Таблицы истинности логических функций

Таблицей истинности логической функции принято называть *табличное представление логической операции*, в котором присутствуют все возможные сочетания значений входных переменных, и получаемые при этом значения выходных переменных (результатов логической операции).

Таблица истинности функции **логического отрицания (инверсии):**

X	$\overline{X}$
0	1
1	0

Таблица истинности функции **логического сложения (дизъюнкции):**

X	Y	$Z = X \vee Y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

Свойства дизъюнкции:

$$X \vee Y \equiv Y \vee X;$$

$$(X \vee Y) \vee Z \equiv X \vee (Y \vee Z);$$

$$X \vee 0 \equiv X,$$

где 0 – тождественно ложное высказывание;

$$X \vee \overline{X} \equiv 1;$$

$$X \vee 1 \equiv 1,$$

где 1 – тождественно истинное высказывание;

$$X \vee X \equiv X$$

Таблица истинности для функции **логического умножения (конъюнкции):**

X	Y	Z = X & Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

Свойства конъюнкции:

$$X \,\&\, X \equiv X;$$

$$X \,\&\, Y \equiv Y \,\&\, X;$$

$$(X \,\&\, Y) \,\&\, Z \equiv X \,\&\, (Y \,\&\, Z);$$

$$X \,\&\, \overline{X} \equiv 0;$$

$$X \,\&\, 0 \equiv 0;$$

где 0 – тождественно ложное высказывание

$$X \,\&\, 1 \equiv X,$$

где 1 – тождественно истинное высказывание

Основные законы алгебры логики

Закон непротиворечия:
$A \& \bar{A} = 0.$

Закон исключенного третьего
$A \vee \bar{A} = 1$

Закон двойного отрицания
$A = A$

Законы де Моргана
$A \vee B = A \& B, \quad A \& B = A \vee B$

Закон коммутативности. *При операциях логического умножения и логического сложения логические переменные можно менять местами*
$A \& B = B \& A, \quad A \vee B = B \vee A$

Закон ассоциативности. *Если в логическом выражении используется только операция логического умножения или только операция логического сложения, то можно пренебречь скобками или расставить их произвольно*
$(A \& B) \& C = A \& (B \& C), \quad (A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$

Закон дистрибутивности. *За скобки можно выносить как общие множители, так и общие слагаемые*

$$(A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, C) = A \,\&\, (B \vee C),$$

$$(A \vee B) \,\&\, (A \vee C) = A \vee (B \,\&\, C).$$

Закон поглощения

$$A \vee (A \,\&\, B) = A, \quad A \,\&\, (A \vee B) = A$$

Закон исключения (склеивания)

$$(A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, B) = B, \ (A \vee B) \,\&\, (A \vee B) = B$$

Кроме этого справедливы следующие законы

$A \vee A = A,$	$A \,\&\, A = A,$	$A \vee 1 = 1,$
$A \vee 0 = 0,$	$A \,\&\, 1 = A,$	$A \,\&\, 0 = 0.$

Правила составления таблиц истинности для сложных логических функций

Для любой логической функции можно построить таблицу истинности, которая определяет ее истинность или ложность при всех возможных комбинациях значений аргументов (логических переменных).

При построении таблиц истинности целесообразно придерживаться следующего алгоритма действий:

1. Сначала определяют количество строк в таблице истинности. Количество строк будет равно 2n, (где n – количество логических переменных) плюс строка заголовка.
2. Далее определяют количество столбцов в таблице истинности, оно равно количеству логических переменных плюс количество логических операций.

3. Затем строится таблица истинности с указанным количеством строк и столбцов, столбцы подписываются, в таблицу вносятся всевозможные наборы значений исходных логических переменных.
4. И, наконец, выполняются необходимые логические операции, таблица истинности заполняется по столбцам.

Составление таблицы истинности для логической функции Z = (A ∨ E) & (Ā ∨ Ē)

1. **Определим количество строк в нашей таблице истинности.**

   Мы имеем две логические переменные A и E, следовательно, *количество строк* будет равно $2^2 + 1 =$ ***5***.

2. **Выясним, какое количество столбцов необходимо.**

   У нас – две логические переменные, над которыми будет выполнено 5 логических операций - это A ∨ E, Ā, Ē, Ā ∨ Ē и, наконец (A ∨ E) & (Ā ∨ Ē). Значит, нам понадобится ***7 столбцов.***

3.Построим таблицу, подпишем столбцы и заполним ее исходными значениями логических переменных.

В результате должна получиться следующая таблица:

$$Z = (A \vee E) \,\&\, (\bar{A} \vee \bar{E})$$

A	E	$A \vee E$	$\bar{A}$	$\bar{E}$	$\bar{A} \vee \bar{E}$	$(A \vee E) \,\&\, (\bar{A} \vee \bar{E})$.
0	0					
0	1					
1	0					
1	1					

4.Теперь выполним необходимые операции и последовательно (слева направо) заполним все столбцы.

A	E	A V E	Ā	Ē	Ā V Ē	(A V E) & (Ā V Ē)
0	0	0	1	1	1	0
0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0