Занятие в четверг у заочников ИФТИС
первая пара курса

Теоретические основы информатики

Представление числа в различных системах счисления (часть 2)

Система счисления	**Основание**	**Алфавит цифр**
Позиционные		
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
Непозиционные		
Римская		I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000)

MCMXCVIII=1000+(1000-100)+(100-10)+5+1+1+1=1998

Запись числа из n цифр в виде полинома в системе счисления с основанием m

$$x_{n-1}x_{n-2}x_{n-3}\dots x_1x_0 =$$

$$= x_{n-1}*m^{n-1} + x_{n-2}*m^{n-2} + x_{n-3}*m^{n-3}+\dots+x_1*m^1 + x_0*m^0$$

m^i-вес i – го знакоместа $\qquad 0 <= i <= (n-1)$

X_i- символ в i – й позиции $\qquad 0 <= x_i <= (m-1)$

Десятичное число записываем в полной форме:

$$6402_{10} = 6*10^3 + 4*10^2 + 0*10^1 + 2*10^0 =$$

$$= 6000 + 400 + 0 + 2*1$$

$m=10 \qquad n=4$

i	3	2	1	0
x_i	6	4	0	2
m^i	1000	100	10	1

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную.

Используем таблицу степеней двойки

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	516	1024

Двоичное число записываем в полной форме:

$$(1011)_2 = 1*2^3 + 0*2^2+1*2^1+1*2^0 =$$
$$= 8 + 0 + 2 + 1 = (11)_{10}$$

Представим число 1000011_2
в десятичной системе счисления:

$$1^6 0^5 0^4 0^3 0^2 1^1 1^0 =$$

$$=1\cdot2^0+1\cdot2^1+0\cdot2^2+0\cdot2^3+0\cdot2^4+0\cdot2^5+1\cdot2^6=$$

$$= 1+2+0+0+0+0+64= 67_{10}$$

$$a^0=1$$

Свойство степени

Ответ: $1000011_2=67_{10}$

Представим число 103_8 в десятичной системе счисления:

$$1^2 0^1 3^0 = 3\cdot 8^0+0\cdot 8^1+1\cdot 8^2=3+0+64=67_{10}$$

Ответ: $103_8=67_{10}$

Представим число 7B$_{16}$ в десятичной системе счисления:

$$7^1B^0 = 11 \cdot 16^0 + 7 \cdot 16^1 = 11 + 112 = 123_{10}$$

Ответ: $7B_{16} = 123_{10}$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную.

1. Десятичное число делится нацело на 2, пока это возможно.
2. На каждом шаге записывается остаток от деления.
3. Снизу вверх записываем цифры, начиная с последнего частного и все остатки от деления.

6402:2= 3201+0	100:2=50+0
3201:2=1600+1	50:2=25+0
1600:2=800+0	25:2=12+1
800:2=400+0	12:2=6+0
400:2=200+0	6:2=3+0
200:2=100+0	3:2=1+1
	1

$$6402_{10}=1\ 100\ 100\ 000\ 010_2$$

Перевод дробных чисел из 10-ой системы счисления в 2 с/с.

1. Десятичная дробь последовательно умножается на основание системы счисления 2.

2. На каждом шаге записывается в результат полученная целая часть, которая в дальнейшем умно-жении не участвует.

3. Количество операций умножения зависит от требуемой точности вычислений.

0,19*2	**1,04*2**
0,38*2	**0,08*2**
0,76*2	**0,16*2**
1,52*2	**0,32**

$0{,}19_{10}=0{,}001\ 100\ 0_2$

Представим число 67,записанное в десятичной системе счисления в позиционных системах счисления: двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной.

