

Занятие в четверг у заочников ИФТИС
первая пара курса

Теоретические основы информатики

Представление числа в различных системах счисления (часть 2)

Система счисления	Основание	Алфавит цифр
<i>Позиционные</i>		
Десятичная	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
Двоичная	2	0, 1
Восьмеричная	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
Шестнадцатеричная	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F
<i>Непозиционные</i>		
Римская		I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000)

$$MCMXCVIII = 1000 + (1000 - 100) + (100 - 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1998$$

Запись числа из n цифр в виде полинома в системе счисления с основанием m

$$X_{n-1}X_{n-2}X_{n-3}\dots X_1X_0 =$$

$$= X_{n-1} * m^{n-1} + X_{n-2} * m^{n-2} + X_{n-3} * m^{n-3} + \dots + X_1 * m^1 + X_0 * m^0$$

m^i -вес i – го знакоместа $0 \leq i \leq (n-1)$

X_i - СИМВОЛ В i – й ПОЗИЦИИ $0 \leq x_i \leq (m-1)$

Десятичное число записываем в полной форме:

$$6402_{10} = 6 * 10^3 + 4 * 10^2 + 0 * 10^1 + 2 * 10^0 =$$

$$= 6000 + 400 + 0 + 2 * 1$$

$$m = 10 \quad n = 4$$

i	3	2	1	0
x_i	6	4	0	2
m^i	1000	100	10	1

Перевод чисел из двоичной системы счисления в десятичную.

Используем таблицу степеней двойки

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
1	2	4	8	16	32	64	128	256	516	1024

Двоичное число записываем в полной форме:

$$(1011)_2 = 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 = \\ = 8 + 0 + 2 + 1 = (11)_{10}$$

Представим число 1000011_2
в десятичной системе счисления:

$$1^6 0^5 0^4 0^3 0^2 1^1 1^0 =$$

$$= 1 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^2 + 0 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^4 + 0 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^6 =$$

$$= 1 + 2 + 0 + 0 + 0 + 0 + 64 = 67_{10}$$

$$a^0 = 1$$

Свойство степени

Ответ:

$$1000011_2 = 67_{10}$$

Представим число 103_8
в десятичной системе счисления:

$$1^2 0^1 3^0 = 3 \cdot 8^0 + 0 \cdot 8^1 + 1 \cdot 8^2 = 3 + 0 + 64 = 67_{10}$$

Ответ: $103_8 = 67_{10}$

Представим число $7B_{16}$
в десятичной системе счисления:

$$7^1B^0 = 11 \cdot 16^0 + 7 \cdot 16^1 = 11 + 112 = 123_{10}$$

Ответ: $7B_{16} = 123_{10}$

Перевод чисел из десятичной системы счисления в двоичную.

1. Десятичное число делится нацело на 2, пока это возможно.
2. На каждом шаге записывается остаток от деления.
3. Снизу вверх записываем цифры, начиная с последнего частного и все остатки от деления.

$6402:2=3201+0$	$100:2=50+0$
$3201:2=1600+1$	$50:2=25+0$
$1600:2=800+0$	$25:2=12+1$
$800:2=400+0$	$12:2=6+0$
$400:2=200+0$	$6:2=3+0$
$200:2=100+0$	$3:2=1+1$
	1

The diagram shows two columns of division steps. The left column starts with 6402 and the right column starts with 100. Arrows indicate that the numbers in the right column are the quotients from the left column. A vertical arrow on the left points upwards, and a vertical arrow on the right points upwards. A horizontal arrow at the bottom points from the right column towards the final binary representation.

$$6402_{10} = \underline{1\ 100\ 100\ 000\ 010}_2$$

Перевод дробных чисел из 10-ой системы счисления в 2 с/с.

1. Десятичная дробь последовательно умножается на основание системы счисления 2.
2. На каждом шаге записывается в результат полученная целая часть, которая в дальнейшем умножении не участвует.
3. Количество операций умножения зависит от требуемой точности вычислений.

$$0,19 \cdot 2 \quad 1,04 \cdot 2$$

$$0,38 \cdot 2 \quad 0,08 \cdot 2$$

$$0,76 \cdot 2 \quad 0,16 \cdot 2$$

$$1,52 \cdot 2 \quad 0,32$$

$$0,19_{10} = 0,001\ 100\ 0_2$$

Представим число **67**, записанное в десятичной системе счисления в позиционных системах счисления: двоичной, восьмеричной, шестнадцатеричной.

$$67_{10} = A_2$$

$$67_{10} = A_8$$

$$67_{10} = A_{16}$$

Представим число 67_{10}
 в двоичной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 1000011_2$

Представим число 67_{10}
в восьмеричной системе счисления:



Ответ: $67_{10} = 103_8$

Представим число 67_{10}
в шестнадцатеричной с/с:



