



*Российский государственный университет  
нефти и газа им. И.М. Губкина  
Кафедра Информатики*

*Дисциплина: Программные комплексы  
общего назначения*

*Преподаватель:*

**К.Т.Н., ДОЦЕНТ  
Коротаев  
Александр Фёдорович**

# Вычисление определенных интегралов



Численное интегрирование заключается в приближенном вычислении определенного интеграла вида

$$\int_a^b y(x)dx$$

**trapz(Y)** — использует интегрирование **методом трапеций** с единичным шагом между отсчетами

В форме **trapz(x, Y)** — возвращает интеграл функции, заданной значениями **Y**, вычисленными по значениям переменной **x**, (пределы интегрирования в этом случае задаются начальным и конечным элементами вектора **x**)



# Метод трапеций

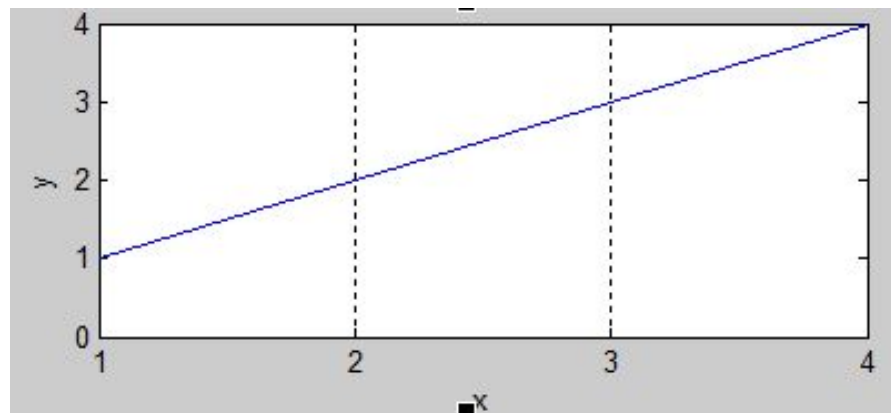
## Пример 1

```
» Y = [1, 2, 3, 4]
```

```
» trapz(Y)
```

```
ans =
```

```
7.5000
```



## Пример 2

$\pi$

Вычислить  $\int_0^{\pi} \sin(x) dx$  с шагом  $\pi/5$

0

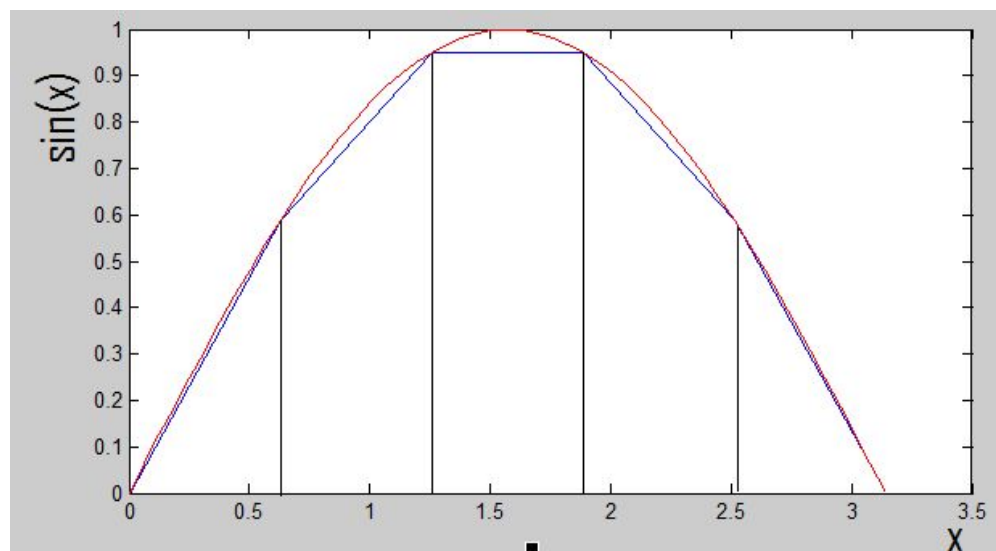
```
>> X = 0:pi/5:pi;
```

```
>> Y = sin(X);
```

```
>> Z = trapz(X, Y)
```

```
Z =
```

```
1.9338
```



