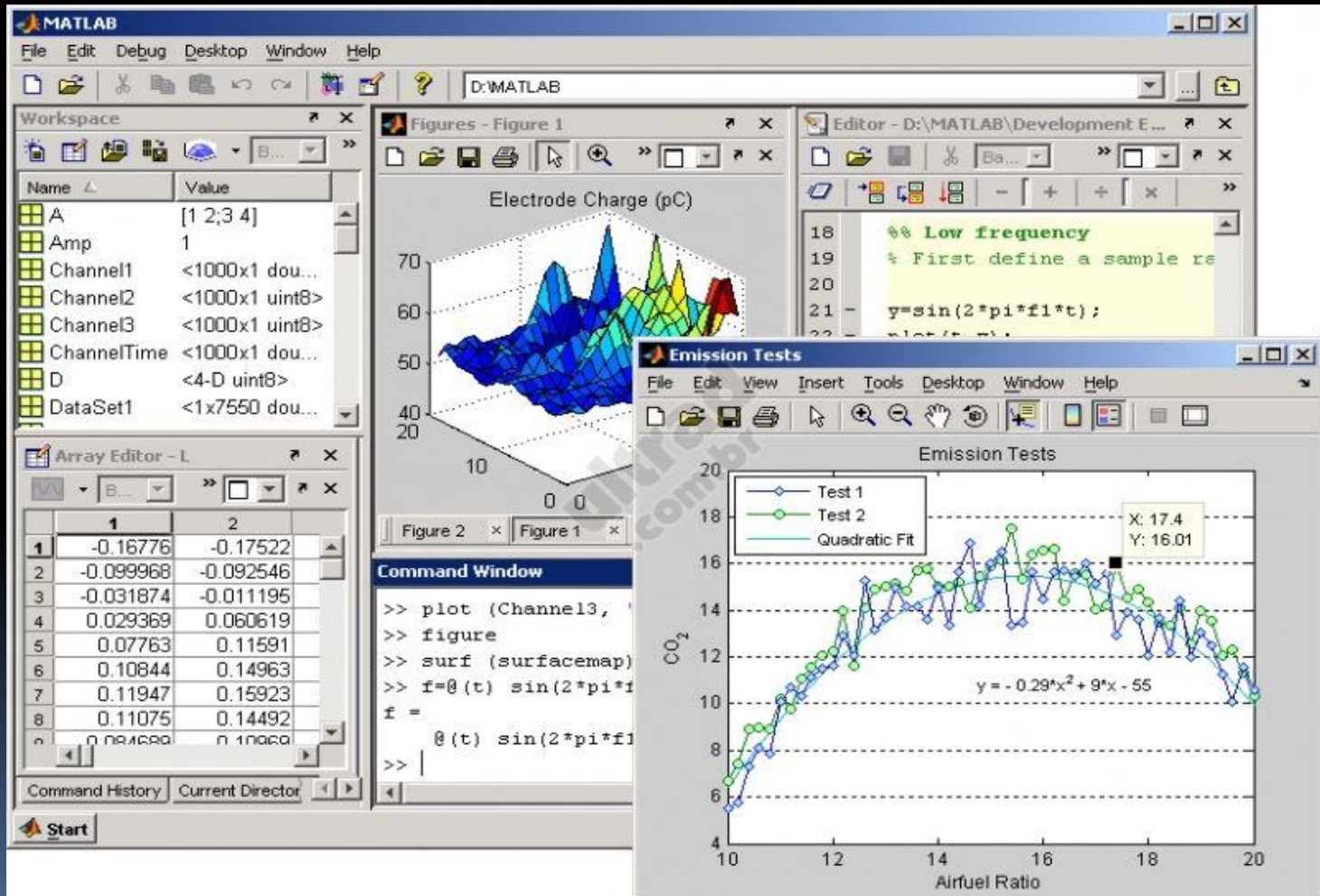



ЗАДАЧИ МАТРИЧНОЙ АЛГЕБРЫ В ПАКЕТАХ СИМВОЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ. ПРИМЕРЫ

MatLab



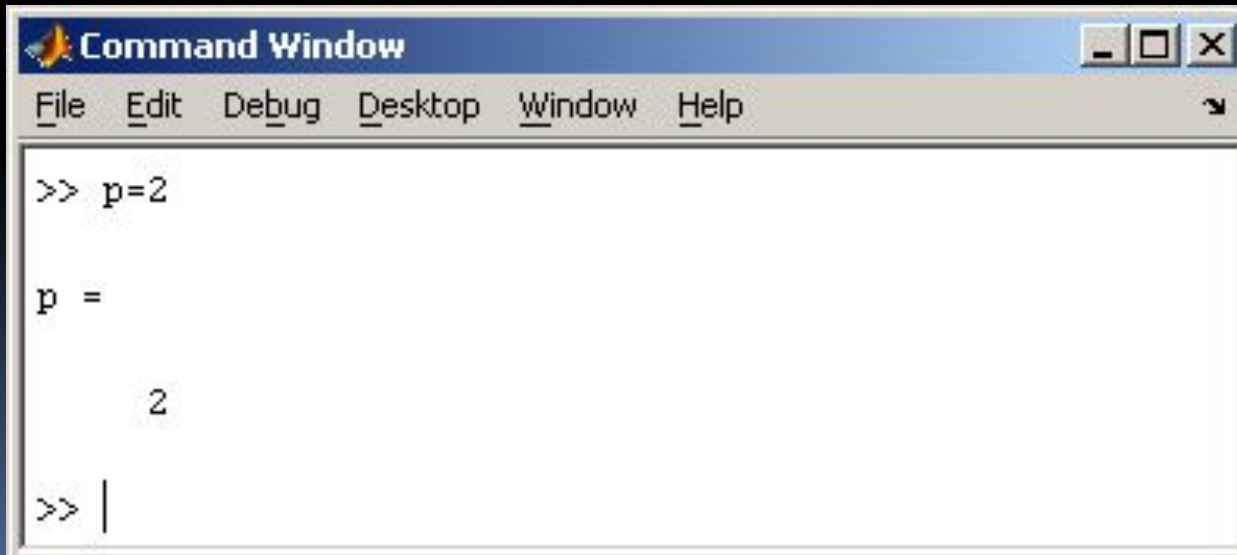
- 
- MatLab — одна из тщательно проработанных и проверенных временем систем автоматизации математических расчетов, построенная на расширенном представлении и применении МАТРИЧНЫХ операций.

Библиотека C Math позволяет пользоваться следующими категориями функций:

- операции с матрицами;
 - сравнение матриц;
 - решение линейных уравнений;
 - разложение операторов и поиск собственных значений;
 - нахождение обратной матрицы;
 - поиск определителя;
 - вычисление матричного экспоненциала;
- элементарная математика;
- функции beta, gamma, erf и эллиптические функции;
- основы статистики и анализа данных;
- поиск корней полиномов;
- фильтрация, свертка;
- быстрое преобразование Фурье (FFT);
- интерполяция;
- операции со строками;
- операции ввода-вывода файлов и т.д.

