



# **МАТЕМАТИКА СРЕДНИХ ВЕКОВ И ЭПОХИ ВОЗРОЖДЕНИЯ**

**выполнила студентка  
группы МАК – 16 – 1м  
Пиннекер Марина**

## МАТЕМАТИКА В АРАБСКОМ МИРЕ

«Математика – точная, абстрактная и строгая наука. Некоторые ошибочно думают, что математика — это сухая наука. Они смешивают математику с арифметикой, в которой проводятся вычисления, порой трудные и скучные, с числами. Но для того чтобы быть настоящим математиком нужно быть поэтом в душе.»

С. Ковалевская

# МАТЕМАТИКА В АРАБСКОМ МИРЕ

- Ибн Сина (Авиценна) (X-XI в.)
- Омар аль-Хайям (XI в.)
- аль-Беруни (XII в.)
- Ибн аль-Ясмин (XII в.)
- Ибн аль-Хаим (XV в.)
- Ибн Гази аль-Фаси (XV в.)

## МАТЕМАТИКА В АРАБСКОМ МИРЕ

1. Ибн аль-Ясмин Абу Махаммад Абдуллах ибн Хаджадж ибн аль-Ясмин аль-Адрини ал-Ишбили

Главный математический труд - «Поэма аль-Ясмина об аль-джабре и аль-мукабале» состоит из 54 стихов (строчек). В ней изложены шесть видов алгебраических уравнений и методы их решений, произведение и деление степеней и правило знаков.

## МАТЕМАТИКА В АРАБСКОМ МИРЕ

1. Алгебра лежит на трех: аль-маль, числа и корень.
2. Аль-маль — любой полный квадрат, одна из его сторон есть корень.
3. Абсолютное число — то, что не относится к малю или корню, пойми.

# МАТЕМАТИКА В АРАБСКОМ МИРЕ

## 2. Ибн Гази аль-Фаси аль-Микнаси (1437 – 1513 гг.)

Его поэма «Желание вычислителей» состоит из 333 стихов.

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

1. Ван Сао-тун (VII в.) – решение квадратных уравнений и сведение задачи к кубическому уравнению – метод «небесного элемента».

## МАТЕМАТИКА КИТАЯ

? 
$$P_n(x) = a_4x^4 + a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x^1 + a_0$$

Подбором находим первую цифру корня:

$$x = y + p$$

Получаем вспомогательное уравнение:

$$\varphi(y) = A_4y^4 + A_3y^3 + A_2y^2 + A_1y + A_0.$$



# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

Последовательность операций нахождения коэффициентов вспомогательного уравнения:

$$\begin{array}{r}
 + a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1 \quad a_0 \\
 \quad \quad a_1 p \quad a_2' p \quad a_1' p \quad a_0' p \\
 \hline
 + a_4 \quad a_3 \quad a_2 \quad a_1' \quad a_0' = A_0 \\
 \quad \quad a_4 p \quad a_3'' p \quad a_2'' p \\
 \hline
 + a_4 \quad a_3'' \quad a_2'' \quad a_1'' = A_1 \\
 \quad \quad a_4 p \quad a_3''' p \\
 \hline
 + a_4 \quad a_3''' \quad a_2''' = A_2 \\
 \quad \quad a_4 p \\
 \hline
 a_4 = A_4 \quad a_3'''' = A_3
 \end{array}$$

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

## 2. Чжу Ши-цзе (1300 г.)

$$576x^4 - 2640x^3 + 1729x^2 + 3960x - 1695252 = 0$$

Подбором находим целую часть корня:  $x = y + 8$

Получаем:

$$567y^4 - 15792y^3 + 159553y^2 + 704392y - 545300 = 0$$

Подстановка:  $y = \frac{z}{576}$

В новом уравнении  $z = 384$ , т. е.  $y = \frac{384}{576} = \frac{2}{3}$

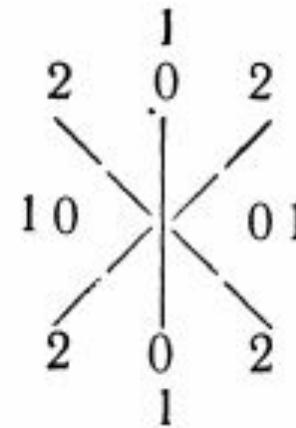
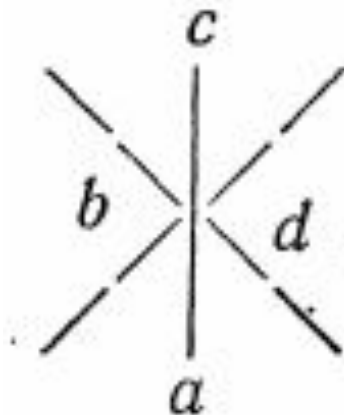
Следовательно,  $x = 8\frac{2}{3}$ .

