую у нас играет число 10, играет число 60.  
Эту нумерацию называют *шестидесятиричной*.



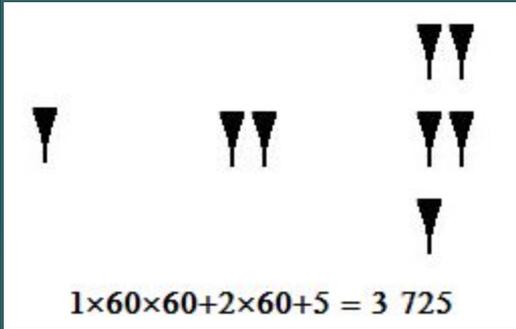
32



$$2 \times 60 \times 60 + 3 = 7\ 203$$



число 302, то есть  $5 \times 60 + 2$



$$1 \times 60 \times 60 + 2 \times 60 + 5 = 3\ 725$$



это число 59



# Вавилонская нумерация



Отголоски шестидесятеричной системы счисления  
дошли до наших дней



**1 час = 60 минут**



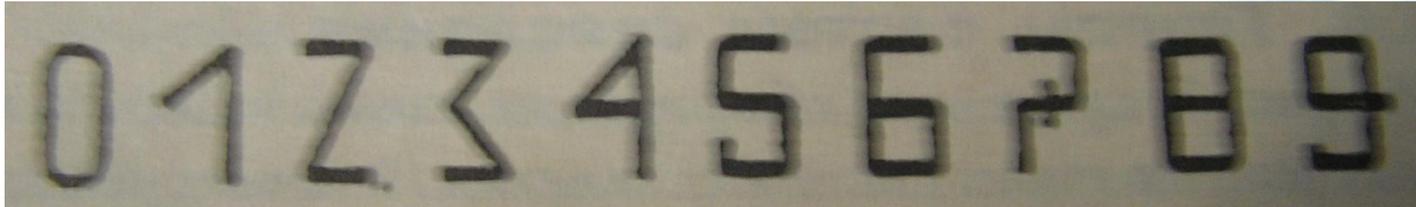
**1 градус = 60 минут**



**1 минута = 60 секунд**



# Арабская нумерация



Решающую роль в распространении индийской нумерации

в арабских странах сыграло руководство, это самая распространенная на сегодняшний день, составленное в начале IX века Мухаммедом Аль Хорезми. нумерация. Название "арабская" для нее не совсем верно, Оно было переведено в Западной Европе на латинский язык в XII веке, поскольку хоть и завезли ее в Европу из арабских стран, но её родина - Индия.

В XIII веке индийская нумерация получает преобладание в Италии.

В других странах она распространяется к XVI веку.

Европейцы, заимствовав нумерацию у арабов, называли ее "арабской". Это исторически неправильное название удерживается и поныне.



**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Двенадцатеричная система счисления

Число 12 составляло конкуренцию 10 в борьбе за почётный пост основания всеобщепотребительной системы счисления.

Из-за того, что 12 имеет больше делителей (2, 3, 4, 6), чем 10 (2, 5) – в двенадцатеричной системе счисления удобнее производить расчёты.

В XIX веке раздавались голоса математиков за полный переход на одну руку, и только возможность счёта по пальцам большого

И только возможность счёта по пальцам большого

Правильно, двенадцать.

А большой палец предназначен отмечать отсчитанные фаланги.

Дюжина прочно вошла в нашу жизнь:

1 год = 12 месяцев

1 сутки = 2 дюжины часов



Системы счисления

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический колледж"

# Восьмеричная система счисления

Шведский король Карл XII в 1717 году увлеклся восьмеричной системой счисления, считая её более удобной, чем десятичная, и намеревался издать королевским указом ввести её как общегосударственную. Только неожиданная смерть помешала осуществлению столь необычного намерения.



# Шестнадцатеричная система счисления

Внедрена американской корпорацией IBM.  
Широко используется в программировании  
для IBM-совместимых компьютеров.

С другой стороны, в некоторых языках  
сохранились и следы использования  
этой системы счисления в прошлом.

Например, в романских языках  
(испанском, французском и др.)

числительные от 11 до 16 образуются по одному правилу,  
а от 17 до 19 – по другому.

В русском языке известен пуд, равный 16 килограммам.