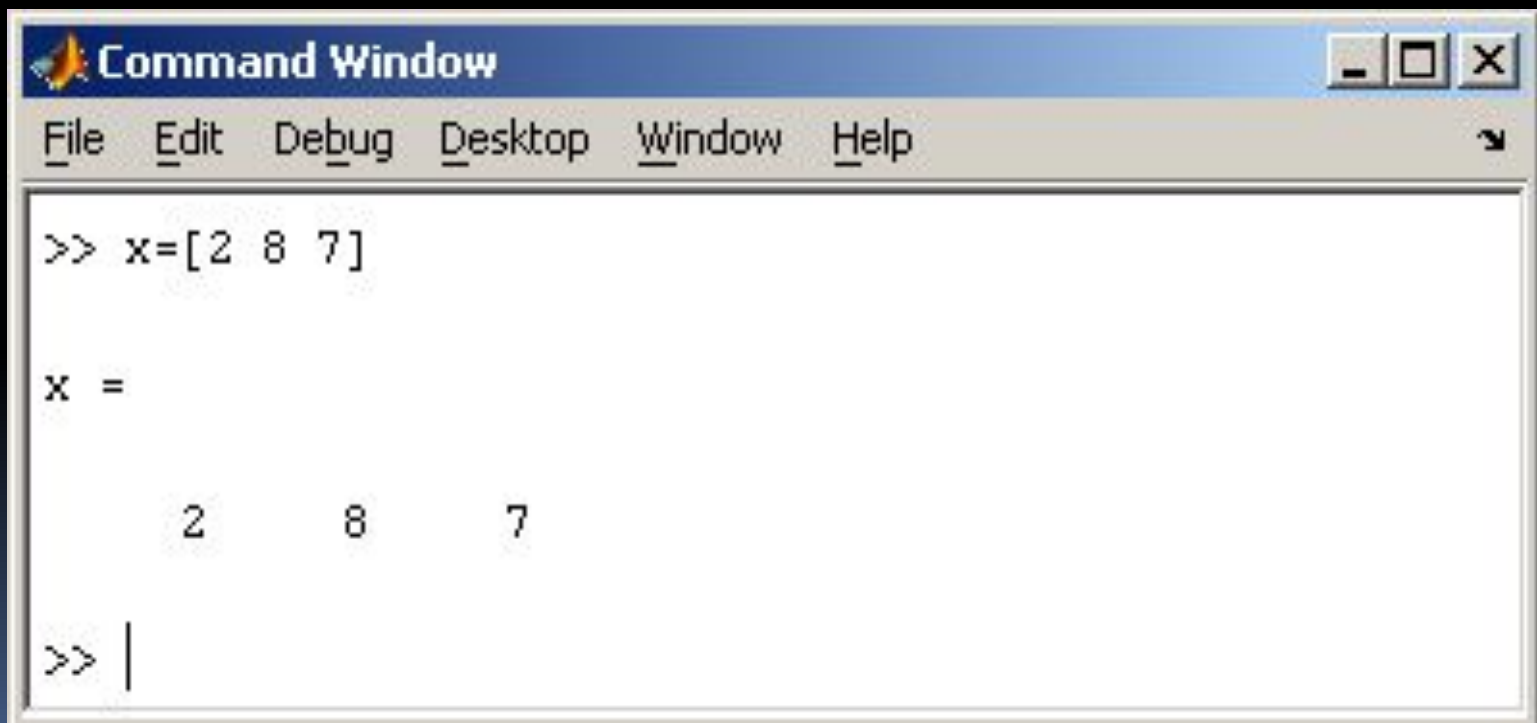
Матрицы MATLAB

- В MatLab можно использовать скаляры, векторы и матрицы. Для ввода скаляра достаточно приписать его значение какой-то переменной, например



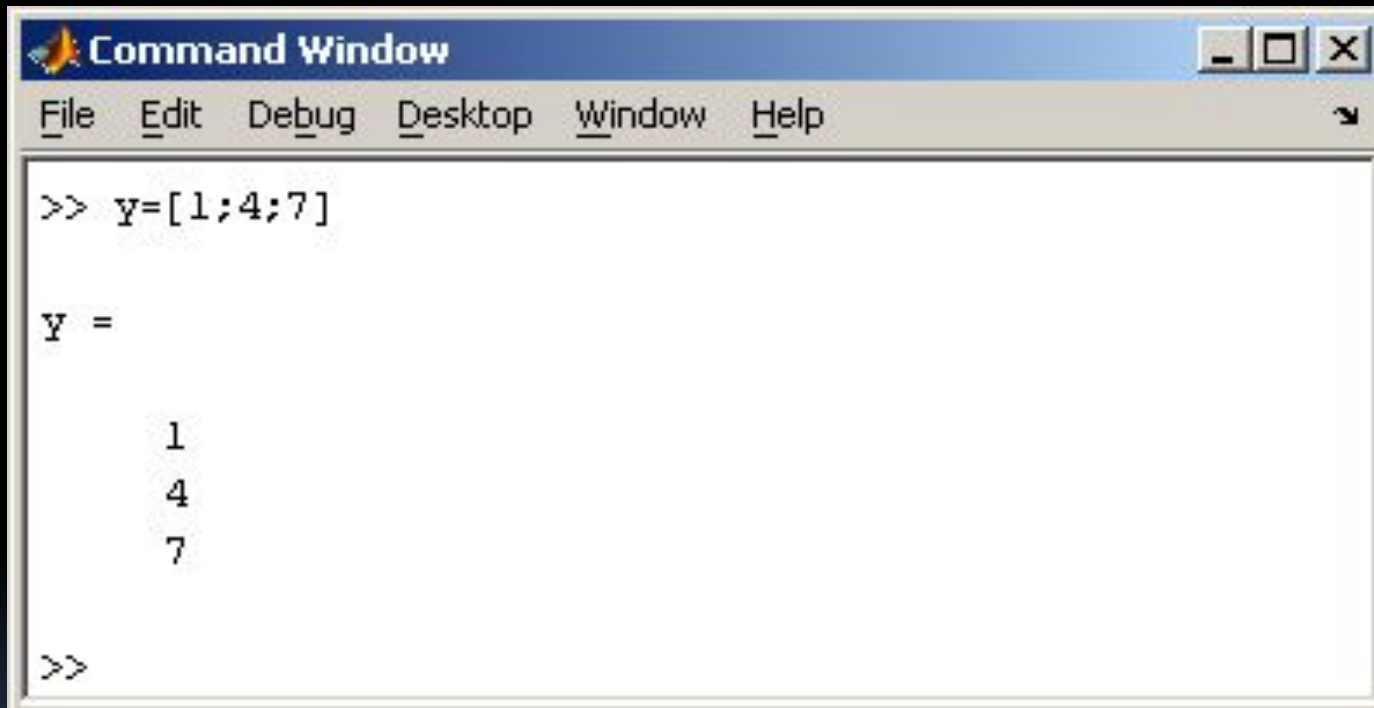
```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> p=2
p =
    2
>> |
```

- Заметим, что MatLab различает заглавные и прописные буквы, так что r и R — это разные переменные. Для ввода массивов (векторов или матриц) их элементы заключают в квадратные скобки. Так для ввода вектора-строки размером 1×3 , используется следующая команда, в которой элементы строки отделяются пробелами или запятыми.



