

Системы счисления в заданиях ОГЭ и ЕГЭ 2015

Учитель информатики МОУ-Лицея
№2

Безлюдная Ирина Сергеевна

16.03.2015

Важно знать:

Принципы кодирования чисел в позиционных системах счисления:

чтобы перевести число из системы счисления с основанием N в десятичную систему, нужно умножить значение каждой цифры числа на N в степени, равной ее разряду.

(Например, $1\ 2\ 3\ 4\ 5_N = 1 \cdot N^4 + 2 \cdot N^3 + 3 \cdot N^2 + 4 \cdot N^1 + 5 \cdot N^0$)

$$N^0 = 1 \text{ IIII}$$

Важно знать:

- последняя цифра записи числа в системе счисления с основанием N – это остаток от деления этого числа на N ,
- две последние цифры – это остаток от деления на N^2 , и т.д.

Важно знать:

Число вида x^N в p -ой системе счисления записывается как единица и N нулей:

$$x^N = 1(\underbrace{000\dots000}_N)$$

Пример:

$$2^N = 1(\underbrace{000\dots000}_N)$$

$$2^5 = 100000$$

$$3^N = 1(\underbrace{000\dots000}_N)$$

$$3^4 = 1000$$

Важно знать:

Число вида $(x^N - 1)_p$ в p -ой системе счисления записывается как N старших цифр (а) данной p -ой системы счисления :

$$(x^N - 1)_p = \underbrace{aaaa\dots aaaa}_N$$

Пример:

$$(2^{100} - 1)_2 = \underbrace{111\dots 11}_{100}$$

$$(3^{50} - 1)_3 = \underbrace{222\dots 22}_{50}$$

Сколько единиц содержится в двоичной записи значения
выражения: $4^{2020} + 2^{2017} - 15$?

Решение.

1. Приведём все числа к степеням двойки:

$$4^{2020} + 2^{2017} - 15 = (2^2)^{2020} + 2^{2017} - 16 + 1 = 2^{4040} + (2^{2017} - 2^4) + 1_2$$

2. Вспомним, что

- число $2^N - 1$ в двоичной системе записывается как N единиц:

$$2^N - 1 = \underbrace{1 \square \square \dots \square}_{N} 1$$

- число $2^N - 2^K$ при $K < N$ записывается как $N - K$ единиц и K нулей:

$$2^N - 2^K = \underbrace{1 \square \square \dots \square}_{N-K} \underbrace{10 \square \square \dots \square}_K 0$$

3. Число $2^{2017} - 2^4$ запишется как 2013 единиц и 4 нуля.

4. прибавление $(2^{4040} + 1)$ даст ещё две единицы, всего получается

$$2013 + 2 = 2015 \text{ единиц}$$

Ответ: **2015.**

Найдите сумму цифр числа в троичной системе счисления, результат представить в десятичной системе счисления:

$$3^{100} + 3^{50} - 2$$

Решение.

$$1. \quad 3^{100} + 3^{50} - 2 = 3^{100} + 3^{50} - 1 - 1 = 10 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} 0 + 2 \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array} 2 - 1$$

100 50

$$2. \quad 50 \cdot 5 = 100$$

Ответ: **100.**

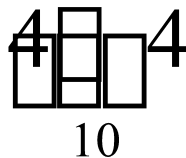
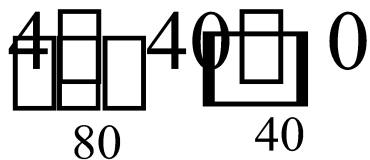
Найдите сумму цифр числа в пятеричной системе счисления, результат представить в десятичной системе счисления:

$$125^{40} - 25^{20} + 5^{10} - 17$$

Решение.

$$1. \quad 125^{40} - 25^{20} + 5^{10} - 17 = 5^{120} - 5^{40} + 5^{10} - 32_5 =$$

$$= 5^{40} (5^{80} - 1) + (5^{10} - 1) - 32_5$$



$$2. \quad 88 \cdot 4 + 3 + 1 = 356$$

Ответ: **356**

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Число

$$X = (8^8 + 4^4 - 1) \cdot 16^2 + 2^2 - 1$$

перевели из десятичной в двоичную систему счисления. Сколько нулей получилось в двоичной записи числа?

Ответ: 22

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Число

$$X = (32^8 + 8^4 - 1) \cdot 16^{16} - 1$$

перевели из десятичной в двоичную систему счисления. Сколько нулей получилось в двоичной записи числа?