# Численное интегрирование методом квадратур



**Квадратура** — численный метод нахождения площади под графиком функции

**quad(@fun,a,b,tol)** выполняет интегрирование низкого порядка с использованием квадратурной формулы Симпсона. Эффективна при низкой требуемой точности вычислений

**fun** должна быть описана в m-файле

**a, b** – пределы интегрирования

**tol** - относительная погрешность (необязательный параметр)

**quadl(@fun,a,b)** - использует квадратуру Гаусса-Лобатто очень высокого порядка, что даёт более высокую точность вычислений

# Двойные интегралы



Сводятся к вычислению повторных определенных интегралов  
(внутренний интеграл является подынтегральной функцией для  
внешнего)

```
dblquad(@fun,x0,x1,y0,y1)
```

**Пример 1**     **quad('exp(x)+x.^2+2\*sin(x)-5',1,5,0.001)**

**ans =**

**167.5415**

**Пример 2**

```
function z=for2Var(x,y)
```

```
z=x.*sin(y) +y.*sin(x);
```

Записав этот текст в файл **for2Var.m** , находим  
интеграл

```
int=dblquad(@for2Var,1,2,0,1)
```

**int=1.1678**

# Аналитический метод вычисления интегралов



**Применимы следующие варианты:**

**int(y)** , если вычисляется неопределенный интеграл  
**int(y,a,b)** , если вычисляется определенный  
интеграл в пределах **[a,b]**

где **y** – подынтегральная функция,

**a,b** – пределы интегрирования

**Порядок записи программы:**

1. Символьные переменные описываются как **syms**
2. Вычисляется подынтегральное выражение **y=f(x)**
3. Обращение к функции **int**



## Пример

$$\int \frac{x}{a + bx^2} dx$$

```
>> syms x a b;
```

```
>> y=x/(a+b*x^2);
```

```
>> int(y)           % неопределённый интеграл
```

```
ans =
```

```
log(b*x^2 + a)/(2*b)
```

```
>> syms x
```

```
>> a=1; b=2; y=x/(a+b*x^2);
```

```
>> int(y,0,1)      % определённый интеграл
```

```
ans =
```

```
log(3)/4
```

# Разложение в степенной ряд



По формуле Тейлора

$$f(x) = f(a) + (x-a)f'(a)/1! + (x-a)^2 f''(a)/2! + \dots + (x-a)^n f^{(n)}(a)/n! + R_n$$

$f(a), f'(a), f''(a), \dots, f^{(n)}(a)$  – значения функции и её производных в точке  $a$

Если  $a=0$ , получаем ряд Маклорена

$$f(x) = f(0) + x f'(0)/1! + x^2 f''(0)/2! + \dots + x^n f^{(n)}(0)/n! + R_n$$

`taylor(y)` – выдаёт 5 членов разложения в ряд

Маклорена функции, заданной в  $y$

```
>> syms x;
```

```
>> y=sin(x);
```

```
>> MacSin=taylor(y)
```

```
MacSin =
```

```
x^5/120 - x^3/6 + x
```





# Разложение в степенной ряд

Более общий вид функции

**taylor(y, 'ExpansionPoint', val1, 'Order', val2)**

даёт разложение функции **y** в точке, заданной в **val1**, с числом членов ряда, заданным в **val2**

```
>> syms x;
```

```
>> y=log(x);
```

```
>> TayLog1=taylor(y, 'ExpansionPoint', 1, 'Order', 6)
```

```
TayLog1 =
```

```
x - (x - 1)^2/2 + (x - 1)^3/3 - (x - 1)^4/4 + (x - 1)^5/5 - 1
```

В более ранних версиях была другая форма функции

**taylor(y,x,x0,n)** — выдаёт **n** членов разложения в ряд Тейлора функции, заданной в **y**, в точке **x0**



# Примеры к лабораторной работе №4

Задание 1-1  $\int (2 - 5x)e^{3x} dx$

Задание 1-2 Замена переменной !!!