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> x=[2 8 7]
x =
     2     8     7
>> |
```

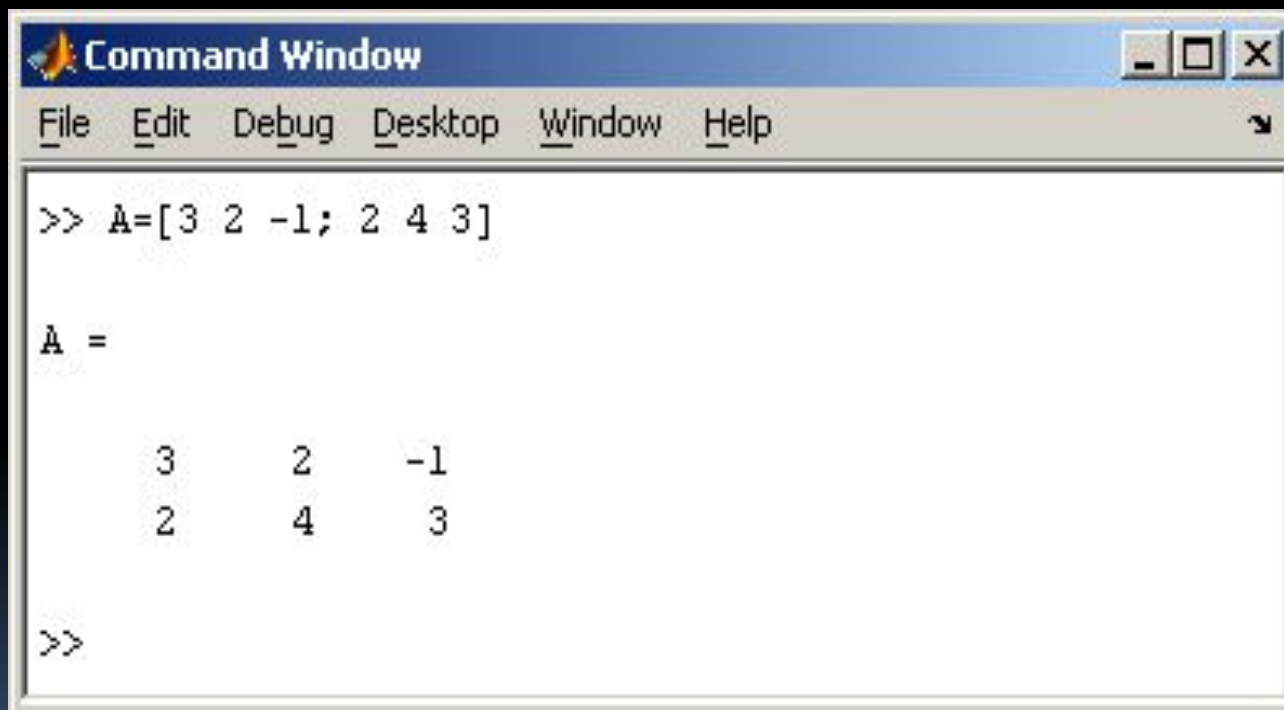
- При вводе вектора-столбца элементы разделяют точкой с запятой. Например,



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> y=[1;4;7]
y =
     1
     4
     7
>>
```

The screenshot shows a 'Command Window' window with a menu bar containing 'File', 'Edit', 'Debug', 'Desktop', 'Window', and 'Help'. The main area contains the command `>> y=[1;4;7]` followed by the output `y =` and a column vector of the numbers 1, 4, and 7. The prompt `>>` is visible at the bottom left.

- Вводить небольшие по размеру матрицы удобно прямо из командной строки. При вводе матрицу можно рассматривать как вектор-столбец, каждый элемент которого является вектором-строкой.



The image shows a screenshot of a 'Command Window' window. The title bar reads 'Command Window' and includes standard window controls (minimize, maximize, close). The menu bar contains 'File', 'Edit', 'Debug', 'Desktop', 'Window', and 'Help'. The main text area shows the following interaction:

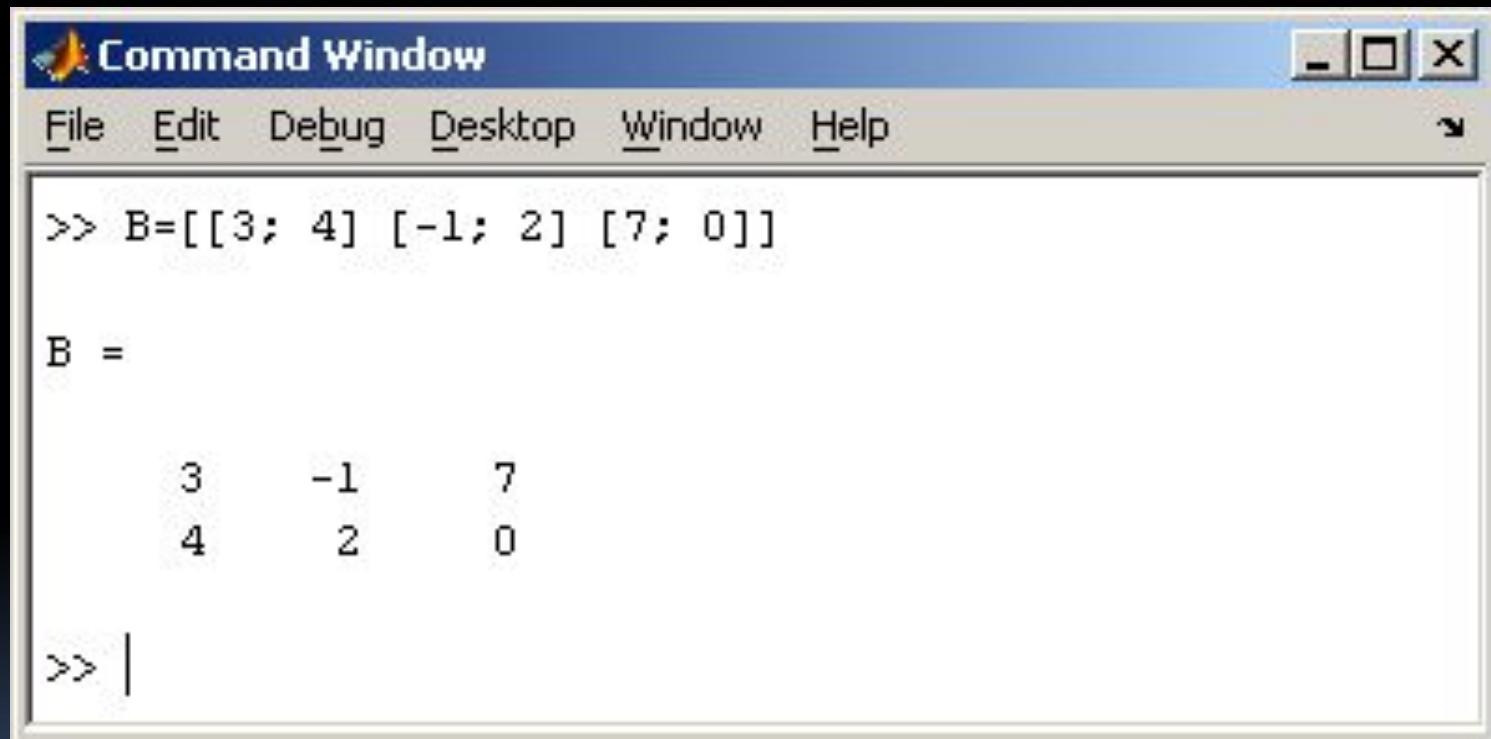
```
>> A=[3 2 -1; 2 4 3]

A =

     3     2    -1
     2     4     3

>>
```