Ответ: 29

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Сколько значащих нулей будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(2^{32} - 8^8) \cdot 4^{16} + 64^2 - 1$$

Ответ: 44

Сколько единиц будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(2^{32} - 8^8) \cdot 4^{16} + 64^2 - 1$$

Ответ: 20

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

Сколько единиц будет в записи данного числа, если его перевести в двоичную систему счисления:

$$(8^5 + 16^{13}) \cdot 4^8 - 32^2 + 1$$

Ответ: 23

КЕГЭ

Сколько единиц содержится в двоичной записи результата выражения?

$$(2 \cdot 10_8)^{2010} - 4^{2011} + 2^{2012}?$$

Ответ: 4019

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Решите следующий пример. В ответе укажите получившееся число в нужной системе счисления.

$$23_{10} + 1E_{16} - 40_8 = ?_2$$

Ответ: 10101

Решите уравнение $121_x + 1 = 101_7$

Ответ запишите в **троичной** системе счисления.

Основание системы счисления указывать не нужно.

Решение:

- переведём все числа в десятичную систему счисления:

$$121_x = 1 \cdot x^2 + 2 \cdot x + 1, \quad 101_7 = 1 \cdot 7^2 + 0 \cdot 7^1 + 1 \cdot 7^0 = 50$$

- собирая всё в одно уравнение получаем

$$x^2 + 2x + 1 + 1 = 50 \Rightarrow x^2 + 2x - 48 = 0$$

- это уравнение имеет два решения, 6 и -8; основание системы счисления – натуральное число, поэтому ответ: 6

- переводим ответ в троичную систему:

$$6 = 2 \cdot 3^1 = 20_3.$$

Ответ: 20.

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

- Укажите основание позиционной системы счисления X , в которой будет справедливо следующее равенство:

$$13_x + 31_x = 110_x$$

Ответ: 4

Городская олимпиада по базовому курсу информатики

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 4 и 6 в обоих случаях имеет последней цифрой 0. Какое минимальное натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?

Решение. Необходимо найти минимальное натуральное десятичное число, которое делится без остатка на 4 и на 6.

Ответ: 12

Запись десятичного числа в системах счисления с основаниями 3 и 5 в обоих случаях имеет последней цифрой 0.

*Какое **минимальное** натуральное десятичное число удовлетворяет этому требованию?*

Ответ: 15.

Укажите, **сколько** всего **раз** встречается цифра **2** в записи чисел $10, 11, 12, \dots, 17$ в системе счисления с основанием 5 .

Решение

запишем первое и последнее число в заданном диапазоне в системе счисления с основанием 5 :

$$10 = 20_5, \quad 17 = 32_5.$$

заметим, что оба они содержат цифру 2 , так что, 2 цифры мы уже нашли

между 20_5 и 32_5 есть еще числа

$$21_5, 22_5, 23_5, 24_5, 30_5, 31_5.$$

в них 5 цифр 2 (в числе 22_5 – сразу две двойки), поэтому всего цифра 2 встречается 7 раз

таким образом, верный **ответ: 7**.

Найти сумму восьмеричных чисел $17_8 + 170_8 + 1700_8 + \dots + 1700000_8$ перевести в (16)-ую систему счисления. Найдите в записи числа, равного этой сумме, третью цифру слева.

• **Решение:**

• Несложно выполнить прямое сложение восьмеричных чисел, там быстро обнаруживается закономерность:

	1	7	0	0	0	0
+		1	7	0	0	0
			1	7	0	0
				1	7	0
					1	7
						1
	2	1	1	1	1	0
						7

• $17_8 + 170_8 = 207_8$

• $17_8 + 170_8 + 1700_8 = 2107_8$

• $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 = 21107_8$

• $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 = 211107_8$

• $17_8 + 170_8 + 1700_8 + 17000_8 + 170000_8 + 1700000_8 = 2111107_8$

• Переведем последнюю сумму через триады в двоичный код (заменяем каждую восьмеричную цифру на 3 двоичных):

• 10001001001001000111_2

• Теперь разбиваем цепочку на тетрады (группы из 4-х двоичных цифр), начиная справа, и каждую тетраду представляем в виде шестнадцатеричной цифры

• 10001001001001000111_2



Ответ (третья цифра слева): **2**.