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

## «Драгоценное зеркало четырёх элементов»

○  $x^2 + 2xy + y^2 + 2yz + z^2 + 2zu + u^2 + 2ux$ :

○  $ax + by + cz + du$ :



:

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

## 3. Шэнь Ко (XI в.) и Ян Хуэй (XIII в.)

Суммирование прогрессий:

$$\sum_{k=1}^n k = \frac{n(n+1)}{2}, \quad \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

Задача о вычислении числа ядер, сложенных в пирамиду с квадратным основанием.

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	+	0	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	0	+	+	+	0	0	0	0
0	0	0	+	+	+	+	+	0	0	0
0	0	0	+	+	+	+	+	0	0	0
0	0	+	+	+	+	+	+	+	0	0
0	0	+	+	+	+	+	+	+	0	0
0	+	+	+	+	+	+	+	+	+	0

## МАТЕМАТИКА КИТАЯ

Тогда количество ядер:  $S=1^2+2^2+3^2+4^2+5^2$ .

Из соотношений:

$$1^2=1$$

$$2^2=1+3$$

$$3^2=1+3+5$$

$$4^2=1+3+5+7$$

$$5^2=1+3+5+7+9$$

следует, что  $S=5 \cdot 1+4 \cdot 3+3 \cdot 5+2 \cdot 7+1 \cdot 9$  или в общем виде  $S=n \cdot 1+(n-1) \cdot 3+(n-2) \cdot 5+\dots+1 \cdot (2n-1)$ , что иллюстрируется частью фигуры, отмеченной крестиками.

Прибавив еще  $2S=2n^2+2(n-1)^2+2(n-2)^2+\dots+2 \cdot 1^2$ , получим

$$3S=(2n+1)n+(2n+1)(n-1)+\dots+(2n+1) \cdot 1=$$
$$=(2n+1) \cdot \frac{n(n+1)}{2}.$$

Наконец  $S=\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)$ .

# МАТЕМАТИКА КИТАЯ

- ? арифметико-алгебраические задачи;
- ? треугольник биномиальных коэффициентов (треугольник Паскаля);
- ? теоретико-числовые задачи;

## \* ТРЕУГОЛЬНИК ПАСКАЛЯ

0: 1  $(a+b)^n =$

1: 1 1  $= \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} a^k b^{n-k}$

2: 1 2 1

3: 1 3 3 1

4: 1 4 6 4 1

5: 1 5 10 10 5 1

6: 1 6 15 20 15 6 1

7: 1 7 21 35 35 21 7 1

8: 1 8 28 56 70 56 28 8 1

9: 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

10: 1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1

11: 1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1

12: 1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1

13: 1 13 78 286 715 1287 1716 1716 1287 715 286 78 13 1

14: 1 14 91 364 1001 2002 3003 3432 3003 2002 1001 364 91 14 1

Треугольник Паскаля



## МАТЕМАТИКА ИНДИИ

- ? Ариабхатта (конец V в.);
- ? Брахмагупта (род. 598 г.);
- ? Магавира (IX в.);
- ? Бхаскара Акарья (род. 1114 г.)

# МАТЕМАТИКА ИНДИИ

## 1. Ариабхатта

Сочинение в стихах астрономического и математического содержания, в котором формулировались правила элементарной математики.

# МАТЕМАТИКА Индии

## 2. Брхмагупта

Сочинение в 20 книгах: «Усовершенствованная наука Браммы».

12-я книга: арифметика и геометрия;

18-я книга: алгебра и неопределённые уравнения.

# МАТЕМАТИКА ИНДИИ

## 3. Бхаскара

«Лилавати», «Виджаганита»

# МАТЕМАТИКА Индии

«Лилавати»:

1. Метрология;
2. Действия над целыми числами и дробями и извлечение корней;
3. Способ обращения, способ ложного положения и другие частные приёмы решения задач;
4. Задачи на бассейны и смеси;
5. Суммирование рядов;
6. Планиметрия;
- 7 – 11. Вычисление различных объёмов;
12. Задачи неопределённого анализа;
13. Задачи комбинаторики.

