

1.6.2 Законы алгебры ЛОГИКИ.

- **Логическая формула-это** выражение, содержащее логические константы, логические переменные, знаки логических операций.
- **Логическая функция** – зависимость значения одной переменной логической величины от других независимых логических величин аргументов.
- **Таблица истинности** – перечень значений функции для всех сочетаний значений аргументов. Содержит 2^n в степени n строк – где n число аргументов.

Рассмотрим пример равносильных высказываний

1. Квадратное уравнение имеет действительные корни тогда и только тогда, когда его дискриминант положительный.

$$A \leftrightarrow B$$

2. Если квадратное уравнение имеет действительные корни, то его дискриминант положительный и если дискриминант квадратного уравнения положительный, то оно имеет действительные корни.

$$(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A).$$

$$A \leftrightarrow B = (A \rightarrow B) \& (B \rightarrow A). \quad (1)$$

Соотношение (1) является тождеством двух логических формул.

Каким способом можно доказать справедливость равенства?

Построим таблицу истинности

$$A \rightarrow B = \overline{A} \vee B.$$

A	B	\overline{A}	$A \rightarrow B$	$\overline{A} \vee B$
И	И	Л	И	И
И	Л	Л	Л	Л
Л	И	И	И	И
Л	Л	И	И	И

Таким образом получаем:

$$A \leftrightarrow B = (\bar{A} \vee B) \& (\bar{B} \vee A)$$

- Это выражение закона алгебры логики, сводящего операцию эквивалентности к последовательности операций отрицания, дизъюнкции и конъюнкции.

Любую логическую формулу путем тождественных преобразований можно привести к формуле, содержащей только операции отрицания, дизъюнкции и конъюнкции.

Такой способ представления логической формулы называется **нормальной формой**.

Таблица 1.12. Законы алгебры логики

Законы коммутативности	
1	$A \& B = B \& A$
2	$A \vee B = B \vee A$
Законы ассоциативности	
3	$(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$
4	$(A \vee B) \vee C = A \vee (B \vee C)$
Законы дистрибутивности	
5	$(A \& B) \vee C = (A \vee C) \& (B \vee C)$
6	$(A \vee B) \& C = (A \& C) \vee (B \& C)$
Закон идемпотентности	
7	$A \& A = A; A \vee A = A$
Законы поглощения нуля и единицы	
8	$A \& 1 = A; A \vee 0 = A$
Закон исключённого третьего	
9	$A \vee \bar{A} = 1$

10	$A \& \bar{A} = 0$
Законы поглощения	
11	$A \vee (A \& B) = A$
12	$A \& (A \vee B) = A$
Законы де Моргана	
13	$\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$
14	$\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$
Закон двойного отрицания	
15	$\overline{\bar{A}} = A$
Приведение к нормальной форме	
16	$A \rightarrow B = \bar{A} \vee B$
17	$A \leftrightarrow B = (\bar{A} \vee B) \& (\bar{B} \vee A)$
18	$A \oplus B = (\bar{A} \& B) \vee (A \& \bar{B})$

Пример: Шахматы

- Есть 4 друга: Антон, Виктор, Семен и Дмитрий. Относительно их умение играть в шахматы, справедливы следующие высказывания:
 1. Семен играет в шахматы
 2. Если Виктор не играет в шахматы, то играет Семен и Дмитрий
 3. Если Антон или Виктор играет, то Семен не играет.

Преобразуем эти высказывания к алгебраической форме. Введем логические переменные для обозначения четырех простых высказываний:

A = «Антон играет в шахматы»

B = «Виктор играет в шахматы»

C = «Семен играет в шахматы»

D = «Дмитрий играет в шахматы»

Давайте узнаем кто же играл в шахматы.

1) C ;

2) $\overline{B} \rightarrow C \ \& \ D$;

3) $(A \vee B) \rightarrow \overline{C}$.

Домашнее задание

- №4,5,6 стр.108