Ответ: $67_{10} = 43_{16}$

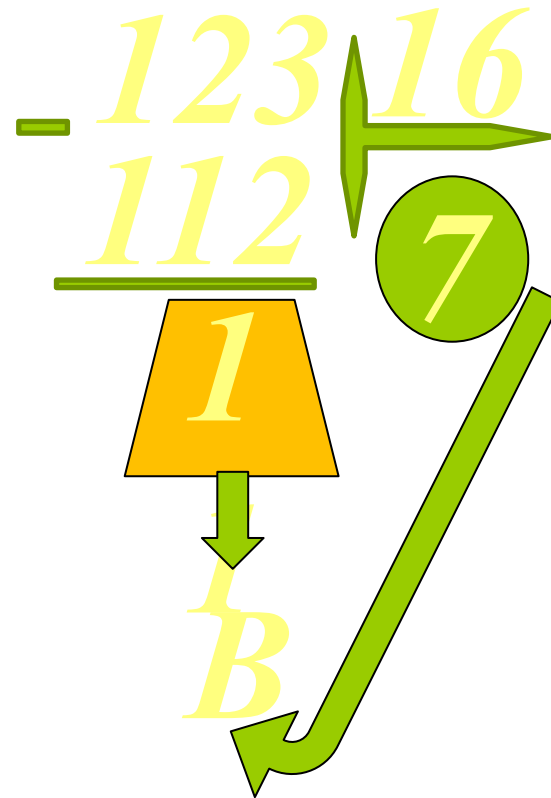
Правила перехода

Из десятичной системы счисления

в позиционные системы счисления:

- Разделить десятичное число на основание системы счисления. Получится частное и остаток.
- Выполнять деление до тех пор, пока последнее частное не станет меньше основания новой системы счисления.
- Записать последнее частное и все остатки в обратном порядке. Полученное число и будет записью в новой системы счисления.

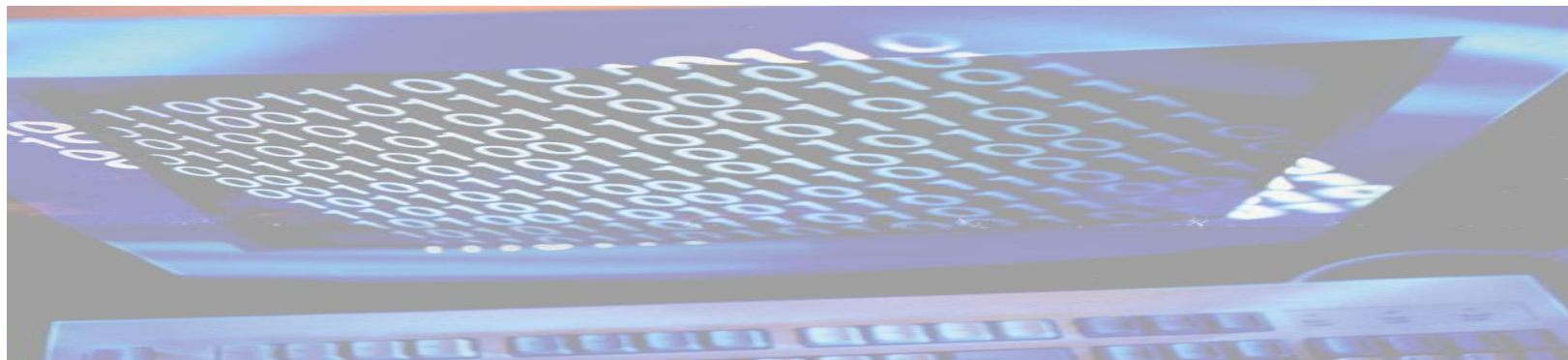
Представим число 123_{10}
в шестнадцатеричной системе счисления:



Ответ: $123_{10} = 7B_{16}$

Перевод чисел

**из двоичной системы счисления
в восьмеричную,
шестнадцатеричную и обратно».**



Перевод чисел с основанием 2^n

Двоичная система, являющаяся основой компьютерной арифметики, весьма громоздка и неудобна для использования человеком.

Поэтому программисты используют две кратные двоичной системы счисления: восьмеричную и шестнадцатеричную.

$$8=2^3 \quad 16=2^4$$

Таблица натуральных чисел в четырех системах счисления

Тройка двоичных цифр - триада

Четвёрка двоичных цифр - тетрада

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Правила

$$10101101_2 \rightarrow \underline{10}_2 \ \underline{101}_5 \ \underline{101}_5 \rightarrow 255_8.$$

Деление на группы в **целой части** идёт **справа налево**

Для перевода **дробной части** число читается **слева направо**.

