

Математические основы векторной графики

Миром правят числа...

Мир компьютерной графики

- Греческие философы-пифагорейцы утверждали, что весь мир — число. И если в отношении всего мира, возможно, философы и преувеличили значение числа, то в отношении компьютерных технологий они оказались безусловно правы: весь компьютерный мир — число.

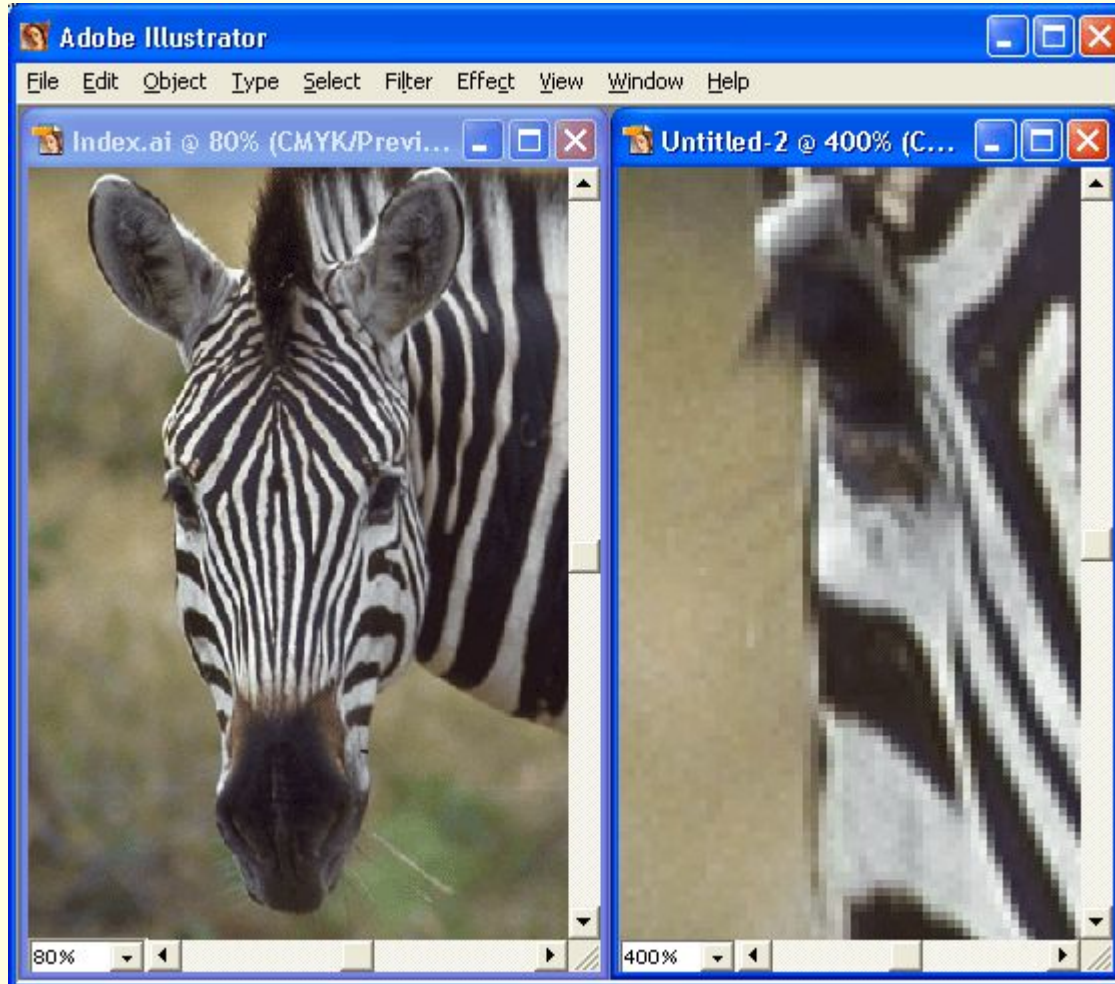
Миром правят числа



Мечтатели, сабиллы и пророки
Дорогами, запретными для мысли,
Проникли -вне сознания -далеко,
Туда, где светят царственные числа.