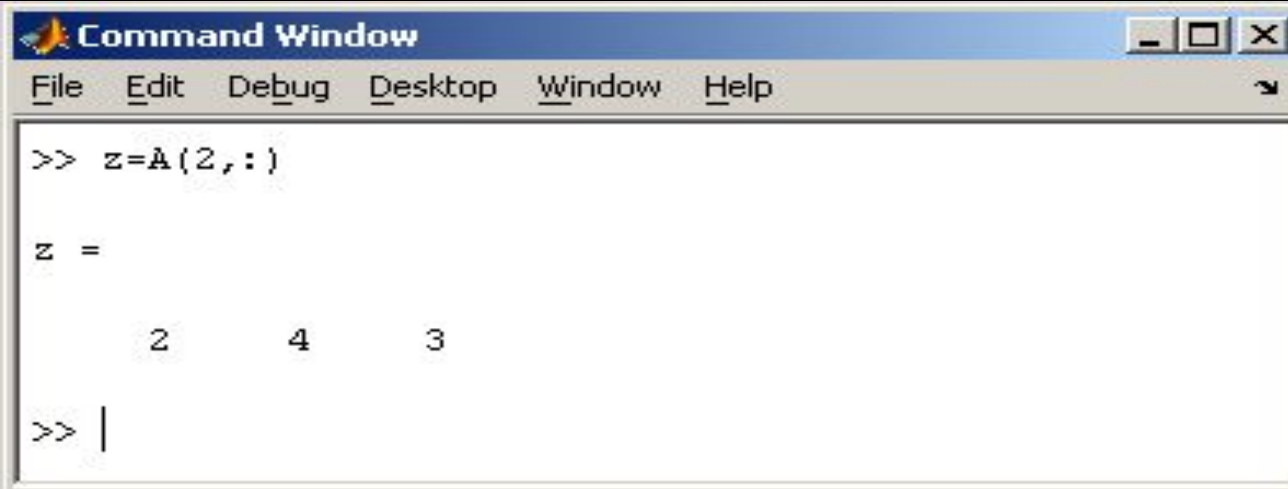

- или матрицу можно трактовать как вектор строку, каждый элемент которой является вектором-столбцом



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> B=[[3; 4] [-1; 2] [7; 0]]
B =
     3     -1     7
     4      2     0
>> |
```

Доступ к элементам

- Доступ к элементам матриц осуществляется при помощи двух индексов — номеров строки и столбца, заключенных в круглые скобки, например, команда $B(2,3)$ выдаст элемент второй строки и третьего столбца матрицы B .
- Для выделения из матрицы столбца или строки следует в качестве одного из индексов использовать номер столбца или строки матрицы, а другой индекс заменить двоеточием. Например, запишем вторую строку матрицы A в вектор z



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> z=A(2,:)

z =

     2     4     3

>> |
```

- Также можно осуществлять выделение блоков матриц при помощи двоеточия. Например, выделим из матрицы P блок отмеченный цветом

```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> P
P =
     1     2     0     2
     4    10    12     5
     0    11    10     5
     9     2     3     5

>> P1=P(2:3,2:3)
P1 =
     10     12
     11     10

>> |
```

- Если необходимо посмотреть переменные рабочей среды, в командной строке необходимо набрать команду **whos**.
- Видно, что в рабочей среде содержатся один скаляр (p), четыре матрицы (A, B, P, P1) и вектор-строка (z).

```
>> whos
Name      Size      Bytes  Class

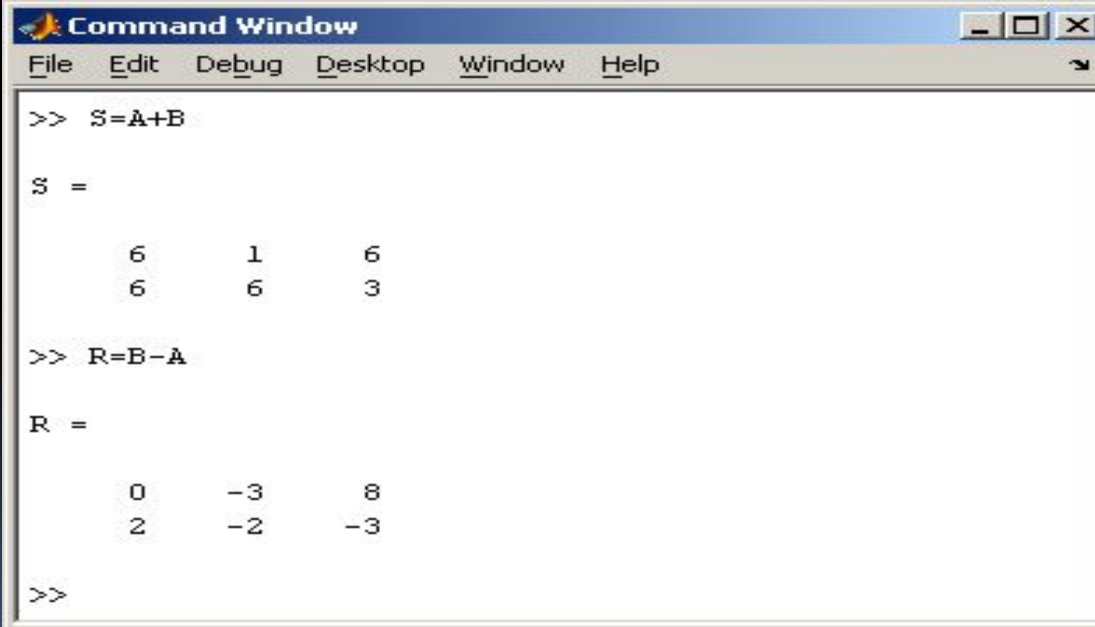
A         2x3       48     double array
B         2x3       48     double array
P         4x4      128     double array
P1        2x2       32     double array
p         1x1        8     double array
z         1x3       24     double array

Grand total is 36 elements using 288 bytes

>> |
```

