

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ЗАКОНЫ В ЛИРИКЕ А.С. ПУШКИНА

интегрированный урок (литература и алгебра)

Поверил я алгеброй гармонию...

А.С. Пушкин

КАШПУР Наталья Ивановна

учитель русского языка и литературы

Гимназии № 261 г. Санкт-Петербурга

2012

*О сколько нам открытий чудных
Готовят просвещенья дух
И опыт, сын ошибок трудных,
И гений, парадоксов друг...*

А.С. Пушкин



Цель: установить связь математических законов с законами стихосложения в лирике А. С. Пушкина.

Задачи:

дидактические:

- ввести понятия симметрии и асимметрии, «золотого сечения», чисел Фибоначчи;

- научить применять математические методы анализа поэтического произведения, используя структурное стиховедение.

Задачи:

воспитательные:

- формирование навыков сотрудничества в решении поисковых задач;

развивающие:

- развитие умения применять полученные знания в нестандартных ситуациях;

- развитие абстрактного, наглядно-образного мышления и интереса к исследовательской работе.

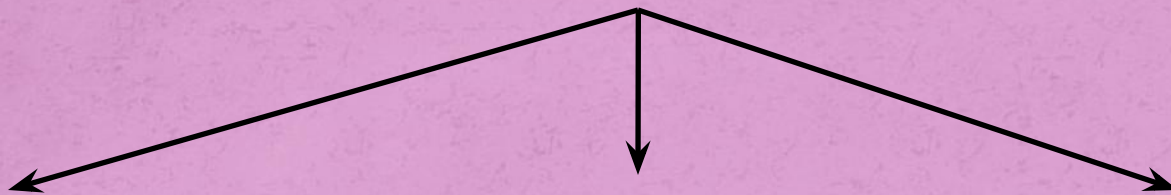
Андрей Белый (настоящее имя Борис Николаевич Бугаев) (1880-1934) – поэт, писатель, критик, стиховед.

Андрей Белый, был первым, кто попытался внести строгие методы математической статистики в изучение русского стиха.

В статьях, написанных в конце первого десятилетия XX века и включенных потом в сборник «Символизм», Андрей Белый сформулировал постановку задачи и наметил основные выводы.



Учёные о Пушкине как о «математике»



Филологи

М.П. Гаспаров

Е.Г. Эткинд

К.Ф. Тарановский

О.Н. Гринбаум

Математики

А.Н. Колмогоров

М.А. Краснопёрова

Литературоведы

В.В. Вересаев

Б. Томашевский

Колмогоров Андрей Николаевич (1903-1987)

– один из крупнейших математиков XX века



Профессор Московского государственного университета (с 1931), доктор физико-математических наук, академик Академии наук СССР (1939), президент Московского математического общества (ММО).

Ефим Григорьевич Эткинд (1918-1999)- филолог, историк литературы



Доктор филологических наук (1965), профессор (1967) Ленинградского Педагогического института им. Герцена. Автор работ по структурному стиховедению:
«Симметрические композиции у Пушкина»,
«Божественный глагол: Пушкин, прочитанный в России и во Франции»,
«Разговор о стихах».

Олег Натанович Гринбаум (1950)

Доктор филологических наук, профессор кафедры математической лингвистики филологического факультета СПбГУ, заложивший основы эстетико-формального (гармонического) стиховедения – нового направления в изучении русского классического стиха, в основе которого закон «золотого сечения» и числа Фибоначчи.



Пушкин и математика



$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} \quad a(a-b) = b \cdot b \quad a^2 - ab = b \cdot b$$

$$AB = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{a-b} \quad a(a-b) = b \cdot b \quad a^2 - ab = b \cdot b$$

$$EF = a, \quad CF = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sqrt{5} = \frac{a + a\sqrt{5}}{2}$$

$$\frac{CF}{EF} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$$

$$AB = \sqrt{a^2 + \frac{a^2}{4}} = \frac{a}{2} \sqrt{5}$$

$$EF = a, \quad CF = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \sqrt{5} = \frac{a + a\sqrt{5}}{2}$$