Валерий Брюсов «Числа»

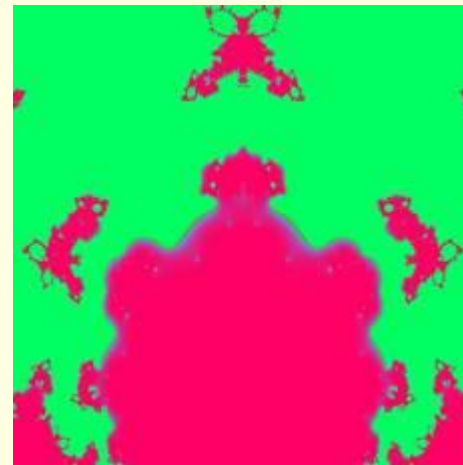
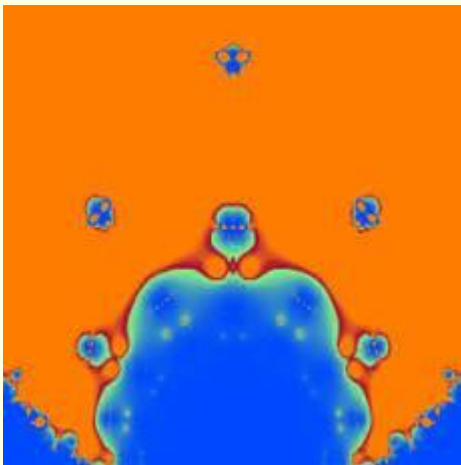
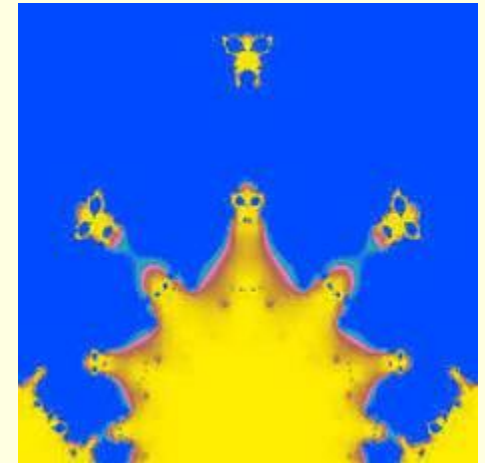
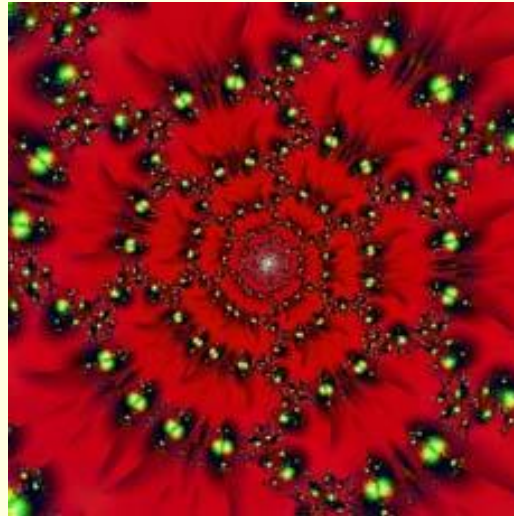
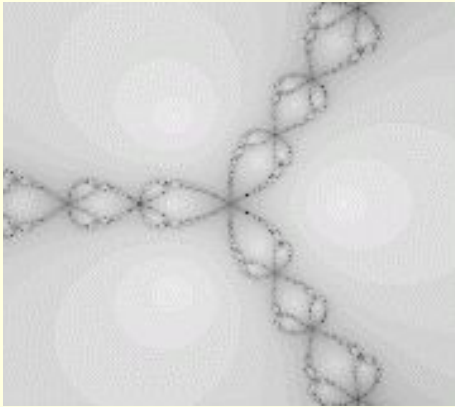
Пример растровой графики