Основные матричные операции

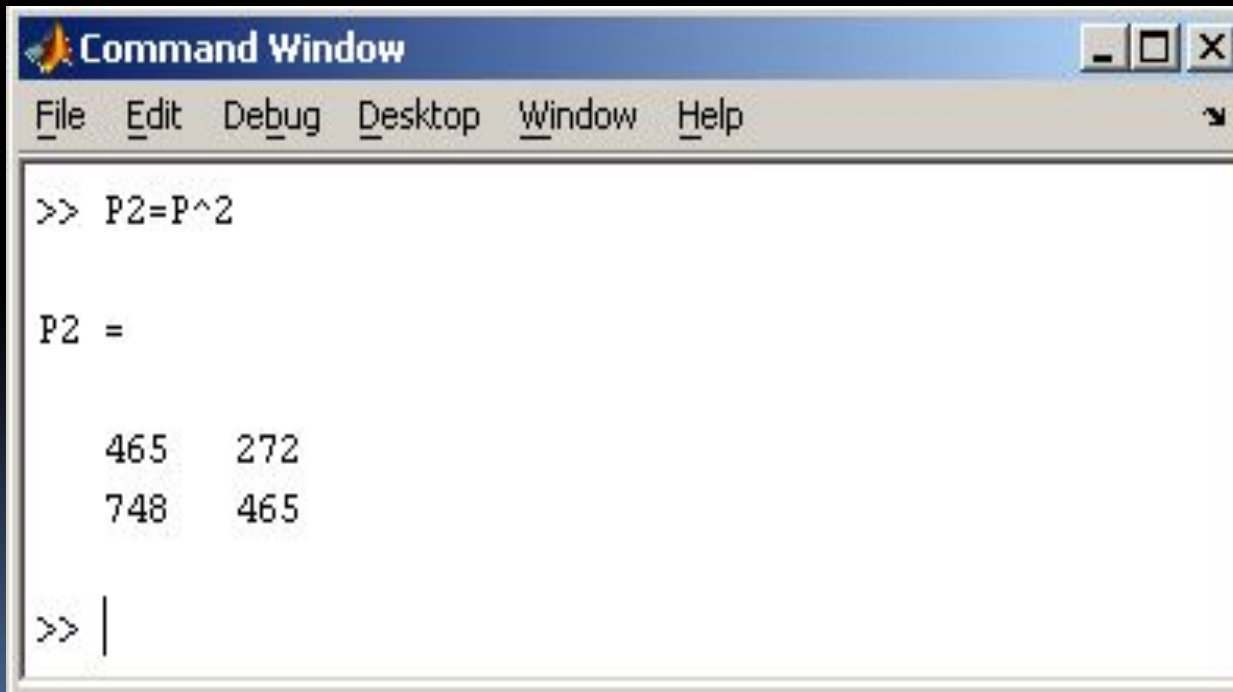
- При использовании матричных операций следует помнить, что для сложения или вычитания матрицы должны быть одного размера, а при перемножении число столбцов первой матрицы обязано равняться числу строк второй матрицы.



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> S=A+B
S =
    6    1    6
    6    6    3
>> R=B-A
R =
    0   -3    8
    2   -2   -3
>>
```

Умножение в MATLAB

- Умножение матрицы на число тоже осуществляется при помощи звездочки, причем умножать на число можно как справа, так и слева. Возведение квадратной матрицы в целую степень производится с использованием оператора \wedge



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> P2=P^2

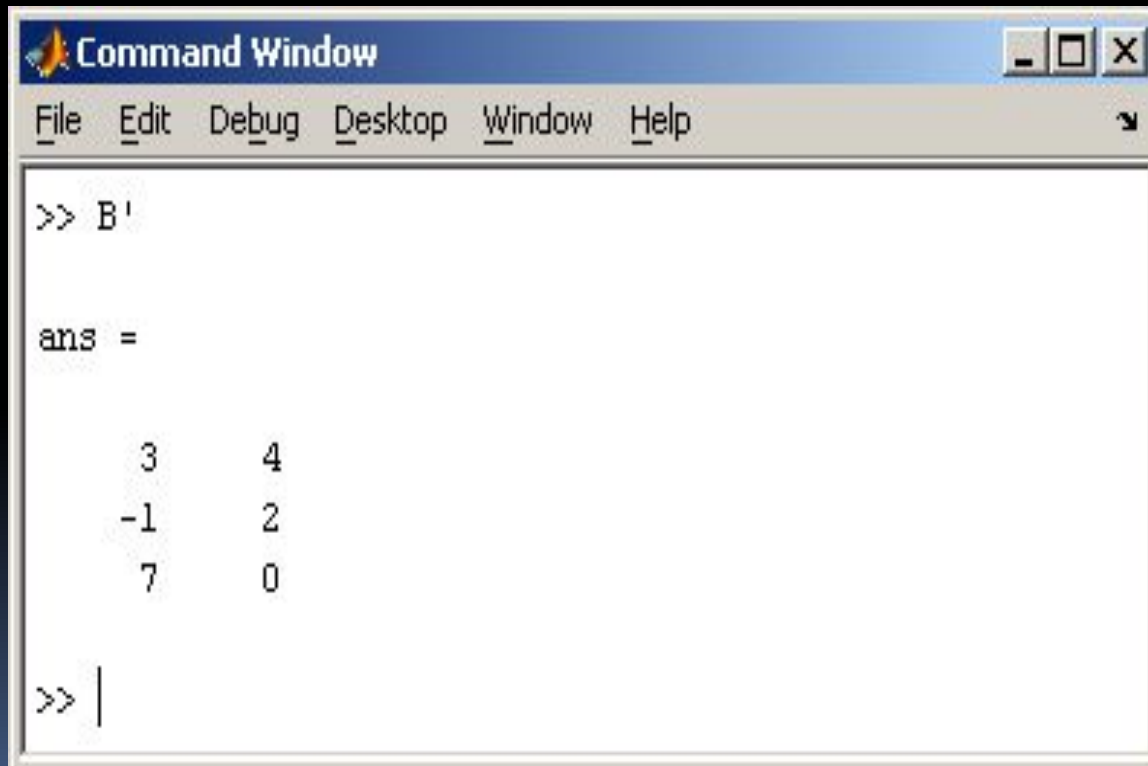
P2 =

    465    272
    748    465

>> |
```

The screenshot shows a MATLAB Command Window with a blue title bar and a menu bar containing 'File', 'Edit', 'Debug', 'Desktop', 'Window', and 'Help'. The command window contains the following text: '>> P2=P^2', followed by 'P2 =' and a 2x2 matrix with elements 465, 272, 748, and 465. At the bottom, there is a prompt '>> |'.

