Раздел 10

Уравнения динамики движения

Раздел 10. Уравнения динамики движения

Формирование динамических матриц

- В MSC.Nastran предусмотрены прямой и модальный методы анализа переходного процесса, вычисления частотного отклика и выполнения комплексного анализа собственных колебаний.
- В зависимости от метода анализа динамические матрицы формируются различными способами.

Прямые методы анализа

- Уравнение колебаний, используемое в прямом методе, записывается как

$$\left[M_{dd}p^2 + B_{dd}p + K_{dd}\right]\{u_d\} = \{P_d\}$$

- где   p – оператор дифференцирования
-      u_d – объединенный набор A-set + E-set (“внешние” переменные)
- Для анализа частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{dd}] = (1+ig)[K^1_{dd}] + [K^2_{dd}] + i[K^4_{dd}]$$
$$[B_{dd}] = [B^1_{dd}] + [B^2_{dd}]$$
$$[M_{dd}] = [M^1_{dd}] + [M^2_{dd}]$$

- Для анализа переходного процесса динамические матрицы записываются как

$$[K_{dd}] = [K^1_{dd}] + [K^2_{dd}]$$
$$[B_{dd}] = [B^1_{dd}] + [B^2_{dd}] + \frac{g}{\omega_3}[K^1_{dd}] + \frac{1}{\omega_4}[K^4_{dd}]$$
$$[M_{dd}] = [M^1_{dd}] + [M^2_{dd}]$$

Классификация динамических матриц

- $[K^1_{dd}]$ - редуцированная матрица жесткости конструкции плюс редуцированная матрица прямого ввода K2GG (симметричная).
-
- $[K^2_{dd}]$ - редуцированная матрица прямого ввода K2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).
-
- $[K^4_{dd}]$ - результат редуцирования матрицы демпфирования конструкции, полученной комбинированием произведений матриц жесткости элементов $[K_e]$ на соответствующие коэффициенты демпфирования g_e (симметричная).
-
- $[B^1_{dd}]$ - редуцированная матрица вязкого демпфирования плюс редуцированная матрица прямого ввода B2GG (симметричная).
-

MSC Mechanical Solutions
A Division of MSC.Software

Классификация динамических матриц

- $[B^2_{dd}]$ - редуцированная матрица прямого ввода B2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).

- $[M^1_{dd}]$ - редуцированная матрица масс плюс редуцированная матрица прямого ввода M2GG (симметричная).

- $[M^2_{dd}]$ - редуцированная матрица прямого ввода M2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или не симметричная).

- g, ω_3, ω_4 – константы, задаваемые пользователем.

Классификация динамических матриц

- Формирование матриц $[K^1_{dd}]$, $[K^4_{dd}]$, $[M^1_{dd}]$ и $[B^1_{dd}]$ производится расширением матриц $[K_{aa}]$, $[K^4_{aa}]$, $[M_{aa}]$ и $[B_{aa}]$; в не занятые столбцы и строки для внешних переменных добавляются нули.
- Внешние переменные могут ссылаться только на $[K^2_{dd}]$,$[B^2_{dd}]$и $[M^2_{dd}]$
- Матрицы прямого ввода $[K^2_{pp}]$, $[B^2_{pp}]$ и $[M^2_{pp}]$ обрабатываются путем удаления строк и столбцов, соответствующих закрепленным (зависимым) переменным (SPC, MPC), редуцируются.
- <u>Замечание</u>: процедуры закрепления и редуцирования могут удалять только узлы GRID и скалярные переменные, но не могут удалять *внешние* переменные.
- Матрицы $[K_{dd}]$, $[B_{dd}]$ и $[M_{dd}]$ проверяются на наличие строк и столбцов, имеющих нулевые значения во всех трех матрицах. При обнаружении таковых при анализе переходного процесса или частотного отклика в указанные строки и столбцы матрицы $[K_{dd}]$ добавляются единицы, а при комплексном анализе собственных колебаний эти строки и столбцы из матриц $[K_{dd}]$, $[B_{dd}]$ и $[M_{dd}]$ удаляются.

Модальные методы анализа

- **Уравнение колебаний, используемое в модальном методе:**

$$[M_{hh}p^2 + B_{hh}p + K_{hh}]\{u_h\} = \{p_h\}$$

- **где p - оператор дифференцирования**
- **u_h - объединенный набор модальных координат ξ_i**
- **плюс внешних переменных u_e.**
- **Соотношение между ξ_i и u_a:**

$$\{u_a\} = [\phi_{ai}]\{\xi_i\}$$

- **где $[\varphi_{ai}]$ – матрица собственных векторов, вычисляемая в результате**
- **действительного анализа собственных колебаний.**
- **Соотношение между u_h и u_d ($[\varphi_{dh}]$ – это расширенная за счет включения внешних переменных матрица $[\varphi_{ai}]$):**

$$\{u_d\} = [\phi_{dh}]\{u_h\}$$

- **где**

$$[\phi_{dh}] = \begin{bmatrix} \phi_{ai} & 0 \\ 0 & I_{ee} \end{bmatrix}$$

$$\{u_h\} = \begin{bmatrix} \xi_i \\ u_e \end{bmatrix}$$

Модальные методы анализа

- Для расчета частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T(ig[K^1_{dd}] + [K^2_{dd}] + i[K^4_{dd}])[\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T([B^1_{dd}] + [B^2_{dd}])[\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T[M^2_{dd}][\phi_{dh}]$$

- где $[m_i]$ - диагональная матрица, причем $m_{ii} = [\phi_{ai}]^T[M_{aa}][\phi_{ai}]$
- $[b_i]$ - диагональная матрица, причем $b_{ii} = \omega_i g(\omega_i) m_{ii}$ где
- ω_i – частота *i*-ой моды, а $g(\omega_i)$ – коэффициент
- демпфирования, полученный интерполяцией из
- таблицы TABDMP1
- $[k_i]$ - диагональная матрица, причем $k_{ii} = \omega^2_i m_{ii}$
- Если параметр

$$\mathrm{KDAMP} = -1, \text{ then}$$

$$m_{ii} = m_{ii}$$

$$b_{ii} = 0$$

$$k_{ii} = (1 + ig(\omega_i))k_{ii}$$

Модальные методы анализа

- $g(\omega_i)$ – коэффициент демпфирования, вычисляемый интерполяцией таблицы TABDMP1.

- Матрицы $[m_i]$, $[b_i]$ и $[k_i]$ расширяются путем добавления нулей в строки и столбцы, не занятые коэффициентами для внешних переменных (u_e).

- Динамические матрицы для анализа переходного процесса записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T [K^2_{dd}][\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T \left(B^1_{dd} + B^2_{dd} + \frac{g}{\omega_3}[K^1_{dd}] + \frac{1}{\omega_4}[K^1_{dd}]\right)[\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T [M^2_{dd}][\phi_{dh}]$$

- Если во всех модальных динамических уравнениях присутствуют только матрицы $[m_i]$, $[b_i]$ и $[k_i]$, то уравнения становятся несвязанными.