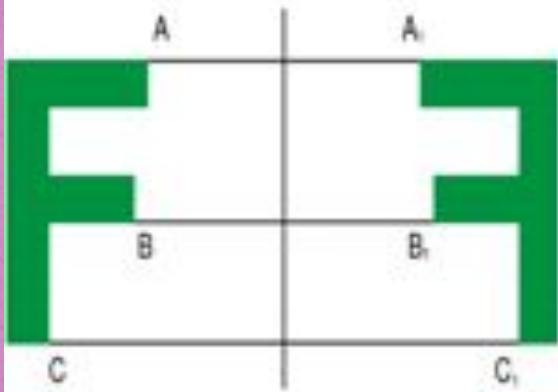
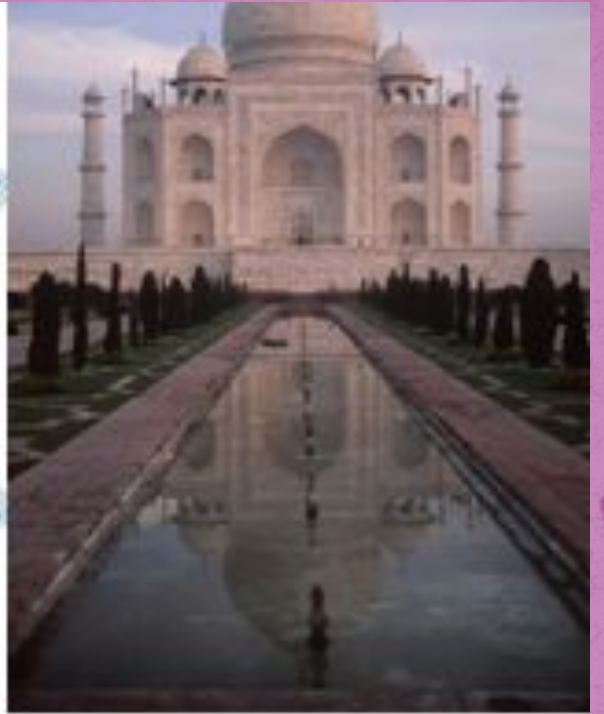
$$\frac{a^2}{b^2} - \frac{ab}{b^2} = \frac{b \cdot b}{b^2}$$

$la^2 = bc - b^2/c^2$
 $ha = b \sin \gamma = c \sin \beta$
 $ma^2 + mb^2 = 3(a^2 + b^2)$

Симметрия

Симметрия – одинаковое расположение равных частей по отношению к плоскости или линии. Симметрия означает соразмерность, пропорциональность, гармонию.

Гармония - согласованность, соразмерность, единство частей и целого, обуславливающее внутреннюю и внешнюю формы предмета, события, явления, их совершенство. Внешне гармония может проявляться в мелодии, ритме, симметрии, пропорциональности.