# Числа в разных системах счисления



# ГРУППЫ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ

- АНАТОМИЧЕСКОГО ПРОИСХОЖДЕНИЯ
  - десятичная
  - пятеричная
  - двенадцатеричная
  - двадцатеричная
- АЛФАВИТНЫЕ
  - древнегреческая ионийская
  - славянская глаголическая
  - славянская кириллическая
  - римская
  - древнегрузинская и ...
- ПРОЧИЕ
  - вавилонская
  - ...
- МАШИННЫЕ
  - двоичная
  - восьмеричная
  - шестнадцатеричная



# • **КЛАССИФИКАЦИЯ СИСТЕМ СЧИСЛЕНИЯ**

- **Непозиционные** — значение числа определяется как сумма или разность цифр числа
- **Позиционные** — величина, обозначаемая цифрой зависит от позиции цифры в числе

ТЕСТ



В повседневной жизни наиболее употребима десятичная система счисления. И тем не менее великий французский математик и естествоиспытатель Блез Паскаль писал:

Десятичная система построена довольно неразумно, конечно – в соответствии с людскими обычаями, а вовсе не с требованиями естественной необходимости, как склонно думать большинство людей.

В ряде как теоретических, так и практических задач некоторые системы счисления, отличные от десятичной, имеют определённые преимущества.



# Основание системы счисления

- это количество цифр в алфавите системы счисления.

0, 1 - двоичная

0, 1, 2 – троичная

0, 1, 2, 3, 4 – пятеричная

...



**Системы счисления**

Москалёва Ирина Юрьевна

ФГОУ СПО "Липецкий металлургический

колледж"

Известно, что основанием  
некоей позиционной системы  
счисления являются следующие  
символы:

0, 1, 2, , , , , .

1. Каково основание этой системы?
2. Запишите первые 10 чисел  
натураль-  
ного ряда в этой системе  
счисления.



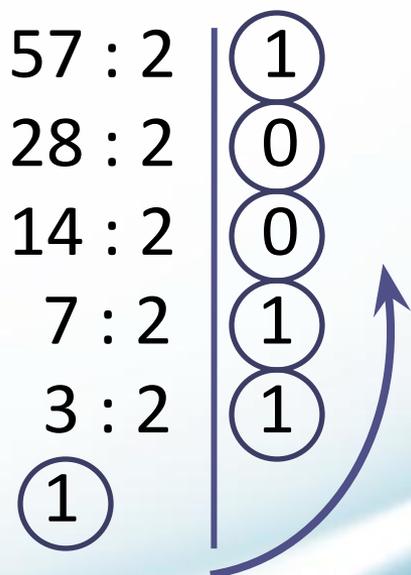
- 1) Запишите в 6-ричной системе счисления число, следующее за числом 5.
- 2) Какое число следует за числом  $111_4$ ?
- 3) Какое число предшествует числу  $10_8$ ?
- 4) Во сколько раз возрастёт число  $325_6$ , если приписать к нему справа один ноль?
- 5) В каких системах счисления  $2_? + 2_? = 4_?$  ?
- 6) В каких системах счисления  $5_? + 5_? \neq 10_?$  ?



- 7) Какое минимальное основание может иметь система счисления, если в ней записаны числа: **432**, **120**, **111**, **2331** ?
- 8) Какие числа имеют ошибки в записи: **211<sub>3</sub>**, **183<sub>8</sub>**, **A9A<sub>11</sub>**, **341<sub>5</sub>** ?
- 9) Во сколько раз увеличится число **32<sub>4</sub>**, если справа к нему приписать три нуля?
- 10) В каких системах счисления **10** является нечётным числом?



# Перевод целых чисел из десятичной системы счисления в двоичную



$$57_{10} = 111001_2$$



# Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную

1	1	1	0	0	1
5	4	3	2	1	0

$$\begin{aligned} 111001_2 &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 32 + 16 + 8 + 1 = 57_{10} \end{aligned}$$



# Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в десятичную

1	1	1	0	0	1	,	0	1
5	4	3	2	1	0		-1	-2

$$\begin{aligned} 111001,01_2 &= \\ &= 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 + 0 \cdot 2^{-1} + 1 \cdot 2^{-2} = \\ &= 32 + 16 + 8 + 1 + \frac{1}{4} = 57,25_{10} \end{aligned}$$



0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>	<b>F</b>

000	<b>0</b>
001	<b>1</b>
010	<b>2</b>
011	<b>3</b>
100	<b>4</b>
101	<b>5</b>
110	<b>6</b>
111	<b>7</b>

В компьютере вся информация представлена в виде длинных последовательностей 0 и 1 – двоичных чисел. Эти последовательности неудобны для восприятия. Поэтому двоичные числа разбивают на группы по три или четыре разряда.

$$2^3 = 8$$

$$2^4 = 16$$

Из трёх 0 и 1 можно составить восемь различных двоичных чисел, а из четырёх – шестнадцать.



# Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную

Разделяем двоичное число на триады (по три символа) от десятичной запятой.

$$\underbrace{1100}_1 \underbrace{1010}_4 \underbrace{11}_5 = 1453_8$$

000	0
001	1
010	2
011	3
100	4
101	5
110	6
111	7

По таблице смотрим соответствие цифр двоичной и восьмеричной систем счисления.



# Перевод чисел из двоичной системы счисления в шестнадцатеричную

Разделяем двоичное число на тетрады (по четыре символа) от десятичной запятой.

$$\underbrace{1100}_3 \underbrace{1010}_2 \underbrace{11}_{\text{B}}_2 = 32\text{B}_{16}$$

По таблице смотрим соответствие цифр двоичной и шестнадцатеричной систем счисления.

0000	0001	0010	0011	0100	0101	0110	0111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F



# ЗАДАЧИ



Она в 101 класс ходила.  
В портфеле по 100 книг носила.  
Все это правда, а не бред.  
Когда пыля десятком ног,  
Она шагала по дороге,  
За ней всегда бежал щенок  
С одним хвостом, зато стоногий,  
Она ловила каждый звук  
Своими десятью ушами,  
И десять загорелых рук  
Портфель и поводок держали.  
И десять темно-синих глаз  
Оглядывали мир привычно.  
Но станет все совсем обычным,  
Когда поймете наш рассказ .

*Переведите числа из стихотворения в десятичную систему счисления.*



В классе  $111100_2\%$  девочек и  $1100_2$  мальчиков. Сколько учеников в классе?



- 1) В какой системе счисления произведена операция сложения  $2102 + 211 = 10020$  ? Докажите, что названная система счисления единственная.
  
- 2) Запишите наибольшее двузначное число и наименьшее трёхзначное; определите его десятичный эквивалент для следующих систем счисления:
  - восьмеричной,
  - пятеричной,
  - троичной,
  - двоичной.



Какое число предшествует данному:

$$\begin{array}{l} 10001_2 \\ 1000_2 \end{array} ?$$



У меня **100** братьев. Младшему **1000** лет, а старшему **1111** лет. Старший учится в **1001**-м классе. Может ли такое быть?



В классе  $1000_7$  учеников, из них  $120_7$  девочек и  $110_7$  мальчиков. В какой системе счисления вёлся счёт учеников?



В саду 88 фруктовых деревьев, из них 32 яблони, 22 груши, 16 слив и 17 вишен. В какой системе счисления посчитаны деревья?



Было **53** яблока. После того как каждое из них разрезали пополам, стало **136** половинок.  
В системе счисления с каким основанием вели счёт?



Один мальчик написал о себе:  
*«У меня **24** пальца,  
на каждой руке по **5**,  
а на ногах **12**».*  
Как это могло быть?



В бумагах одного математика найдена была его биография.

Она начиналась следующими удивительными словами:

Я окончил курс университета **44** лет от роду. Спустя год, **100**-летним молодым человеком, я женился на **34**-летней девушке.

Незначительная разница в возрасте – всего **11** лет – способствовала тому, что мы жили общими интересами и мечтами.

Спустя немного лет у меня была уже и маленькая семья из **10** детей. Жалованья я получал в месяц всего **200** рублей, из которых **1/10** приходилось отдавать сестре, так что мы жили на **130** рублей в месяц.



**Спасибо  
газете «Информатика»  
за интересные материалы**



**Системы счисления**  
Москалёва Ирина Юрьевна  
ФГОУ СПО "Липецкий металлургический  
колледж"

Автор презентации является участником  
конкурса компьютерных презентаций  
проводимого на сайте  
[«Информатика в школе»](http://www.inf777.narod.ru)  
[www.inf777.narod.ru](http://www.inf777.narod.ru)  
при спонсорстве издательского дома  
«Питер»