$$0,\underline{100}_2 \ \underline{110}_2 \rightarrow 0,46_8$$

$$0,19_{10} = 0,\underline{001}_2 \ \underline{100}_2 \ 0_2 \rightarrow 0,14_8$$

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Убедимся в правильности алгоритма:

$$10101101_2 \rightarrow \underbrace{010}_2 \underbrace{101}_5 \underbrace{101}_5 \rightarrow 255_8.$$

$$10101101_2 = 1 \cdot 2^7 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^0 \\ = 1 \cdot 128 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 4 + 1 \cdot 1 = 128 + 32 + 8 + 4 + 1 = 173_{10}$$

$$255_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = \\ = 128 + 40 + 5 = 173_{10}.$$

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024 ²⁰

Убедимся в правильности

$$10101101_2 \rightarrow \begin{array}{ccc} \underline{010} & \underline{101} & \underline{101} \\ 2 & 5 & 5 \end{array} \rightarrow 255_8.$$

$$255_8 = 2 \cdot 8^2 + 5 \cdot 8^1 + 5 \cdot 8^0 = 2 \cdot 64 + 5 \cdot 8 + 5 \cdot 1 = \\ = 128 + 40 + 5 = 173_{10}.$$

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}
8^0			8^1			8^2			8^3	
1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024 ²¹

Для дробной части

Если в триаде или тетраде не хватает цифр,
то дописывают нули справа.

$$0,100\ 11_2 \rightarrow 0,100\ 110_2 \rightarrow 0,46_8$$

$$0,100\ 110 \rightarrow 1 \cdot 2^{-1} + 0 \cdot 2^{-2} + 0 \cdot 2^{-3} + 1 \cdot 2^{-4} + 1 \cdot 2^{-5} + 0 \cdot 2^{-6} =$$
$$= 1 \cdot 0,5 + 1 \cdot 0,0625 + 1 \cdot 0,031 = 0,594_{10}$$

$$0,46_8 \rightarrow 4 \cdot 8^{-1} + 6 \cdot 8^{-2} \rightarrow 4 \cdot 0,125 + 6 \cdot 0,0156 = 0,594_{10}$$

2^{-1}	2^{-2}	2^{-3}	2^{-4}	2^{-5}	2^{-6}	2^{-7}	2^{-8}
		8^{-1}			8^{-2}		
0,5	0,25	0,125	0,0625	0,031	0,0156	0,0078	0,0039 ₂₂

Правила

$$315_8 \rightarrow \underline{3} \quad \underline{1} \quad \underline{5} \rightarrow 11\ 001\ 101_2$$

$$011 \quad 001 \quad 101$$

Если в триаде или тетраде
не хватает цифр, то
дописывают нули слева.

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Пример для 16-ой системы счисления

$$10101101_2 \xrightarrow{\text{A}} \underline{1010} \quad \underline{1101} \xrightarrow{\text{D}} AD_{16}$$

$$D5_{16} \xrightarrow{\text{D}} \underline{1101} \quad \underline{0101} \xrightarrow{5} 11010101_2$$

<u>10-я</u>	<u>2-я</u>	<u>8-я</u>	<u>16-я</u>
<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>	<u>0</u>
<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>	<u>1</u>
<u>2</u>	<u>10</u>	<u>2</u>	<u>2</u>
<u>3</u>	<u>11</u>	<u>3</u>	<u>3</u>
<u>4</u>	<u>100</u>	<u>4</u>	<u>4</u>
<u>5</u>	<u>101</u>	<u>5</u>	<u>5</u>
<u>6</u>	<u>110</u>	<u>6</u>	
<u>7</u>	<u>111</u>	<u>7</u>	
<u>8</u>	<u>1000</u>	<u>10</u>	<u>8</u>
<u>9</u>	<u>1001</u>	<u>11</u>	<u>9</u>
<u>10</u>	<u>1010</u>	<u>12</u>	<u>A</u>
<u>11</u>	<u>1011</u>	<u>13</u>	<u>B</u>
<u>12</u>	<u>1100</u>	<u>14</u>	<u>C</u>
<u>13</u>	<u>1101</u>	<u>15</u>	<u>D</u>
<u>14</u>	<u>1110</u>	<u>16</u>	<u>E</u>
<u>15</u>	<u>1111</u>	<u>17</u>	<u>F</u>
<u>16</u>	<u>10000</u>	<u>20</u>	<u>10</u>

Задание в аудитории:

- Перевести в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1010101,01111_2$
- Перевести в 2-ичную систему счисления число $EF,12_{16}$
- Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с

Задание на вторник 24.01

- I. (остаток от занятия) Дано двоичное число $1010101,01111_2$
- Дано шестнадцатеричное число $EF,12_{16}$
 - Перевести эти 2 числа в 10-ную с/с
- II. Перевести через таблицу в 8-ричную и 16-ричную системы счисления двоичное число $1111010111,11101101_2$
- Перевести в 2-ичную систему счисления число $A07,0F_{16}$
- III. Дано десятичное число 279. Перевести его в двоичную, восьмеричную и шестнадцатеричную систему счисления.

$$279_{10} = A_2 = A_8 = A_{16}$$