## МАТЕМАТИКА Индии: ПРИМЕР

? Перед неизвестной красавицей ставится задача: назвать число, которое, будучи умножено на три, увеличено затем на три четверти произведения, разделено на 7, уменьшено на  $\frac{1}{3}$  частного, умножено само на себя и уменьшено на 52, после извлечения квадратного корня, прибавления 8 и деления на 10, даст 2.

# МАТЕМАТИКА ИНДИИ

«Виджаганита»:

1. Действия над положительными и отрицательными числами;
- 2-3. Неопределённые уравнения 1-й и 2-й степени;
4. Линейные алгебраические уравнения;
5. Квадратные уравнения;
6. Системы линейных уравнений;
- 7-8. Неопределённые уравнения 2-й степени.

## МАТЕМАТИКА ИНДИИ: ПРИМЕР

? Капитал 100 отдан в рост. Прирост за месяц отдан снова в рост на 6 месяцев. Общий прирост 16. Каков прирост за месяц?

$$tx^2 + px = qp$$

Описание: умножить сумму прироста и прироста прироста на время и капитал, прибавь квадрат половины капитала; извлеки квадратный корень, затем вычти половину капитала и раздели остаток на время.

$$x = \frac{\sqrt{qpt + \frac{p^2}{4}} - \frac{p}{2}}{t}$$



## МАТЕМАТИКА ИНДИИ

? Решение неопределённого уравнения 1-й степени:

$$ax - by = c$$

Пусть  $a > b$  ;  $a = bq + r$  ;  $qx + \frac{r}{b}x - y = \frac{1}{b}$  ;

$$y = qx + \frac{2x-1}{b} = qx + z.$$

Задача сводится к решению уравнения

$$rx - bz = 1$$

## МАТЕМАТИКА ИНДИИ

? Циклический метод Бхаскары для уравнений вида  $y^2 = ax^2 + 1$ .

Подбираем числа  $x_1, y_1, b_1$ .

$$ax_1^2 + b_1 = y_1^2$$

Положим  $\frac{y_1}{x_1} \approx \sqrt{a}$ , тогда  $\frac{x_1z + y_1}{b_1} = x_2$ , т. е.

$$x_1z + y_1 = b_1x_2$$

$b_1, b_2, \dots, 1$  и  $ax_k^2 + 1 = y_k^2$

# МАТЕМАТИКА ИНДИИ

- правило извлечения корней;
- действия с иррациональностями;
- понятие отрицательного числа;
- операции с числами;
- понятие о бесконечно больших числах;
- правила решения линейных уравнений, их систем и квадратных уравнений;
- элементарные комбинаторные сведения;
- знание сумм  $\sum_{k=1}^n k$  и  $\sum_{k=1}^n k^2$ ;
- треугольник Паскаля;
- десятичная система счисления с нулём;
- правила счёта;
- решение ряда задач алгебры, комбинаторики, неопределённого анализа.

# СОВРЕМЕННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

अ	आ	इ	ई	उ	ऊ	ऋ	ॠ	ऌ	ॡ	
a	ā	i	ī	u	ū	r	r̄	l	l̄	
ए	ऐ	ओ	औ	अं	अः	क	ख	ग	घ	ङ
e	ai	o	au	aṃ	aḥ	ka	kha	ga	gha	ṅa
च	छ	ज	झ	ञ	ट	ठ	ड	ढ	ण	
ca	cha	ja	jha	ña	ṭa	ṭha	ḍa	ḍha	ṇa	
त	थ	द	ध	न	प	फ	ब	भ	म	
ta	tha	da	dha	na	pa	pha	ba	bha	ma	
य	र	ल	व	श	ष	स	ह			
ya	ra	la	va	śa	ṣa	sa	ha			

# СОВРЕМЕННАЯ СИСТЕМА СЧИСЛЕНИЯ

Мухаммед Аль Хорезми (IX в.)



# УНИВЕРСИТЕТЫ

ХII – ХIII вв.

Университет – лат. *universities* – целостность, совокупность.

Факультеты:

- ? юридический;
- ? медицинский;
- ? богословский;
- ? философский.

Лекция – чтение.

ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ФИБОНАЧЧИ):  
РОД. 1170 Г.



# ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ФИБОНАЧЧИ)





## ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ФИБОНАЧЧИ)

«Книга Абака»:

1-5. Арифметика целых чисел;

6-7. Действия с обыкновенными дробями;

8-10. Решение задач по арифметике;

11. Задачи на смещение;

12. нахождение суммы ряда прогрессий;

13. линейные уравнения;

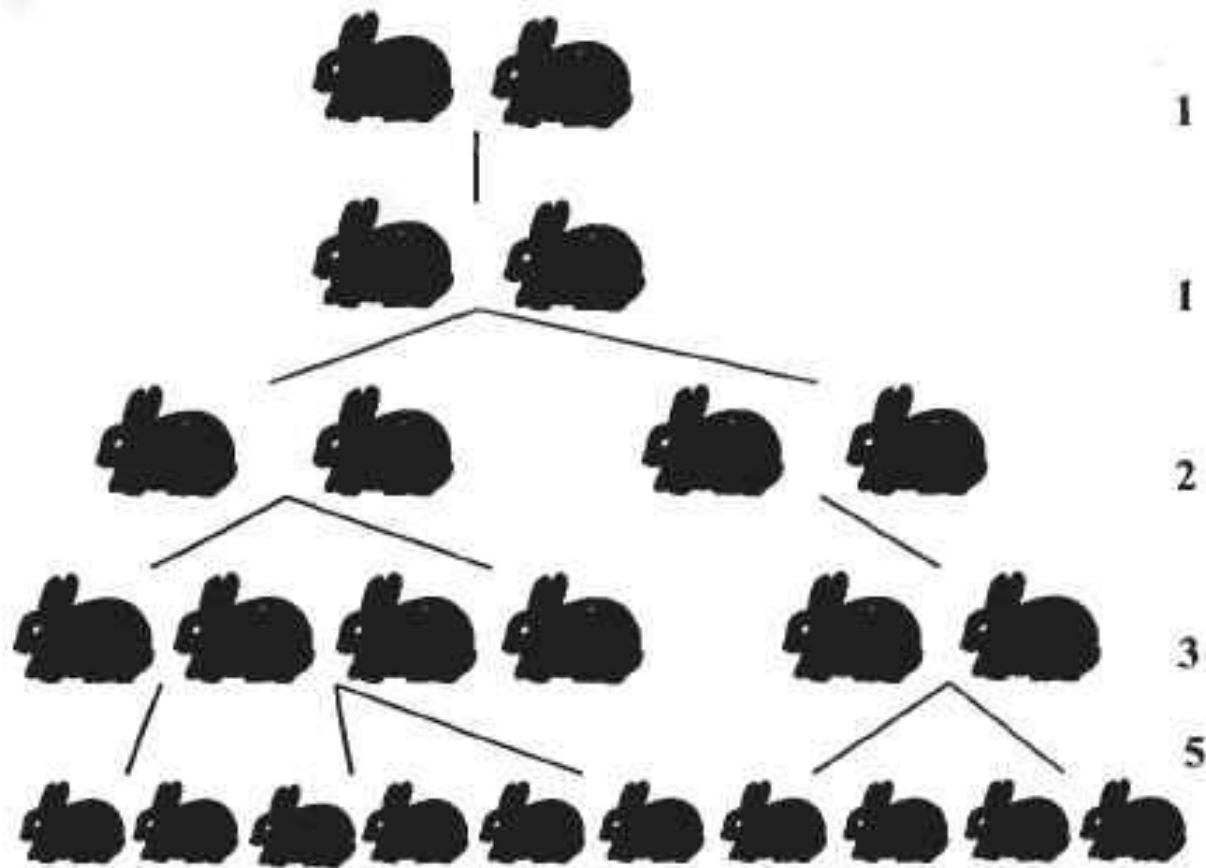
14. решение квадратного и кубического уравнений;

15. теорема Пифагора.

## ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ФИБОНАЧЧИ)

- ? «Книга абака» (*Liber abaci*), 1202 год, дополнена в 1228 году;
- ? «Практика геометрии» (*Practica geometriae*), 1220 год;
- ? «Цветок» (*Flos*) 1225 год;
- ? «Книга квадратов» (*Liber quadratorum*), 1225 год;
- ? *Di minor guisa*, утеряно;
- ? Комментарии к книге X «Начал» Евклида, утеряно;
- ? Письмо Теодорусу, 1225 год.