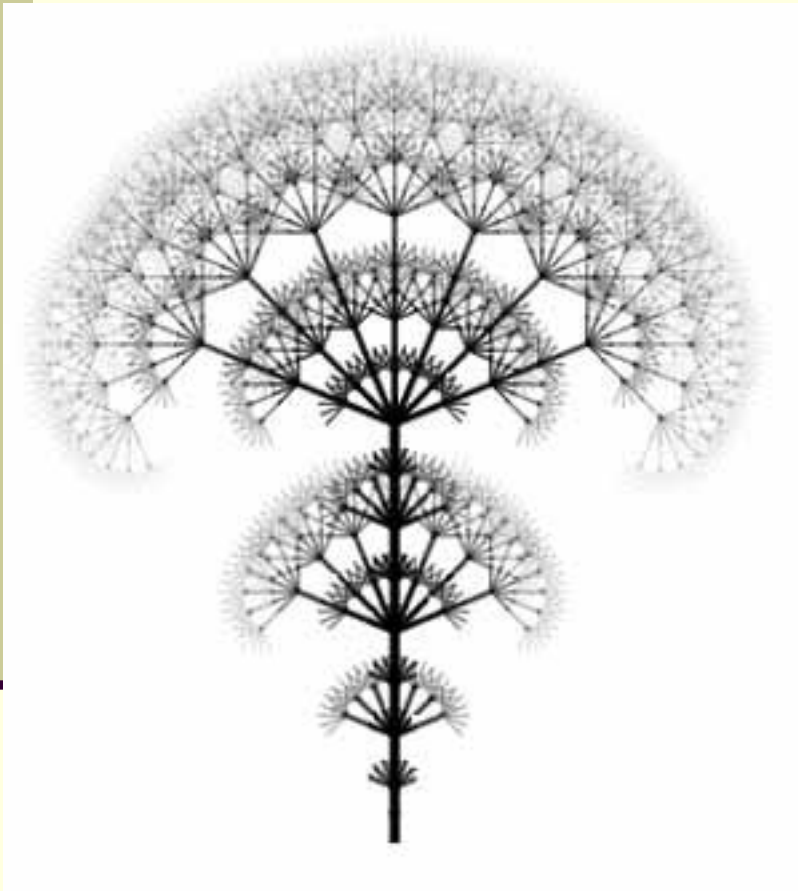
Фрактальная графика

- В математике существует понятие фрактала – геометрического образования, представляющего собой систему самоподобных фигур, расположенных относительно друг друга закономерным образом. Как форма и размер отдельных элементов, так и их взаимное расположение может быть описано математической формулой

Примеры фрактальной графики.

