Совершенные конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы

Простой конъюнкцией называется конъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная встречается не более одного раза (либо сама, либо ее инверсия)

Пример $x \wedge y \wedge \neg z$

Дизъюнктивной нормальной формой (ДНФ) называется дизъюнкция простых конъюнкций

Пример: **XYv¬Z, ABCv¬(BC)**

Совершенной дизъюнктивной нормальной формой (СДНФ) называется ДНФ функции $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ от n переменных, в каждой своей конъюнкции содержащей все n переменных либо их инверсии

Пример: **f *(A, B, C)=ABC v A¬(BC) v ¬AB¬C***

От всякой ДНФ легко перейти к СДНФ

Пример. $X = A \vee \neg A \wedge B$

Применим закон исключения третьего $(B \vee \neg B) = 1$

$$X = A \vee \neg A \wedge B = A(B \vee \neg B) \vee \neg AB = AB \vee A \wedge \neg B \vee \neg AB$$

Простой дизъюнкцией называется дизъюнкция одной или нескольких переменных, при этом каждая переменная входит не более одного раза (либо сама, либо ее инверсия)

Пример. **Xv¬YvZ**

Конъюнктивной нормальной формой (КНФ) называется конъюнкция простых дизъюнкций

Пример. $(\neg A \vee B)C$

Совершенной конъюнктивной нормальной формой (СКНФ) называется КНФ функции f(x1, x2, …,xn) от *n* переменных, в каждой своей дизъюнкции содержащей все *n* переменных либо их инверсии

Пример.

f(A,B,C)=(AvBvC)(¬AvBvC)(Av¬Bv¬C)

Каждая функция имеет единственную СДНФ (СКНФ)

Правило выполнения минимизации формулы с использованием СДНФ (СКНФ)

а) записать исходную формулу посредством таблиц истинности в СДНФ (СКНФ)

б) упростить СДНФ (СКНФ) по законам алгебры логики

Алгоритм получения **СДНФ**

- Отметить в таблице истинности исходной функции строки, в которых результат равен **1**
- Для выбранных строк соединить операцией **логического умножения** содержимое левых столбцов, при этом, если в таблице стоит **0,** пишем переменную с отрицанием, а если **1,** без отрицания.
- Соединить полученные выражения операцией логического **сложения**.

Пример. ***Найти СДНФ для функции F(A,B,C)=(A→B)→¬C***

Решение:

A	B	C	F
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Ответ:

СДНФ(F)=¬A¬B¬C v **¬AvBv¬C** v **A¬B¬C** v **A¬BC** v **AB¬C**

Алгоритм получения **СКНФ**

- Отметить в таблице истинности исходной функции строки, в которых результат равен **0**
- Для выбранных строк соединить операцией **логического сложения** содержимое левых столбцов, при этом, если в таблице стоит **1,** пишем переменную с отрицанием, а если **0,** без отрицания.
- Соединить полученные выражения операцией логического **умножения**.

СКНФ(F)=(AvBv¬**C**)(Av¬**Bv¬C**)(**¬Av¬Bv¬C**)

Найти формулу для логической функции, которая дает 1, когда исходные состояния А и В **различны**, и 0 когда они совпадают

Решение:

A	B	?
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Значение для 2 и 3 строк равно 1.

Запишем конъюнкции входных данных

$\neg A \wedge B$, $A \wedge \neg B$.

Соединим их дизъюнкцией

$$(\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B)$$

По заданной таблице истинности составьте логическую функцию

X	Y	F
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	0

X	Y	F
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	0

По заданной таблице истинности получите СДНФ логической функции, упростите ее. Правильность проверьте сравнением таблиц истинности

X	Y	Z	F(X, Y, Z)
0	0	0	1
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

Постройте СДНФ и СКНФ для функций:

а) $\neg(\neg A \rightarrow B) \rightarrow C$

б) $AB \vee \neg A \neg B$