MatLab содержит множество различных функций для работы с матрицами. Так, например, транспонирование матрицы производится при помощи апострофа '.



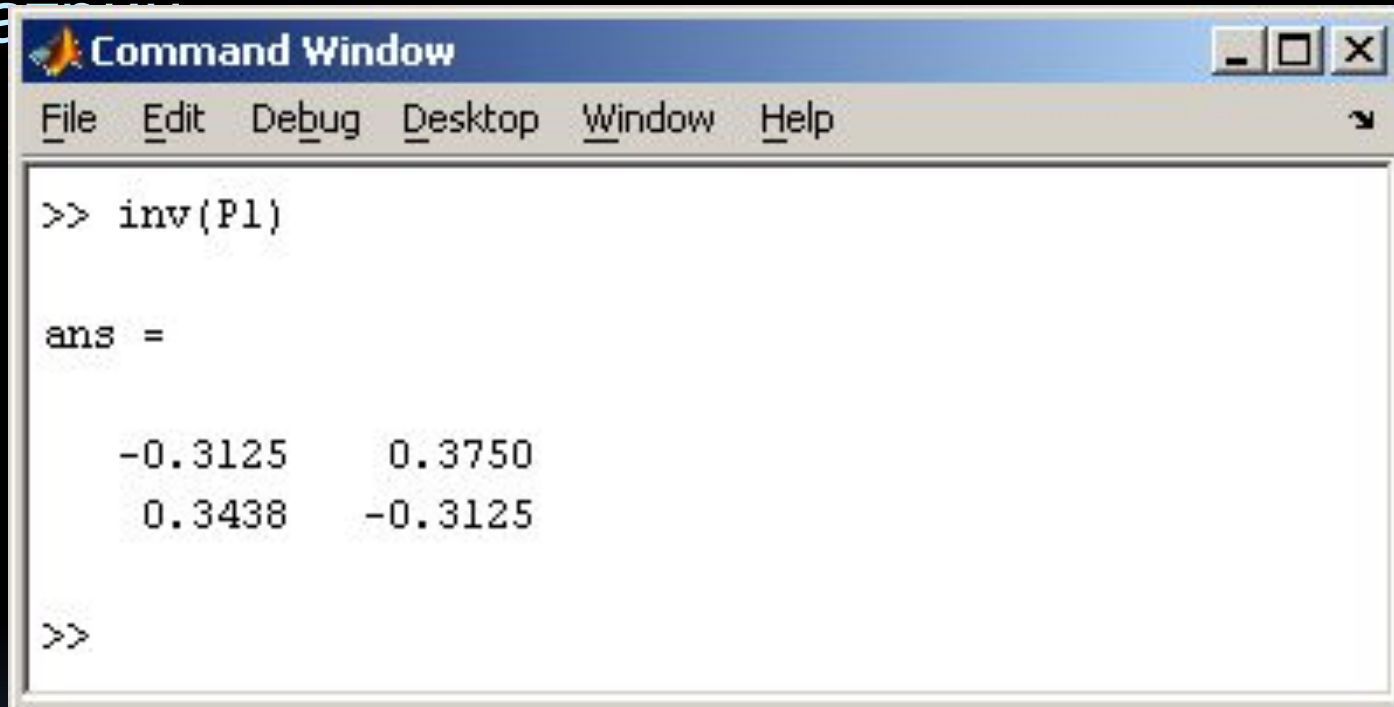
```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> B'
ans =
     3     4
    -1     2
     7     0
>> |
```

The screenshot shows a MATLAB Command Window with a menu bar (File, Edit, Debug, Desktop, Window, Help) and a command prompt. The user has entered the command `B'` to transpose matrix B. The output is displayed as a 3x2 matrix:

3	4
-1	2
7	0

The prompt `>> |` is visible at the bottom left of the window.

Нахождение обратной матрицы проводится с помощью функции `inv` для квадратных матриц.



```
Command Window
File Edit Debug Desktop Window Help
>> inv(P1)

ans =

    -0.3125    0.3750
     0.3438   -0.3125

>>
```



```
MATLAB
File Edit View Web Window Help
Current Directory: C:\MATLAB6\
To get started, select "MATLAB Help" from the Help menu.
>> M=magic(4)
M =
    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1
>>
```

```
MATLAB
File Edit View Web Window Help
Current Directory: C:\MATLAB6p1\
M =
    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1
>> M1=[16     2     3    13
       5    11    10     8
       9     7     6    12
       4    14    15     1]
M1 =
    16     2     3    13
     5    11    10     8
     9     7     6    12
     4    14    15     1
>>
```

```
MATLAB Command Window
File Edit Window Help
>> a(A)
ans =
     4     7
     1     1
     5     2
```