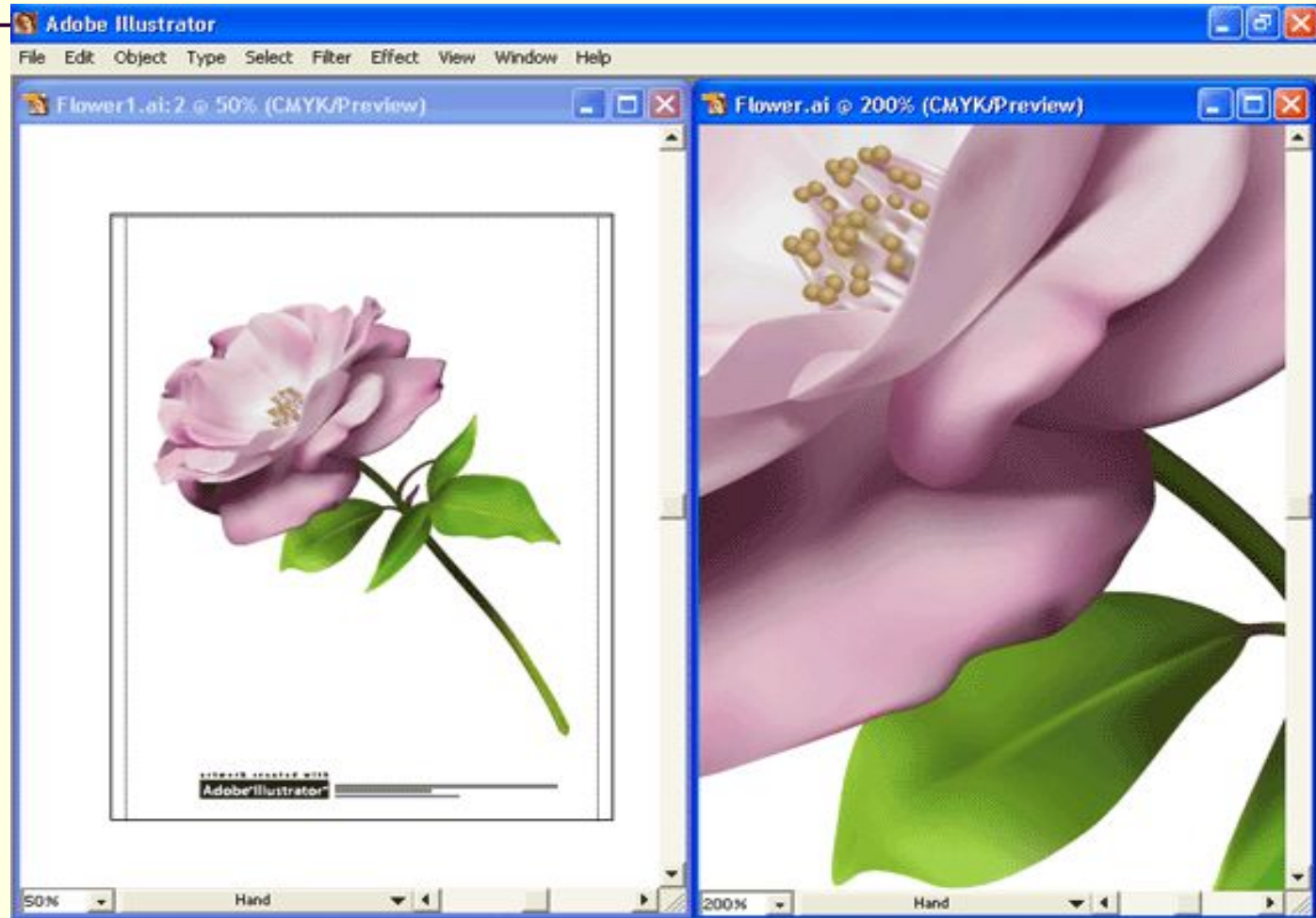


Фракталы в природе

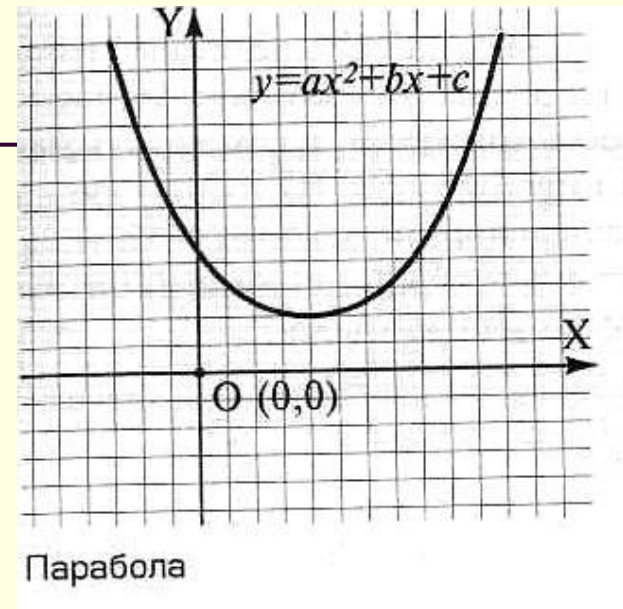
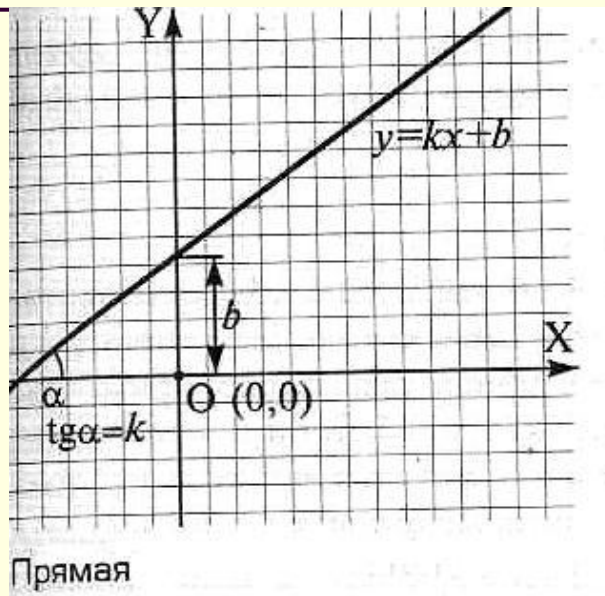


- Многие природные объекты самоподобны и состоят из повторяющихся элементов разных размеров. Очевидные примеры – дерево, куст, колония кораллов. Еще более наглядным примером может служить соцветие «сложный зонтик» – «зонтик», состоящий, в свою очередь, из маленьких зонтиков.