$$67_{10} = A_2$$

$$67_{10} = A_8$$

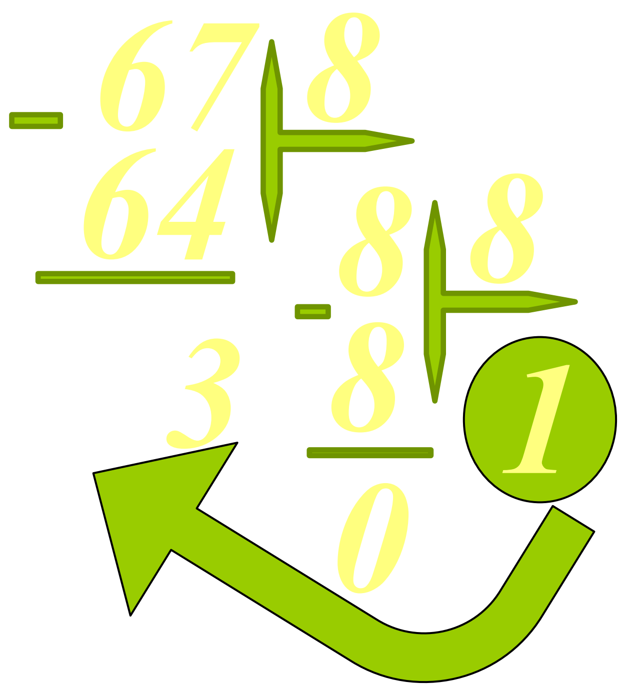
$$67_{10} = A_{16}$$

Представим число 67_{10} *в двоичной системе счисления:*

67 | 2
66 | 33 | 2
1 | 32 | 16 | 2
1 | 16 | 8 | 2
0 | 8 | 4 | 2
0 | 4 | 2 | 2
0 | 2 | 1
0

Ответ: $67_{10} = 1000011_2$

Представим число 67_{10} в восьмеричной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 103_8$

Представим число 67_{10} в шестнадцатеричной с/с:

$$\begin{array}{r|l} -67 & 16 \\ \underline{64} & 4 \\ 3 & \end{array}$$

Ответ: $67_{10} = 43_{16}$

Правила перехода

Из десятичной системы счисления
в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньшим основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

Представим число 123_{10} в шестнадцатеричной системе счисления:

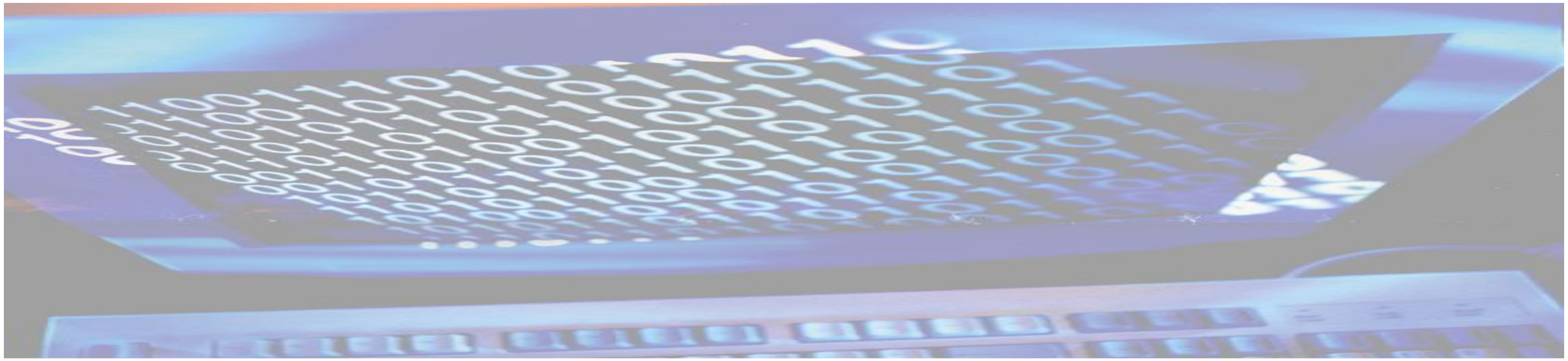
$$
\begin{array}{r|l}
-\,123 & 16 \\
112 & 7 \\
\hline
11 & \\
B &
\end{array}
$$

Ответ: $123_{10} = 7B_{16}$

22.01.17

Перевод чисел

из двоичной системы счисления в восьмеричную, шестнадцатеричную и обратно».



Перевод чисел с основанием 2^n

Двоичная система, являющаяся основой компьютерной арифметики, весьма громоздка и неудобна для использования человеком.

