1.6.2 Законы алгебры логики.

- Логическая формула-это выражение, содержащее логические константы, логические переменные, знаки логических операций.
- Логическая функция – зависимость значения одной переменной логической величины от других независимых логических величин аргументов.
- Таблица истинности – перечень значений функции для всех сочетаний значений аргументов. Содержит 2 в степени n строк – где n число аргументов.

Рассмотрим пример равносильных высказываний

1. Квадратное уравнение имеет действительные корни тогда и только тогда, когда его дискриминант положительный.

$$A \leftrightarrow B$$

2. Если квадратное уравнение имеет действительные корни, то его дискриминант положительный и если дискриминант квадратного уравнения положительный, то оно имеет действительные корни.

$$(A \rightarrow B) \,\&\, (B \rightarrow A).$$

$$A \leftrightarrow B = (A \to B) \& (B \to A). \qquad (1)$$

Соотношение (1) является тождеством двух логических формул.

Каким способом можно доказать справедливость равенства?

Построим таблицу истинности

$$A \to B = \overline{A} \vee B.$$

A	B	$\overline{A}$	$A \to B$	$\overline{A} \vee B$
И	И	Л	И	И
И	Л	Л	Л	Л
Л	И	И	И	И
Л	Л	И	И	И

Таким образом получаем:

$$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \,\&\, (\overline{B} \vee A)$$

- Это выражение закона алгебры логики, сводящего операцию эквивалентности к последовательности операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции.

Любую логическую формулу путем тождественных преобразований можно привести к формуле, содержащей только операции отрицания, дизъюнкции и конъюнкции.

Такой способ представления логической формулы называется нормальной формой.

Таблица 1.12. **Законы алгебры логики**

Законы коммутативности	
1	$A \,\&\, B = B \,\&\, A$
2	$A \vee B = B \vee A$
Законы ассоциативности	
3	$(A \,\&\, B) \,\&\, C = A \,\&\, (B \,\&\, C)$
4	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
Законы дистрибутивности	
5	$(A \,\&\, B) \vee C = (A \vee C) \,\&\, (B \vee C)$
6	$(A \vee B) \,\&\, C = (A \,\&\, C) \vee (B \,\&\, C)$
Закон идемпотентности	
7	$A \,\&\, A = A;\ A \vee A = A$
Законы поглощения нуля и единицы	
8	$A \,\&\, 1 = A;\ A \vee 0 = A$
Закон исключённого третьего	
9	$A \vee \overline{A} = 1$

10	$A \mathbin{\&} \overline{A} = 0$
Законы поглощения	
11	$A \vee (A \mathbin{\&} B) = A$
12	$A \mathbin{\&} (A \vee B) = A$
Законы де Моргана	
13	$\overline{A \mathbin{\&} B} = \overline{A} \vee \overline{B}$
14	$\overline{A \vee B} = \overline{A} \mathbin{\&} \overline{B}$
Закон двойного отрицания	
15	$\overline{\overline{A}} = A$
Приведение к нормальной форме	
16	$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B$
17	$A \leftrightarrow B = (\overline{A} \vee B) \mathbin{\&} (\overline{B} \vee A)$
18	$A \oplus B = (\overline{A} \mathbin{\&} B) \vee (A \mathbin{\&} \overline{B})$

Пример: Шахматы

- Есть 4 друга: Антон, Виктор, Семен и Дмитрий. Относительно их умение играть в шахматы, справедливы следующие высказывания:

1. Семен играет в шахматы
2. Если Виктор не играет в шахматы, то играет Семен и Дмитрий
3. Если Антон или Виктор играет, то Семен не играет.

Преобразуем эти высказывания к алгебраической форме. Введем логические переменные для обозначения четырех простых высказываний:

A = «Антон играет в шахматы»

B = «Виктор играет в шахматы»

C= «Семен играет в шахматы»

D = «Дмитрий играет в шахматы»

Давайте узнаем кто же играл в шахматы.

1) C;
2) $\overline{B} \rightarrow C \,\&\, D$;
3) $(A \vee B) \rightarrow \overline{C}$.

Домашнее задание

- №4,5,6 стр.108