Пример векторной графики



Векторная графика



В основе векторной графики лежат математические представления о свойствах математических фигур. Простейшим объектом векторной графики является линия.

Кривая Безье

- Программа CorelDraw является редактором изображений, состоящих из объектов — векторных контуров, которым после их создания могут присваиваться параметры обводок и параметры заливок. Контуры, в свою очередь, описываются математическими формулами, в частности используется так называемая кривая Безье, названная в честь французского математика Пьера Безье (P. Bezier), который применял математические кривые и поверхности в процессе конструирования кузова автомобиля "Рено".

Продукция компании RENO



Начало-начал

- Собственно математическая теория, на основе которой появилась возможность использовать кривые в различных прикладных областях, была сформулирована в начале века российским и советским математиком академиком Сергеем Натановичем Бернштейном (1880—1968), который в 1899 году окончил Парижский университет.
-

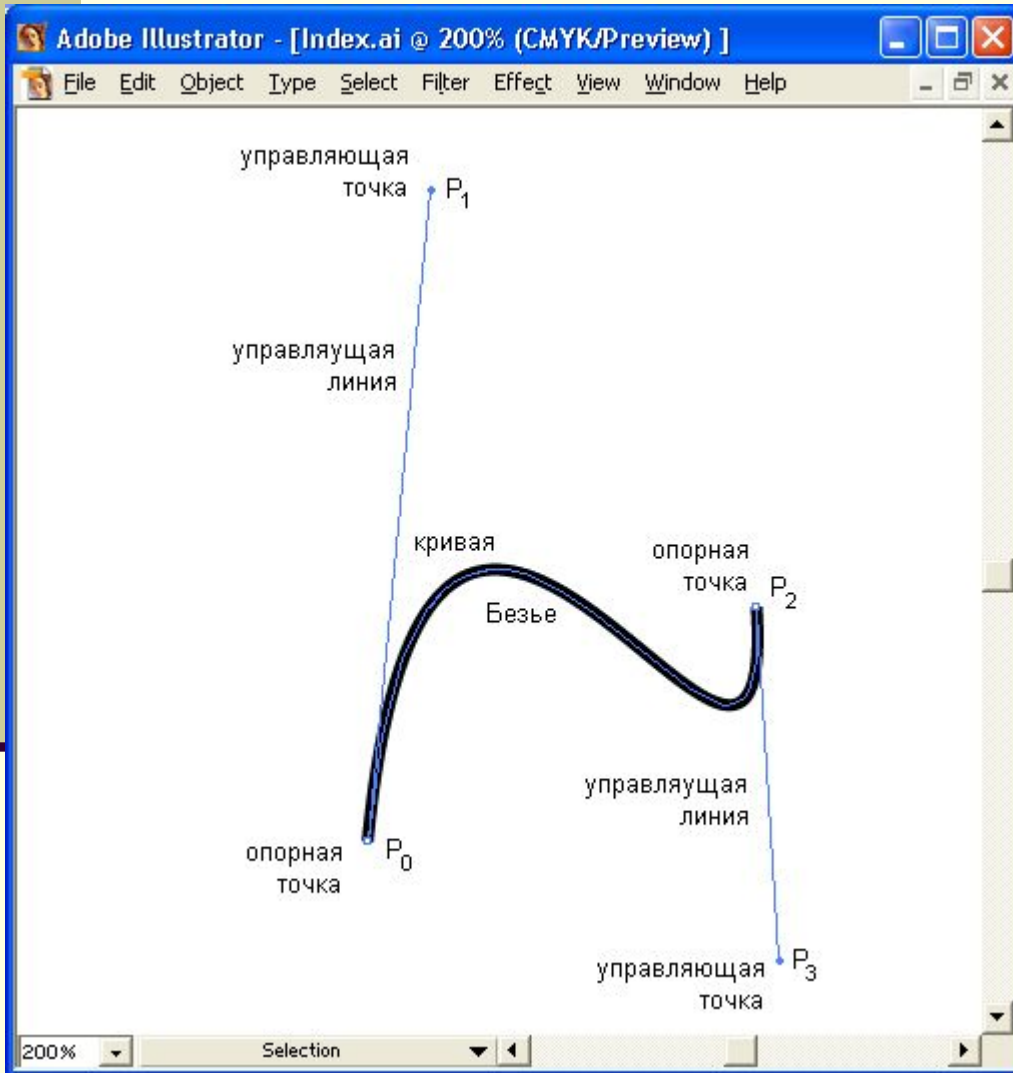
Уравнение 3-го порядка.