Поэтому программисты используют две кратные двоичной системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную.

$8=2^3$ $16=2^4$

Таблица натуральных чисел в четырех системах счисления

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	1106	6	
7	1117	7	
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Тройка двоичных цифр - **триада**

Четвёрка двоичных цифр - **тетрада**

Правила

$10101101_2 \rightarrow \underset{2}{\underline{10}}\ \ \underset{5}{\underline{101}}\ \ \underset{5}{\underline{101}} \rightarrow 255_8.$

Деление на группы в целой части идёт справа налево

Для перевода дробной части число читается слева направо.

$0,\underline{100}\ \underline{110}_2 \rightarrow 0,46_8$

$0,19_{10} = 0,\underline{001}\ \underline{100}\ 0_2 \rightarrow 0,14_8$

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Убедимся в правильности алгоритма:

$\mathbf{10101101_2} \rightarrow \underline{010}\ \underline{101}\ \underline{101} \rightarrow 255_8.$

2 5 5

$\mathbf{10101101_2} = 1*2^7+1*2^5+1*2^3+1*2^2+1*2^0$

$=1*128+1*32+1*8+1*4+1*1= 128+32+8+4+1 = 173_{10}$

$\mathbf{255_8} = 2*8^2+5*8^1+5*8^0 = 2*64+5*8+5*1=$

$=128+40+5 = 173_{10}.$

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Убедимся в правильности

10101101_2 $\rightarrow \underline{010}\ \underline{101}\ \underline{101} \rightarrow 255_8$.

2 5 5

255_8 = $2*8^2+5*8^1+5*8^0 = 2*64+5*8+5*1=$

$=128+40+5 = 173_{10}$.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024

Для дробной части

Если в триаде или тетраде не хватает цифр, то дописывают нули справа.

$\mathbf{0{,}100\ 11_{2}} \rightarrow \mathbf{0{,}100\ 110_{2}} \rightarrow \mathbf{0{,}46_{8}}$

$\mathbf{0{,}100\ 110} \rightarrow 1*2^{-1}+\cancel{0*2^{-2}}+\cancel{0*2^{-3}}+1*2^{-4}+1*2^{-5}+\cancel{0*2^{-6}} =$

$= 1*0{,}5+1*0{,}0625+1*0{,}031=0{,}594_{\mathbf{10}}$

$\mathbf{0{,}46_{8}} \rightarrow 4*8^{-1}+6*8^{-2} \rightarrow 4*0{,}125+6*0{,}0156 \mathbf{=} 0{,}594_{\mathbf{10}}$

2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}
		8^{-1}			8^{-2}		
0,5	0,25	0,125	0,0625	0,031	0,0156	0,0078	0,0039

Правила

$315_8 \rightarrow \underline{\ 3\ }\quad \underline{\ 1\ }\quad \underline{\ 5\ } \rightarrow 11\ 001\ 101_2$

011 001 101

Если в триаде или тетраде не хватает цифр, то дописывают нули слева.

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

Пример для 16-ой системы счисления

$10101101_2 \rightarrow$ 1010   1101 $\rightarrow AD_{16}$

A   D

$D5_{16} \rightarrow$ D   5 $\rightarrow 11010101_2$

1101   0101

10-я	2-я	8-я	16-я
0	0	0	0
1	1	1	1
2	10	2	2
3	11	3	3
4	100	4	4
5	101	5	5
6	110	6	6
7	111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F
16	10000	20	10

l Задание в аудитории:

- Перевести в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1010101{,}01111_2$
- Перевести в 2-ичную систему счисления число $EF{,}12_{16}$
- Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с

Задание на вторник 24.01

I. (остаток от занятия) Дано двоичное число $1010101{,}01111_2$

- Дано шестнадцатеричное число $EF{,}12_{16}$
- Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с

II. Перевести через таблицу в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1111010111{,}11101101_2$

- Перевести в 2-ичную систему счисления число $A07{,}0F_{16}$

II. Дано десятичное число 279. Перевести его в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления.

$$279_{10} = A_2 = A_8 = A_{16}$$