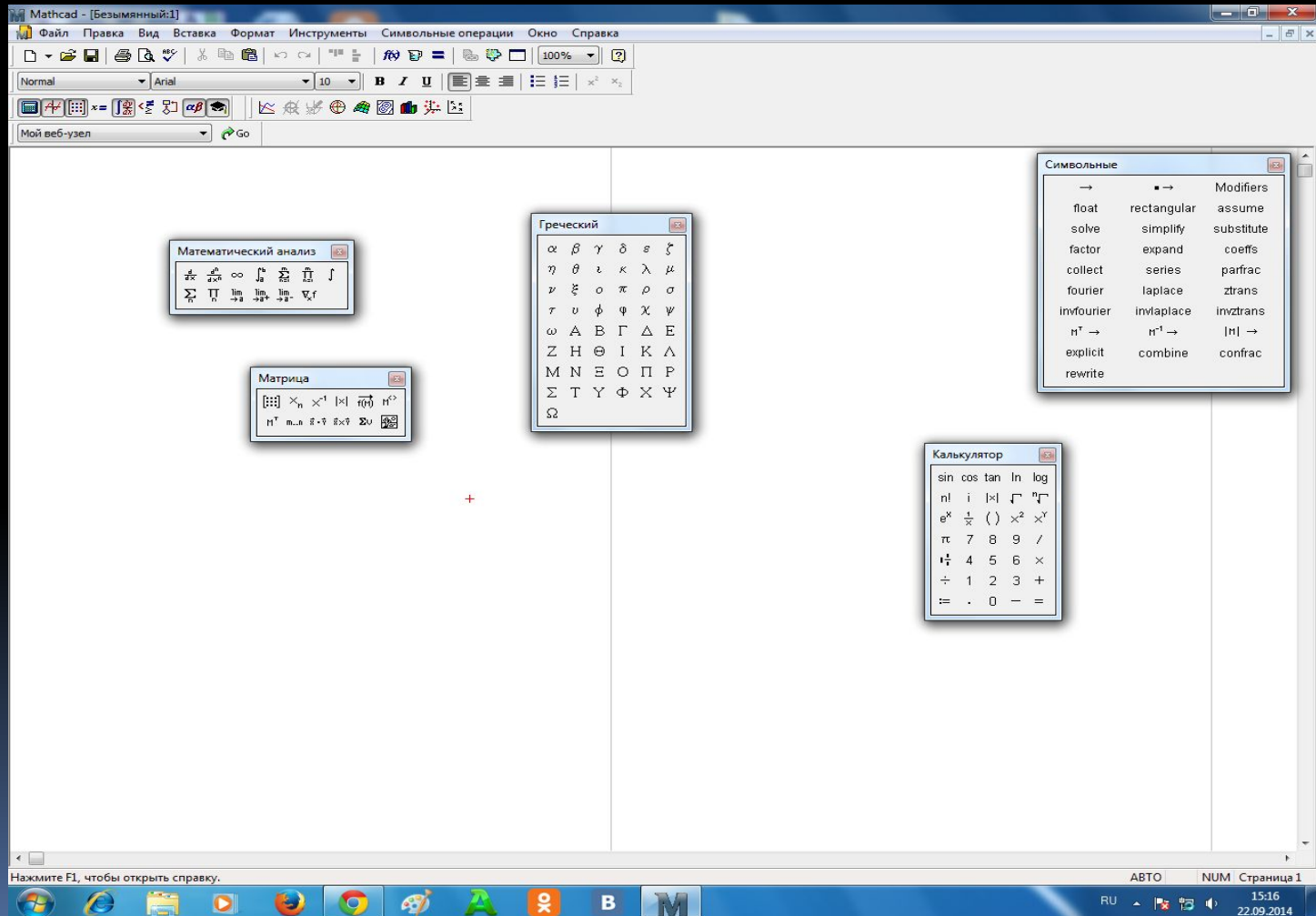


PIRAT

Mathcad[®] 15.0

Copyright © 2010 Parametric Technology Corporation (PTC) and its licensors. All Rights Reserved. For important information concerning copyrights, trademarks, patents, licensing and data collection, click Help>About on the main menu of this product.

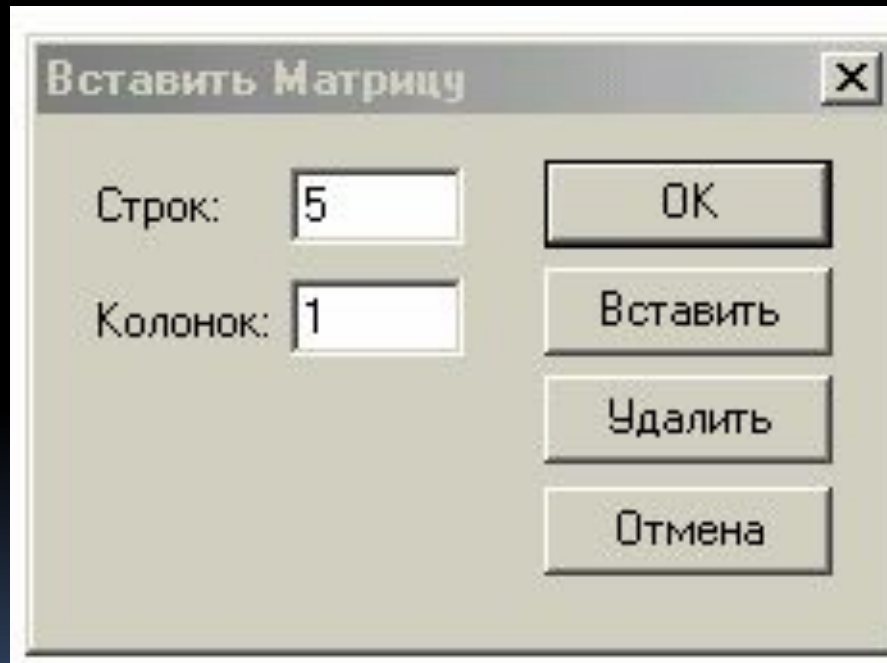
Основное окно программы MATHCAD:



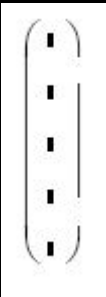
ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ В МАТКАД. Панель матриц



Окно ввода Insetrt Matrix (ввести матрицу).



Шаблон матрицы



$$v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad V := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} \quad W := \begin{pmatrix} 2 \cdot x \\ 3 \cdot x^2 \\ 5 - x \\ x^3 - x^5 \\ x \end{pmatrix}$$

$$w = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} 14 \\ 147 \\ -2 \\ -1.646 \times 10^4 \\ 7 \end{pmatrix} \quad v + V = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 12 \\ 20 \end{pmatrix} \quad W^T = \begin{pmatrix} 14 & 147 & -2 & -1.646 \times 10^4 & 7 \end{pmatrix}$$

$$W^T \cdot w = -1.64 \times 10^5$$

$$W \cdot w = -1.64 \times 10^5$$

Над векторами определены показанные на рисунке операции сложения и вычитания, транспонирования, умножения по математическим правилам умножения матриц. Знак транспонирования следует вводить с панели Matrix (матрица).

Порядковый номер элемента, который является его адресом, называется индексом.

Нижняя граница индексации задается значением системной переменной ORIGIN, которая может принимать значение 0 или 1.

$$v := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \underline{V} := \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 4 \\ 9 \\ 16 \end{pmatrix} \quad w := \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} \quad \underline{W} := \begin{pmatrix} 2 \cdot x \\ 3 \cdot x^2 \\ 5 - x \\ x^3 - x^5 \\ x \end{pmatrix}$$

$$w = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 8 \\ 10 \\ 23 \end{pmatrix} \quad W = \begin{pmatrix} 14 \\ 147 \\ -2 \\ -1.646 \times 10^4 \\ 7 \end{pmatrix} \quad v + V = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 6 \\ 12 \\ 20 \end{pmatrix} \quad W^T = (14 \ 147 \ -2 \ -1.646 \times 10^4 \ 7)$$

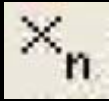
$$W^T \cdot w = -1.64 \times 10^5$$

$$W \cdot w = -1.64 \times 10^5$$

- **Задача 1. Ввести все векторы рис.5 и произвести над ними все действия, проведенные на рисунке.**
- **Матрицы в Маткаде вводятся так же, как и векторы, но число столбцов в них больше единицы. Элементами матрицы могут быть также числа, буквы, выражения. Как и в случае векторов, буквенные элементы и элементы – выражения должны быть предварительно определены численно. На рисунке показаны различные способы ввода матриц.**

$$\begin{array}{l}
 a:=3 \quad b:=1 \quad c:=5 \quad d:=9 \quad e:=7 \quad f:=0 \quad x:=2 \\
 \\
 v1 := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad v2 := \begin{pmatrix} 10 & 20 \\ 12 & 21 \\ 4 & 11 \end{pmatrix} \quad V := \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} \quad W := \begin{pmatrix} x & x^2 & x^3 \\ x-5 & x^2+10 & x \\ \frac{x}{3} & \frac{x}{5+x} & x \end{pmatrix}
 \end{array}$$