- В качестве формулы, которая была бы достаточно простой (с точки зрения математика), универсальной (с точки зрения программиста) и геометрически наглядной (с точки зрения пользователя — художника или дизайнера), чаще всего используется упомянутая кривая Безье. На самом деле, это целое семейство кривых, из которых используется частный случай с кубической степенью, т. е. кривая третьего порядка, описываемая следующим параметрическим уравнением:

$$R(t) = P_0(1-t)^3 + P_1(1-t)^2 + P_2t^2(1-t) + P_3t^3$$

- где $0 \leq t \leq 1$

Вид кривой Безье

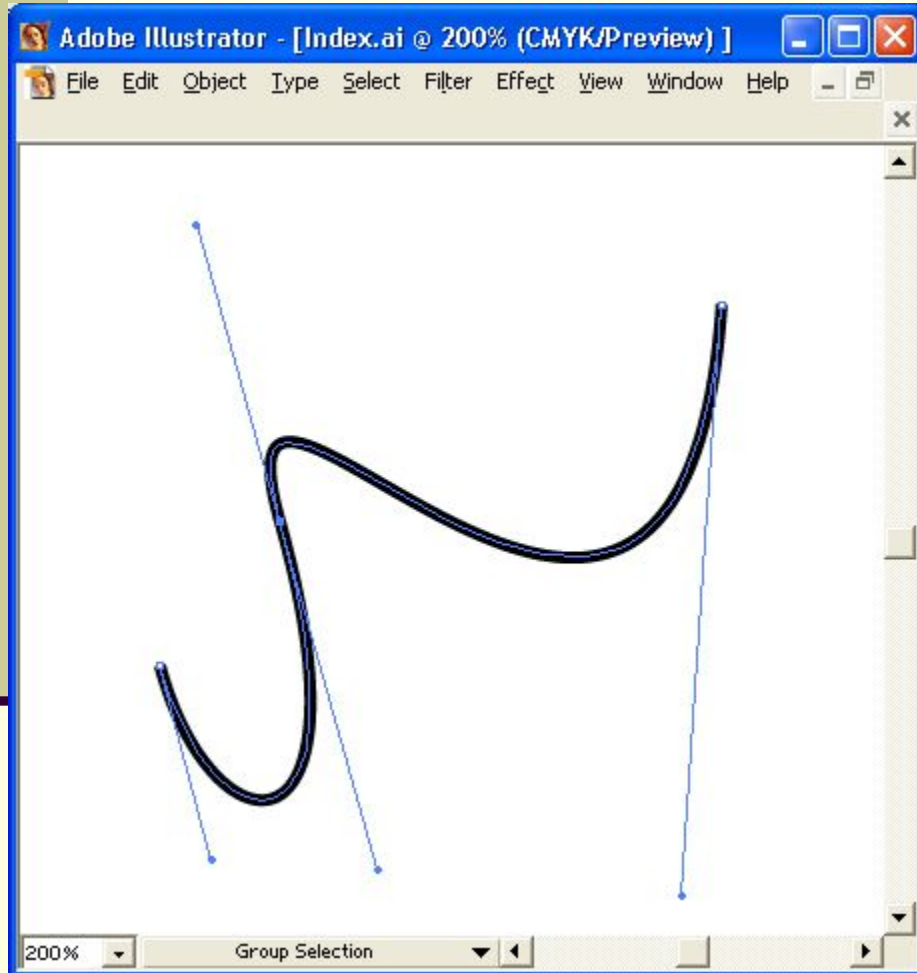


Общий вид элементарной кривой Безье представлен на рисунке. Такую кривую можно построить, если известны координаты четырех точек, называемых контрольными.

Узлы кривой Безье.

- Из четырех контрольных точек кривая проходит только через две, поэтому эти точки называются опорными — anchor points (иначе они именуются узлами (nodes), поскольку "связывают" элементарные кривые друг с другом, чтобы образовать единый сложный контур).

