

Занятие в четверг у заочников ИФТИС
первая пара курса

Теоретические основы информатики

Представление числа в различных системах счисления (часть 2)

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
<i>Позиционные</i>		
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
<i>Непозиционные</i>		
Римская		I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000)

$$MCMXCVIII = 1000 + (1000 - 100) + (100 - 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1998$$

Запись числа из n цифр в виде полинома в системе счисления с основанием m

$$X_{n-1}X_{n-2}X_{n-3}\dots X_1X_0 =$$

$$= X_{n-1} * m^{n-1} + X_{n-2} * m^{n-2} + X_{n-3} * m^{n-3} + \dots + X_1 * m^1 + X_0 * m^0$$

m^i -вес i – го знакоместа $0 \leq i \leq (n-1)$

X_i - СИМВОЛ В i – й ПОЗИЦИИ $0 \leq x_i \leq (m-1)$

Десятичное число записываем в полной форме:

$$6402_{10} = 6 * 10^3 + 4 * 10^2 + 0 * 10^1 + 2 * 10^0 =$$

$$= 6000 + 400 + 0 + 2 * 1$$

$$m = 10 \quad n = 4$$

i	3	2	1	0
x_i	6	4	0	2
m^i	1000	100	10	1

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную.

Используем таблицу степеней двойки

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	516	1024

Двоичное число записываем в полной форме:

$$(1011)_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = \\ = 8 + 0 + 2 + 1 = (11)_{10}$$

Представим число 1000011_2
в десятичной системе счисления:

$$1^6 0^5 0^4 0^3 0^2 1^1 1^0 =$$

$$= 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 =$$

$$= 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 64 = 67_{10}$$

$$a^0 = 1$$

Свойство степени

Ответ:

$$1000011_2 = 67_{10}$$

Представим число 103_8
в десятичной системе счисления:

$$1^2 0^1 3^0 = 3 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 3 + 0 + 64 = 67_{10}$$

Ответ: $103_8 = 67_{10}$

Представим число $7B_{16}$
в десятичной системе счисления:

$$7^1 B^0 = 11 \cdot 16^0 + 7 \cdot 16^1 = 11 + 112 = 123_{10}$$

Ответ: $7B_{16} = 123_{10}$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную.

1. Десятичное число делится нацело на 2, пока это возможно.
2. На каждом шаге записывается остаток от деления.
3. Снизу вверх записываем цифры, начиная с последнего частного и все остатки от деления.

$6402:2=3201+0$	$100:2=50+0$
$3201:2=1600+1$	$50:2=25+0$
$1600:2=800+0$	$25:2=12+1$
$800:2=400+0$	$12:2=6+0$
$400:2=200+0$	$6:2=3+0$
$200:2=100+0$	$3:2=1+1$
	1

The diagram shows two columns of division steps. The left column starts with 6402 and the right column starts with 100. Both columns are divided by 2 repeatedly. The remainders are written as '+0' or '+1'. A vertical arrow on the left points upwards, and a vertical arrow on the right points upwards. A horizontal arrow at the bottom points from the '1' remainder to the right, indicating the final result.

$$6402_{10} = \underline{1\ 100\ 100\ 000\ 010}_2$$

Перевод дробных чисел из 10-ой системы счисления в 2 с/с.

1. Десятичная дробь последовательно умножается на основание системы счисления 2.
2. На каждом шаге записывается в результат полученная целая часть, которая в дальнейшем умножении не участвует.
3. Количество операций умножения зависит от требуемой точности вычислений.

$0,19 \cdot 2$	$1,04 \cdot 2$
$0,38 \cdot 2$	$0,08 \cdot 2$
$0,76 \cdot 2$	$0,16 \cdot 2$
$1,52 \cdot 2$	$0,32$

