

# Раздел 10

## Уравнения динамики движения

# Раздел 10. Уравнения динамики движения

- **ФОРМИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТРИЦ.....10 - 3**
- **ПРЯМЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА..... 10 - 4**
- **КЛАССИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ МАТРИЦ..... 10 - 5**
- **МОДАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА..... 10 - 8**

# Формирование динамических матриц

- В MSC.Nastran предусмотрены прямой и модальный методы анализа переходного процесса, вычисления частотного отклика и выполнения комплексного анализа собственных колебаний.
- В зависимости от метода анализа динамические матрицы формируются различными способами.

# Прямые методы анализа

- Уравнение колебаний, используемое в прямом методе, записывается как

$$[M_{dd}p^2 + B_{dd}p + K_{dd}]\{u_d\} = \{P_d\}$$

- где  $p$  – оператор дифференцирования
- $u_d$  – объединенный набор A-set + E-set (“внешние” переменные)
- Для анализа частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{dd}] = (1 + ig)[K_{dd}^1] + [K_{dd}^2] + i[K_{dd}^4]$$

$$[B_{dd}] = [B_{dd}^1] + [B_{dd}^2]$$

$$[M_{dd}] = [M_{dd}^1] + [M_{dd}^2]$$

- Для анализа переходного процесса динамические матрицы записываются как

$$[K_{dd}] = [K_{dd}^1] + [K_{dd}^2]$$

$$[B_{dd}] = [B_{dd}^1] + [B_{dd}^2] + \frac{g}{\omega_3}[K_{dd}^1] + \frac{1}{\omega_4}[K_{dd}^4]$$

$$[M_{dd}] = [M_{dd}^1] + [M_{dd}^2]$$

# Классификация динамических матриц

- $[K_{dd}^1]$  - редуцированная матрица жесткости конструкции плюс редуцированная матрица прямого ввода K2GG (симметричная).
- 
- $[K_{dd}^2]$  - редуцированная матрица прямого ввода K2PP плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).
- 
- $[K_{dd}^4]$  - результат редуцирования матрицы демпфирования конструкции, полученной комбинированием произведений матриц жесткости элементов  $[K_e]$  на соответствующие коэффициенты демпфирования  $g_e$  (симметричная).
- 
- $[B_{dd}^1]$  - редуцированная матрица вязкого демпфирования плюс редуцированная матрица прямого ввода B2GG (симметричная).
-

# Классификация динамических матриц

- $[B_{dd}^2]$  - редуцированная матрица прямого ввода В2РР плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или несимметричная).
- $[M_{dd}^1]$  - редуцированная матрица масс плюс редуцированная матрица прямого ввода М2GG (симметричная).
- $[M_{dd}^2]$  - редуцированная матрица прямого ввода М2РР плюс редуцированные передаточные функции (симметричная или не симметричная).
- $g, \omega_3, \omega_4$  – константы, задаваемые пользователем.

# Классификация динамических матриц

- Формирование матриц  $[K_{dd}^1]$ ,  $[K_{dd}^4]$ ,  $[M_{dd}^1]$  и  $[B_{dd}^1]$  производится расширением матриц  $[K_{aa}]$ ,  $[K_{aa}^4]$ ,  $[M_{aa}]$  и  $[B_{aa}]$ ; в не занятые столбцы и строки для внешних переменных добавляются нули.
- Внешние переменные могут ссылаться только на  $[K_{dd}^2]$ ,  $[B_{dd}^2]$  и  $[M_{dd}^2]$
- Матрицы прямого ввода  $[K_{pp}^2]$ ,  $[B_{pp}^2]$  и  $[M_{pp}^2]$  обрабатываются путем удаления строк и столбцов, соответствующих закрепленным (зависимым) переменным (SPC, MPC), редуцируются.
- Замечание: процедуры закрепления и редуцирования могут удалять только узлы GRID и скалярные переменные, но не могут удалять *внешние* переменные.
- Матрицы  $[K_{dd}]$ ,  $[B_{dd}]$  и  $[M_{dd}]$  проверяются на наличие строк и столбцов, имеющих нулевые значения во всех трех матрицах. При обнаружении таковых при анализе переходного процесса или частотного отклика в указанные строки и столбцы матрицы  $[K_{dd}]$  добавляются единицы, а при комплексном анализе собственных колебаний эти строки и столбцы из матриц  $[K_{dd}]$ ,  $[B_{dd}]$  и  $[M_{dd}]$  удаляются.