Команды панели Matrix:


$$x_n$$

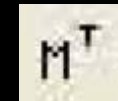
- кнопка индексации элементов матрицы,


$$x^{-1}$$

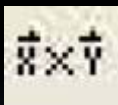
- кнопка обращения матрицы,


$$\hat{x} \cdot \hat{y}$$

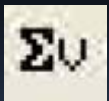
- кнопка скалярного произведения векторов и матриц


$$M^T$$

- кнопка транспонирования матрицы,


$$\hat{x} \times \hat{y}$$

- кнопка векторного произведения двух векторов


$$\Sigma U$$

- кнопка сложения векторов

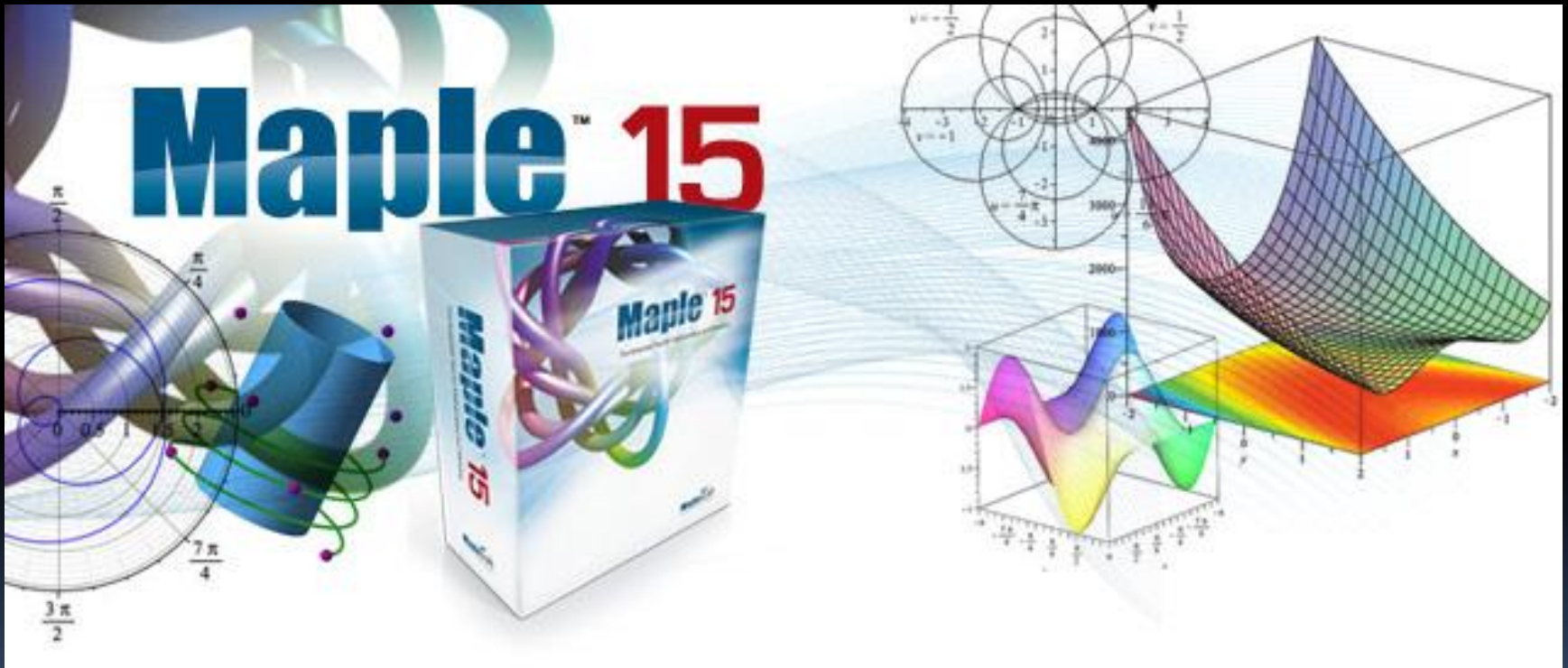

$$M^{<>}$$

- кнопка выделения столбца матрицы


$$|x|$$

- кнопка вычисления детерминанта матрицы.

Maple



Определение матрицы:

- $\text{matrix}(n, m, [[a_{11}, a_{12}, \dots, a_{1n}], [a_{21}, a_{22}, \dots, a_{2m}], \dots, [a_{n1}, a_{n2}, \dots, a_{nm}]])$,
- где n – число строк, m – число столбцов в матрице.

Например:

- `> A:=matrix([[1,2,3],[-3,-2,-1]]);`

- $A := \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -3 & -2 & -1 \end{bmatrix}$

Диагональная матрица:

- `> J:=diag(1,2,3);`

- $J := \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \end{bmatrix}$

- Генерировать матрицу можно с помощью функции $f(i, j)$ от
- переменных i, j – индексов матрицы: $matrix(n, m, f)$, где где n -

- число строк, m – число столбцов.

- $A:=matrix(2,3,f);$


- $$A:= \begin{bmatrix} xy & xy^2 & xy \\ x^2y & x^2y^2 & x^2y^3 \end{bmatrix}$$

- Число строк в матрице A можно определить с помощью команды

- $rowdim(A)$, а число столбцов – с помощью команды $coldim(A)$.

Арифметические операции с матрицами.

- Сложение двух матриц одинаковой размерности осуществляется теми же командами, что и сложение векторов: `evalm(A+B)` или `matadd(A,B)`.
- Произведение двух матриц может быть найдено с помощью двух команд:
 - 1) `evalm(A&*B)`;
 - 2) `multiply(A,B)`.

- 
- В качестве второго аргумента в командах, вычисляющих произведение, можно указывать вектор, например:

> **A:=matrix([[1,0],[0,-1]]);**

> **B:=matrix([[-5,1],[7,4]]);**



$$\blacksquare A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad B := \begin{bmatrix} -5 & 1 \\ 7 & 4 \end{bmatrix}$$

>v:=vector([2,4]);

>v := [2,4]

□ multiply(A,v);

□ [2,-4]

- `multiply(A,B);`

$$\begin{bmatrix} -5 & 1 \\ -7 & -4 \end{bmatrix}$$

- `matadd(A,B);`

$$\begin{bmatrix} -4 & 1 \\ 7 & 3 \end{bmatrix}$$

- Команда `evalm` позволяет также прибавлять к матрице число и умножать матрицу на число. Например:

- `> C:=matrix([[1,1],[2,3]]):`

- `> evalm(2+3*C);`

-

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 6 & 11 \end{bmatrix}$$