СИСТЕМЫ СЧИСЛЕНИЯ

Система счисления - это способ записи чисел, включающий в себя ряд *базисных чисел* и правила записи всех остальных.

В **позиционных системах счисления** значение каждой цифры (ее вес) изменяется в зависимости от ее положения (позиции) в последовательности цифр, изображающих число. Если это условие не выполняется, то система счисления является **непозиционной**. Например, в римской системе счисления любое число получается путем сложения или вычитания базисных чисел.

Система счисления. Позиционные и непозиционные системы счисления

Система счисления - это способ записи чисел.

Базисные числа системы счисления - символы, из которых формируются числа в данной системе счисления по определенным правилам.
Например: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.
Например: I(1), V(5), X(10), L(50), C(100), D(500), M(1000).

В **непозиционных системах счисления** любое число получается путем сложения или вычитания базисных чисел по заданным правилам.
Например:
CLXIIV = 100 + 50 + 10 + 5 - 2 = 163
CXXL = 100 + 50 - 20 = 130

В **позиционных системах счисления** систематичность представления чисел основана на позиционном весе цифр. Это обеспечивает простоту выполнения операций умножения и деления.
Например:
$1363 = 1*1000 + 3*100 + 6*10 + 3*1 =$
$= 1*10^3 + 3*10^2 + 6*10^1 + 3*10^0$

К-ичная (любая позиционная) система счисления

Основанием позиционной системы счисления является число К единиц какого-либо разряда, объединяемых в единицу более старшего разряда.
Например, у двоичной системы счисления основание 2 (0, 1), у восьмеричной - 8 (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7).

Полином произвольного числа Х в любой позиционной системе счисления с основанием К:

$$a_n*K^n + a_{n-1}*K^{n-1}...a_1*K^1 + a_0*K^0 + a_{-1}*K^{-1} + ... + a_{-m}*K^{-m}$$

Пример полинома произвольного числа Х в двоичной системе счисления:

$$a_n*2^n + a_{n-1}*2^{n-1}...a_1*2^1 + a_0*2^0 + a_{-1}*2^{-1} + ... + a_{-m}*2^{-m}$$

Число К единиц какого-либо разряда, объединяемых в единицу более старшего разряда, называется **основанием позиционной системы**, а сама система счисления называется **К-ичной**. Например, основанием десятичной системы счисления является число 10; двоичной - число 2 и т.п.
Числа можно записать как суммы степеней не только числа 10, но и любого другого натурального числа, большего единицы.
Запись произвольного числа Х в К-ичной позиционной системе счисления основывается на представлении этого числа в виде полинома.

Перевод целого числа из двоичной системы счисления в десятичную

$$110011_2 = 1*2^5 + 1*2^4 + 0*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0 =$$

$$= 32 + 16 + 0 + 0 + 2 + 1 =$$

$$= 51_{10}$$

Перевод числа из двоичной системы в десятичную можно осуществлять для целой и дробной частей числа по одному алгоритму путем вычисления суммы произведений цифры двоичного числа на вес ее знакоместа.

Перевод целого числа из десятичной системы счисления в двоичную осуществляется по следующей схеме.

Десятичное число делится нацело на основание 2, затем на 2 делятся последовательно ве частные от целочисленного деления, до тех пор пока частное не станет меньше основания. В результат заносится последнее частное и все остатки от деления, начиная с последнего.

Полином числа Х в десятичной системе счисления

Число X: $a_n a_{n-1} \ldots a_1 a_0 a_{-1} \ldots a_{-m}$

Пример: 325.49

Полином числа X:

$$a_n*10^n + a_{n-1}*10^{n-1} \ldots a_1*10^1 + a_0*10^0 + a_{-1}*10^{-1} + \ldots + a_{-m}*10^{-m}$$

Пример: $3*10^2 + 2*10^1 + 5*10^0 + 4*10^{-1} + 9*10^{-2}$

Десятичная позиционная система счисления основана на том, что десять единиц каждого разряда объединяются в одну единицу соседнего старшего разряда. Таким образом, каждый разряд имеет вес, равный степени 10. Например, в числе 262.27 цифра 2 повторена три раза, при этом самая левая цифра 2 означает количество сотен (ее вес равен 102); цифра 2, стоящая перед точкой, означает количество единиц (ее вес равен 100), а самая правая цифра 2 (после точки) - количество десятичных долей единицы (ее вес равен 10-1), так что последовательность цифр 262.27 представляет собой сокращенную запись выражения:

2*102 + 6*101 + 2*100 + 2*10-1 + 7*10-2.

В полиноме десятичного числа каждый коэффициент ai может быть одним из чисел, для обозначения которых введены специальные знаки.

Соответствие двоичного числа шестнадцатеричному

Двоичное число	Шестнадцатеричное число
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Таблица соответствия двоичного числа шестнадцатеричному. Используется для сокращения записи числа.