# ЛЕОНАРДО ПИЗАНСКИЙ (ФИБОНАЧЧИ)



# МИХАЭЛЬ ШТИФЕЛЬ:

РОД. ОК. 1487 Г., УМЕР 19 АПРЕЛЯ 1567



## МИХАЭЛЬ ШТИФЕЛЬ

- ? *Arithmetica integra* (Нюрнберг, 1544): теория отрицательных чисел, возведения в степень, различных прогрессий и др. последовательностей;
- ? понятия «корень» и «показатель степени»;
- ? правило образования биномиальных коэффициентов;
- ? один из изобретателей логарифма.

## СЦИПИОН ДЕЛЬ ФЕРРО:

6 ФЕВРАЛА 1465 – 5 НОЯБРЯ 1526

? Формула решения кубического уравнения вида

$$x^3 + ax = b, \text{ где } a, b > 0$$

$$x = \sqrt[3]{\frac{b}{2} + \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}} + \sqrt[3]{\frac{b}{2} - \sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2 + \left(\frac{a}{3}\right)^3}}$$

НИККОЛО ТАРТАЛЪЯ:

РОД. ОК. 1499-1500 – 13 ДЕКАБРЯ 1557



# НИККОЛО ТАРТАЛЬЯ

- ? математика, баллистика, топография;
- ? «Generale trattato de numeri e misure»  
(1556—1560 - вопросы арифметики, алгебры и геометрии;



ДЖЕРОЛАМО КАРДАНО:

24 СЕНТЯБРЯ 1501 – 21 СЕНТЯБРЯ 1576



## ДЖЕРОЛАМО КАРДАНО

- медицина;
- алгебра: отрицательные корни уравнений;
- решение уравнений вида  $x^3 + b = ax$ ,  $x^3 = ax + b$ ,  $x^3 + ax = b$ , где  $a, b$  — положительные числа;
- трактат «Великое искусство» («Ars magna»);
- решение уравнения 4-й степени;
- теоретическое основание для возникновения комплексных чисел;
- «Книга об игре в кости» (1526 г.).

## Лодовико (Луиджи) Феррари

- ? в 18 лет стал профессором Миланского университета;
- ? не успел опубликовать ни одного своего сочинения;
- ? метод решения уравнений 4-й степени.

# Лодовико (Луиджи) Феррари

Представим уравнение четвёртой степени в виде:

$$Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 + Dx + E = 0,$$

Его решение может быть найдено из следующих выражений:

$$\alpha = -\frac{3B^2}{8A^2} + \frac{C}{A},$$

$$\beta = \frac{B^3}{8A^3} - \frac{BC}{2A^2} + \frac{D}{A},$$

$$\gamma = -\frac{3B^4}{256A^4} + \frac{B^2C}{16A^3} - \frac{BD}{4A^2} + \frac{E}{A},$$

если  $\beta = 0$ , тогда, решив  $u^4 + \alpha u^2 + \gamma = 0$  и, сделав

подстановку  $x = u - \frac{B}{4A}$ , найдём корни:

$$x = -\frac{B}{4A} \pm_s \sqrt{\frac{-\alpha \pm_t \sqrt{\alpha^2 - 4\gamma}}{2}}, \quad \beta = 0.$$

# Лодовико (Луиджи) Феррари

$$P = -\frac{\alpha^2}{12} - \gamma,$$

$$Q = -\frac{\alpha^3}{108} + \frac{\alpha\gamma}{3} - \frac{\beta^2}{8},$$

$$R = -\frac{Q}{2} \pm \sqrt{\frac{Q^2}{4} + \frac{P^3}{27}}, \text{ (любой знак квадратного корня}$$

подойдёт)

$U = \sqrt[3]{R}$ , (три комплексных корня, один из которых подойдёт)

$$y = -\frac{5}{6}\alpha + U + \begin{cases} U = 0 & \rightarrow -\sqrt[3]{Q} \\ U \neq 0 & \rightarrow \frac{-P}{3U} \end{cases},$$

$$W = \sqrt{\alpha + 2y}$$

$$x = -\frac{B}{4A} + \frac{\pm_s W \pm_t \sqrt{-\left(3\alpha + 2y \pm_s \frac{2\beta}{W}\right)}}{2}.$$

# РАФАЭЛЬ БОМБЕЛЛИ: 1526 – 1572 гг.

- ? «Алгебра» («L`Algebra») (1560 г.);
- ? отрицательные числа;
- ? правило знаков для умножения;
- ? комплексные числа;
- ? решение уравнений 3-ей степени;
- ? использование скобок;
- ? обозначение степени.