Управление объектом с помощью «рычагов» кривизны

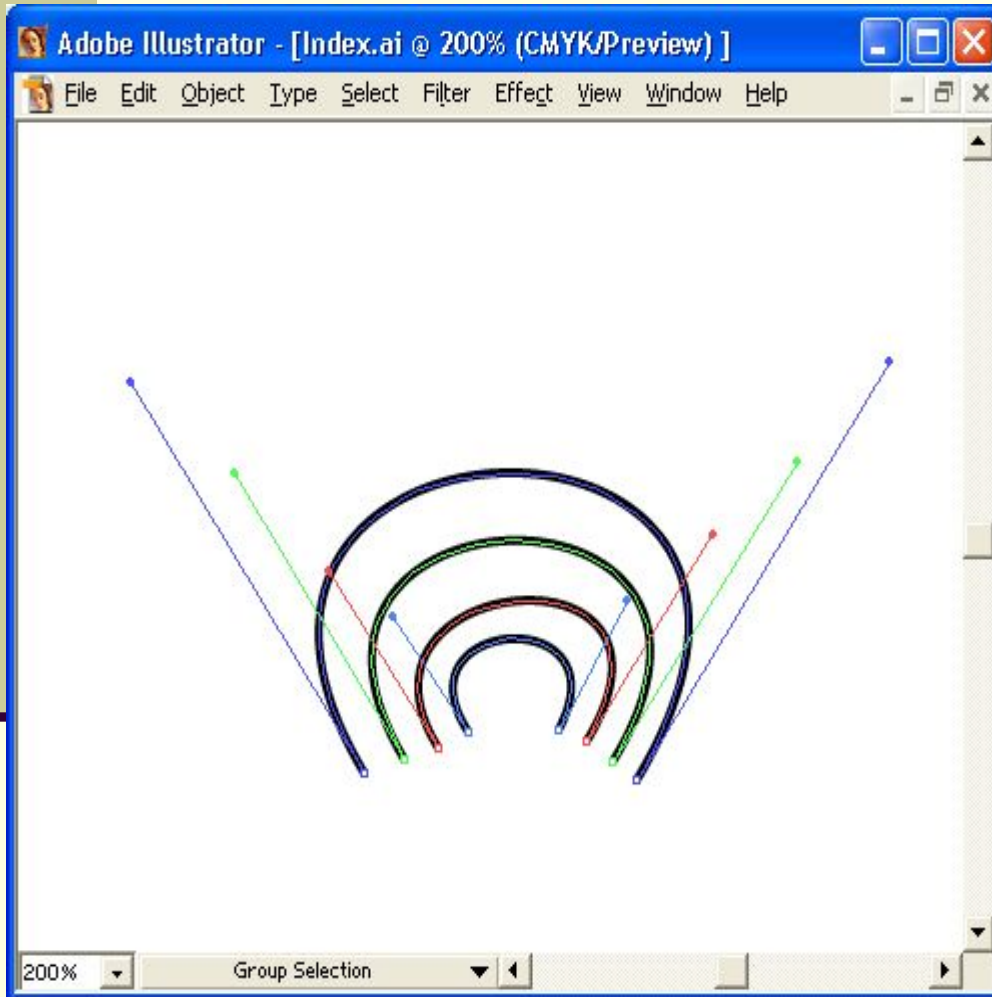


Две контрольные точки не лежат на кривой, но их расположение определяет кривизну кривой, поэтому эти точки иначе называются управляющими точками, а линии, соединяющие управляющую и опорную точки, — управляющими линиями (в просторечии именуются "рычагами").

Кривая Безье является гладкой кривой, т. е. она не имеет разрывов и непрерывно заполняет отрезок между начальной и конечной точками.

Кривая начинается в первой опорной точке, касаясь отрезка своей управляющей линии, и заканчивается в последней опорной точке, также касаясь отрезка своей управляющей линии. Это позволяет гладко соединять две кривые Безье друг с другом: управляющие линии располагаются вдоль одной прямой, которая является касательной к получившейся кривой.

Масштабирование кривой Безье.



- Кривая Безье, используя математический язык, "аффинно инвариантна", т. е. она сохраняет свою форму при масштабировании. Это свойство является фундаментом свободы манипулирования объектами векторной графики.

Примеры изображений.



Математика + информатика = искусство