Задание 2  $\int_{-0.7}^{0.8} \frac{dx}{1-x^2}$

Задание 4 разложить в степенной ряд  
 $\ln(-12x^2 - x + 1)$



# Решение системы с помощью функции solve

```
>> syms x y z;
```

```
>> Y=solve('3*x+y-z=3','-5*x+3*y+4*z=1','x+y+z=0.5')
```

```
Y =
```

```
  x: [1x1 sym]
```

```
  y: [1x1 sym]
```

```
  z: [1x1 sym]
```

```
>> Y.x
```

```
ans =
```

```
-0.10714285714285714285714285714286
```

Можно воспользоваться функцией

**vpa(Y.x, n)** , где **x** – неизвестное, **n** – число значащих цифр в ответе

```
>> vpa(Y.x,5)
```

```
ans =
```

```
-.10714
```

# Решение систем нелинейных уравнений



**fsolve (FUN, x0, options) ,**

где **FUN** – система уравнений, сохраненная в m-файле

**x0** – начальное приближение

**Пример:**  $x_1 x_2 + x_3 = 6.5$ ;  $x_1 x_2^4 + x_3 = 167$ ;  $x_1 x_2^6 + x_3 = 1470$

**function F=myfun(x)**

**F=[x(1)\*x(2)+x(3)-6.5 x(1)\*x(2)^4+x(3)-167 x(1)\*x(2)^6+x(3)-1470];**

**>> X=fsolve(@myfun,[1 1 1])**

**X =**

**2.1512 2.9678 0.1157**

**Эту же систему можно решить с помощью функции**

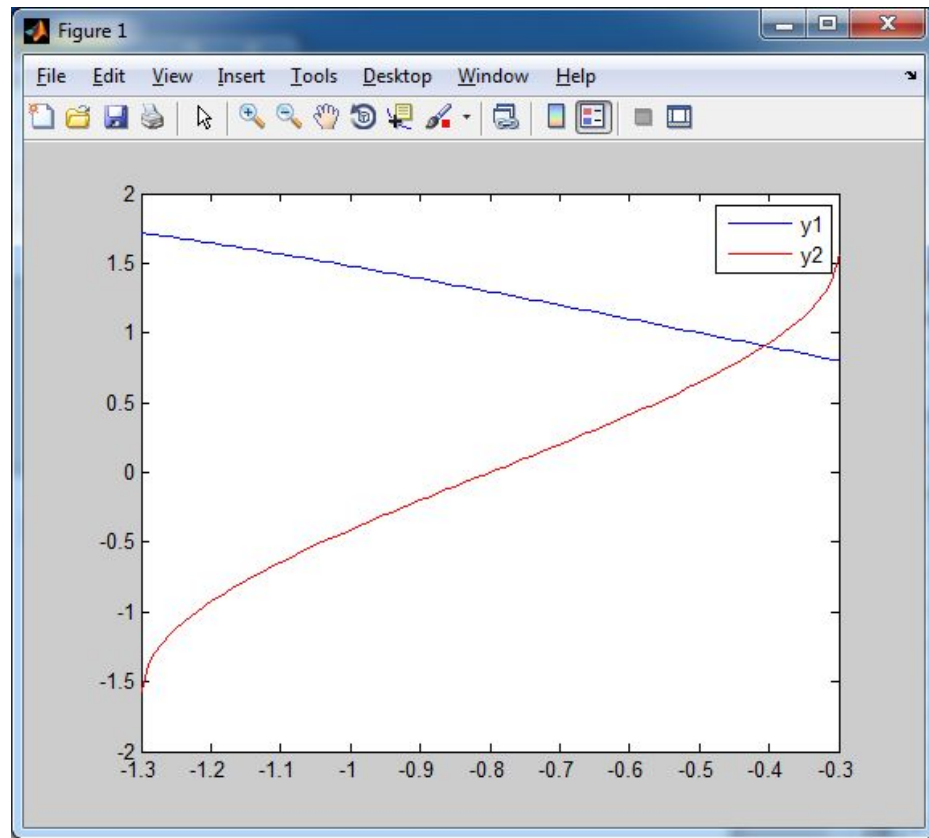
**solve**

# Решение систем нелинейных уравнений



$$\begin{cases} \sin(x+0.5)+y=1 \\ \sin(y)-2*x=1.6 \end{cases}$$

1. Строим графики  
 $y1=1-\sin(x+.5)$   
 $y2=\arcsin(1.6+2*x)$



2. Используем **fsolve**, задав **m**-функцию для системы и начальное приближение **[-1 1]**
3. Решаем систему с помощью **solve**