## РАФАЭЛЬ БОМБЕЛЛИ: ПРИМЕР

? Уравнение  $x^3 = 15x + 4$  имеет вещественный корень  $x = 4$

По формулам Кардано получаем:

$$x = \sqrt[3]{2 + 11i} + \sqrt[3]{2 - 11i}$$

$$\sqrt[3]{2 \pm 11i} = 2 \pm i$$

ФРАНСУА ВИЕТ:  
1540 – 13 ФЕВРАЛЯ 1603 г.





## ФРАНСУА ВЬЕТ

- ? разработка обобщённой арифметики;
- ? алгебраические преобразования;
- ? формулы Виета для вычисления корней квадратных уравнений;
- ? тригонометрический метод решения неприводимого кубического уравнения;
- ? формула для приближения числа  $\pi$ :

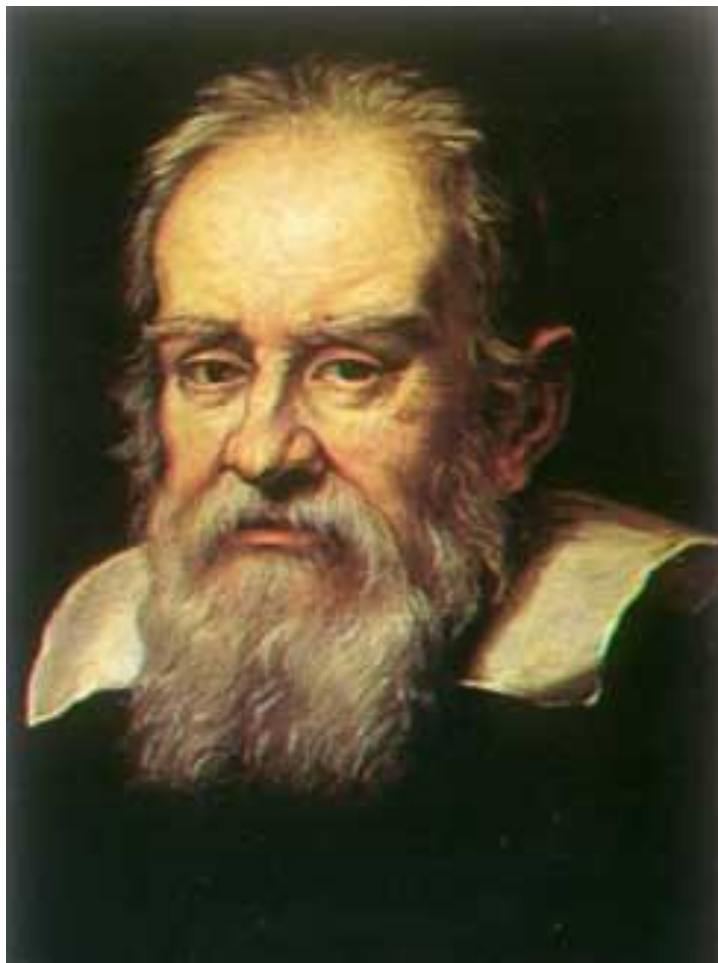
$$\frac{2}{\pi} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}}}} \dots$$

## ФРАНСУА ВИЕТ

- ? аналитическое изложение теории уравнений первых четырёх степеней;
- ? применение трансцендентных функций к решению алгебраических уравнений.

ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ:

15 ФЕВРАЛЯ 1564 – 8 ЯНВАРЯ 1642 Г.



## ГАЛИЛЕО ГАЛИЛЕЙ

- ? «Рассуждение об игре в кости» («Considerazione sopra il giuoco dei dadi», время написания неизвестно, опубликовано в 1718 году);
- ? «Беседа о двух новых науках»;
- ? парадокс Галилея;
- ? создал теорию множеств.

Иоганн Кеплер:

27 ДЕКАБРЯ 1571 – 15 НОЯБРЯ 1630 г.



# ИОГАНН КЕПЛЕР

- ? определение объёмов тел вращения;
- ? «Новая стереометрия пивных бочек» (1615 г.);
- ? элементы интегрального исчисления;
- ? анализ симметрии снежинок;
- ? таблица логарифмов;
- ? термин «среднее арифметическое»;
- ? понятие о бесконечно удалённой точке;
- ? понятие фокуса конического сечения;
- ? проективные преобразования конических сечений.

**Спасибо за внимание!**