$$0,19_{10} = 0,001\ 100\ 0_2$$

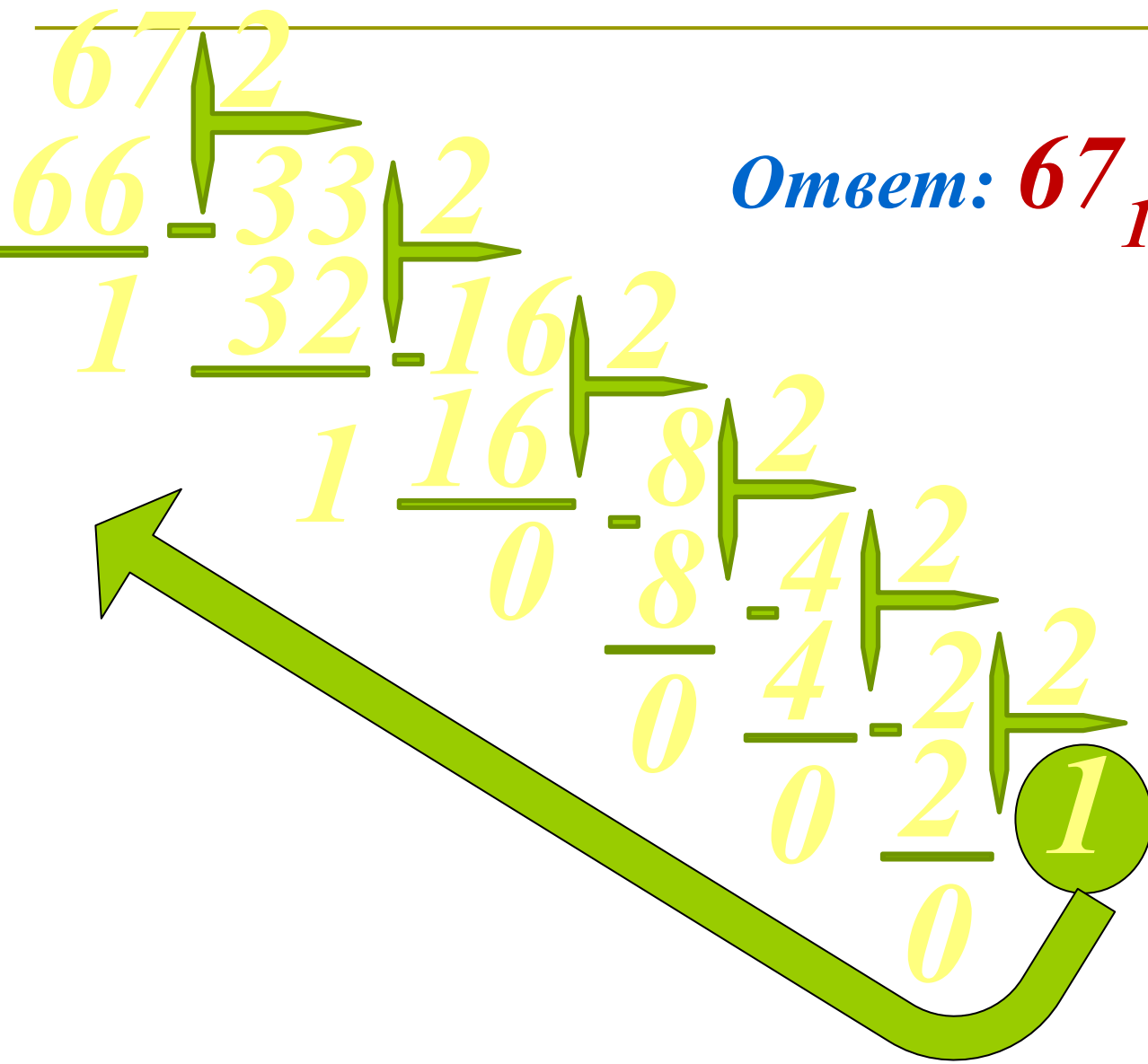
Представим число **67**, записанное в десятичной системе счисления в позиционных системах счисления: двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной.

$$67_{10} = A_2$$

$$67_{10} = A_8$$

$$67_{10} = A_{16}$$

Представим число 67_{10}
в двоичной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 1000011_2$

Представим число 67_{10}
в восьмеричной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 103_8$

Представим число 67_{10}
в шестнадцатеричной с/с:



Ответ: $67_{10} = 43_{16}$

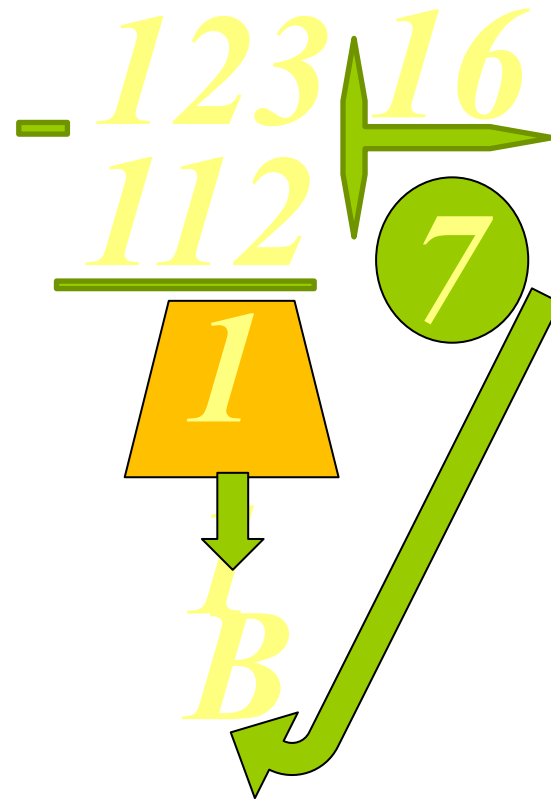
Правила перехода

Из десятичной системы счисления

в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

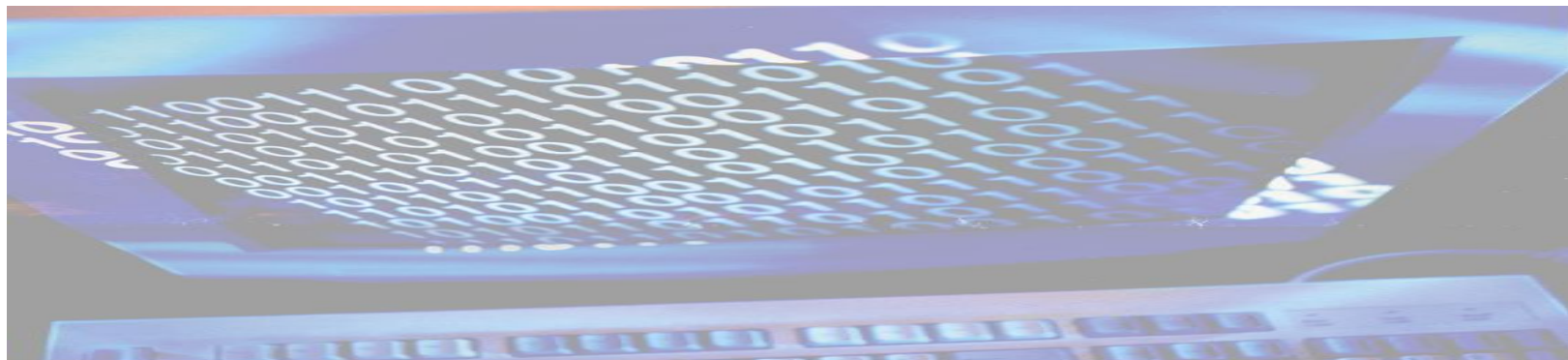
Представим число 123_{10}
в шестнадцатеричной системе счисления:



Ответ: $123_{10} = 7B_{16}$

Перевод чисел

**из двоичной системы счисления
в восьмеричную,
шестнадцатеричную и обратно».**



Перевод чисел с основанием 2^n

Двоичная система, являющаяся основой компьютерной арифметики, весьма громоздка и неудобна для использования человеком.

Поэтому программисты используют две кратные двоичной системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную.

$$8=2^3$$

$$16=2^4$$

Таблица натуральных чисел в четырех системах счисления

Тройка двоичных цифр - триада

Четвёрка двоичных цифр - тетрада

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Правила

$$10101101_2 \rightarrow \underline{10}_2 \ \underline{101}_5 \ \underline{101}_5 \rightarrow 255_8.$$

Деление на группы в **целой части** идёт **справа налево**

Для перевода **дробной части** число читается **слева направо**.

$$0,\underline{100}_2 \ \underline{110}_2 \rightarrow 0,46_8$$

$$0,19_{10} = 0,\underline{001}_2 \ \underline{100}_2 \ 0_2 \rightarrow 0,14_8$$

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Убедимся в правильности алгоритма:

$$10101101_2 \rightarrow \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5 \underbrace{101}_5 \rightarrow 255_8.$$

$$10101101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 \\ = 1 \cdot 128 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 173_{10}$$

$$255_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = \\ = 128 + 40 + 5 = 173_{10}.$$

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024 ²⁰

Убедимся в правильности

$$10101101_2 \rightarrow \begin{array}{ccc} \underline{010} & \underline{101} & \underline{101} \\ 2 & 5 & 5 \end{array} \rightarrow 255_8.$$

$$255_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = \\ = 128 + 40 + 5 = 173_{10}.$$

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024 ²¹

Для дробной части

Если в триаде или тетраде не хватает цифр,
то дописывают нули справа.

$$0,100\ 11_2 \rightarrow 0,100\ 110_2 \rightarrow 0,46_8$$

$$0,100\ 110 \rightarrow 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 0 \cdot 2^{-6} =$$
$$= 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,031 = 0,594_{10}$$

$$0,46_8 \rightarrow 4 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} \rightarrow 4 \cdot 0,125 + 6 \cdot 0,0156 = 0,594_{10}$$

2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}
		8^{-1}			8^{-2}		
0,5	0,25	0,125	0,0625	0,031	0,0156	0,0078	0,0039 ₂₂

Правила

$$315_8 \rightarrow \underline{3} \quad \underline{1} \quad \underline{5} \rightarrow 11\ 001\ 101_2$$

$$011 \quad 001 \quad 101$$

Если в триаде или тетраде
не хватает цифр, то
дописывают нули слева.

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Пример для 16-ой системы счисления

$$10101101_2 \xrightarrow{\text{A}} \underline{1010} \quad \underline{1101} \xrightarrow{\text{D}} \text{AD}_{16}$$

$$\text{D5}_{16} \xrightarrow{\text{D}} \underline{1101} \quad \underline{0101} \xrightarrow{5} 11010101_2$$

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Задание в аудитории:

- Перевести в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1010101,01111_2$
- Перевести в 2-ичную систему счисления число $EF,12_{16}$
- Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с

Задание на вторник 24.01

- I. (остаток от занятия) Дано двоичное число $1010101,01111_2$
- Дано шестнадцатеричное число $EF,12_{16}$
 - Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с
- II. Перевести через таблицу в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1111010111,11101101_2$
- Перевести в 2-ичную систему счисления число $A07,0F_{16}$
- III. Дано десятичное число 279. Перевести его в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления.

$$279_{10} = A_2 = A_8 = A_{16}$$