# Модальные методы анализа

- Уравнение колебаний, используемое в модальном методе:

$$[M_{hh}p^2 + B_{hh}p + K_{hh}]\{u_h\} = \{p_h\}$$

- где  $p$  - оператор дифференцирования
- $u_h$  - объединенный набор модальных координат  $\xi_i$  плюс внешних переменных  $u_e$ .
- Соотношение между  $\xi_i$  и  $u_a$ :

$$\{u_a\} = [\phi_{ai}]\{\xi_i\}$$

- где  $[\phi_{ai}]$  – матрица собственных векторов, вычисляемая в результате действительного анализа собственных колебаний.
- Соотношение между  $u_h$  и  $u_d$  ( $[\phi_{dh}]$  – это расширенная за счет включения внешних переменных матрица  $[\phi_{ai}]$ ):

$$\{u_d\} = [\phi_{dh}]\{u_h\}$$

- где
- $$[\phi_{dh}] = \begin{bmatrix} \phi_{ai} & 0 \\ 0 & I_{ee} \end{bmatrix}$$
- $$\{u_h\} = \begin{bmatrix} \xi_i \\ u_e \end{bmatrix}$$



# Модальные методы анализа

- Для расчета частотного отклика и комплексного анализа собственных колебаний динамические матрицы записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T (ig[K_{dd}^1] + [K_{dd}^2] + i[K_{dd}^4]) [\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T ([B_{dd}^1] + [B_{dd}^2]) [\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T [M_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

- где  $[m_i]$  - диагональная матрица, причем  $m_{ii} = [\phi_{ai}]^T [M_{aa}] [\phi_{ai}]$
- $[b_i]$  - диагональная матрица, причем  $b_{ii} = \omega_i g(\omega_i) m_{ii}$  где
- $\omega_i$  - частота  $i$ -ой моды, а  $g(\omega_i)$  - коэффициент демпфирования, полученный интерполяцией из таблицы TABDMP1
- $[k_i]$  - диагональная матрица, причем  $k_{ii} = \omega_i^2 m_{ii}$
- Если параметр

**KDAMP = -1, then**

$$m_{ji} = m_{ij}$$

$$b_{ji} = 0$$

$$k_{ji} = (1 + ig(\omega_i)) k_{ij}$$

# Модальные методы анализа

- $g(\omega_i)$  – коэффициент демпфирования, вычисляемый интерполяцией таблицы TABDMP1.
- Матрицы  $[m_i]$ ,  $[b_i]$  и  $[k_i]$  расширяются путем добавления нулей в строки и столбцы, не занятые коэффициентами для внешних переменных ( $u_e$ ).
- Динамические матрицы для анализа переходного процесса записываются в виде:

$$[K_{hh}] = [k_i] + [\phi_{dh}]^T [K_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

$$[B_{hh}] = [b_i] + [\phi_{dh}]^T \left( B_{dd}^1 + B_{dd}^2 + \frac{g}{\omega_3} [K_{dd}^1] + \frac{1}{\omega_4} [K_{dd}^1] \right) [\phi_{dh}]$$

$$[M_{hh}] = [m_i] + [\phi_{dh}]^T [M_{dd}^2] [\phi_{dh}]$$

- Если во всех модальных динамических уравнениях присутствуют только матрицы  $[m_i]$ ,  $[b_i]$  и  $[k_i]$ , то уравнения становятся несвязанными.