A M U W
E B C D
d | b p | q

Симметрия в природе



Зеркальный пейзаж

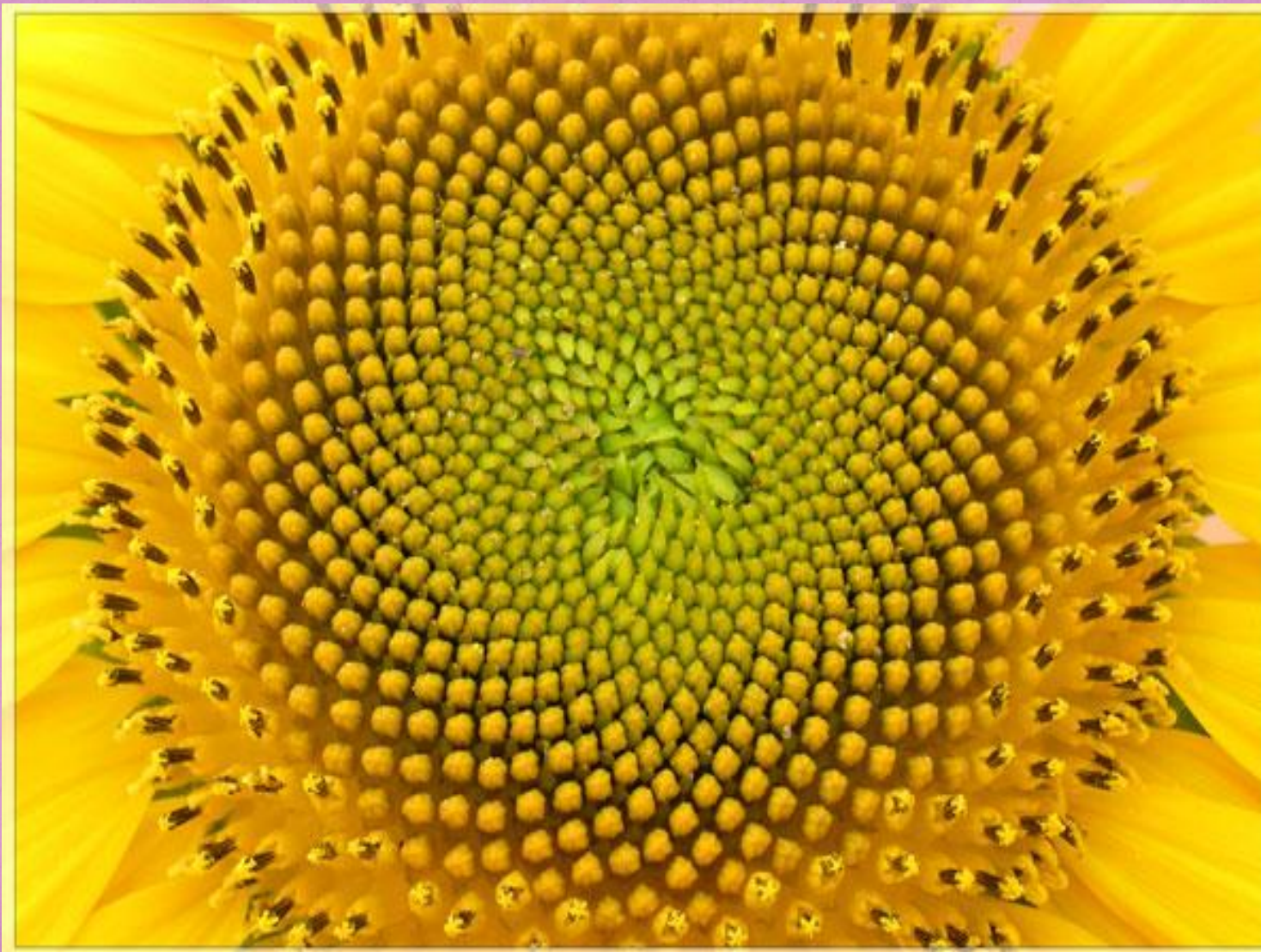


Симметрия природы



KM

Симметрия природы



Палиндромы

Ярким примером симметрии
являются палиндромы

(перевёртыши) – слова и фразы,

которые читаются одинаково слева направо
и справа налево:

казак, шалаш.

А роза упала на лапу Азора.

Симметрия композиции романа «Капитанская дочка»

История Маши Мироновой	
Суровые законы крестьянской революции	
Маша оказывается в беде	
Гринёв отправляется к крестьянскому царю	
Невеста спасена История Петра Гринёва	

Законы дворянской

МУЗА

- 1 В младенчестве моем она меня любила
- 2 И семиствольную цевницу мне вручила;
- 3 Она внимала мне с улыбкой, и слегка,
- 4 По звонким скважинам пустого тростника
- 5 Уже наигрывал я слабыми перстами
- 6 И гимны важные, внушенные богами,
- 7 И песни мирные фригийских пастухов.
- 8 С утра до вечера в немой тени дубов
- 9 Прилежно я внимал урокам девы тайной;
- 10 И, радуя меня наградой случайной,
- 11 Откинув локоны от милого чела,
- 12 Сама из рук моих свирель она брала:
- 13 Тростник был оживлен божественным дыханьем
- 14 И сердце наполнял святым очарованьем.



Цевница – народный духовой музыкальный инструмент в виде нескольких соединённых свирелей.



Симметрия содержания

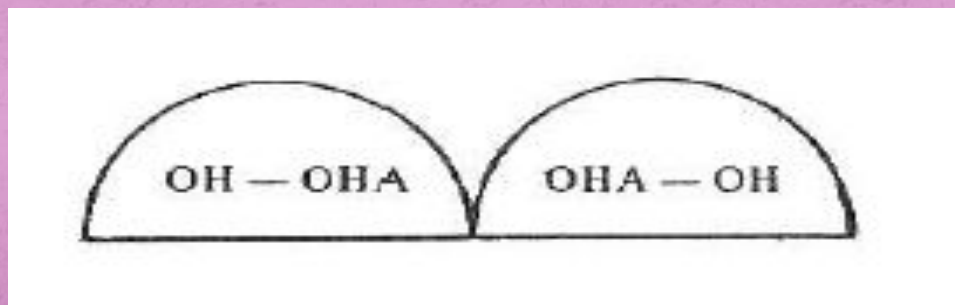
- 1 В младенчестве моем она меня любила
- 2 И семиствольную цевницу мне вручила;
- 3 Она внимала мне с улыбкой, и слегка,
- 4 По звонким скважинам пустого тростника
- 5 Уже наигрывал я слабыми перстами
- 6 И гимны важные, внушенные богами,
- 7 И песни мирные фригийских пастухов.
- 8 С утра до вечера в немой тени дубов
- 9 Прилежно я внимал урокам девы тайной;
- 10 И, радуя меня наградой случайной,
- 11 Откинув локоны от милого чела,
- 12 Сама из рук моих свирель она брала:
- 13 Тростник был оживлен божественным дыханьем
- 14 И сердце наполнял святым очарованьем.

Симметрия содержания

В стихотворении «Муза» 14 строк, они по содержанию отчётливо распадаются на две равные части. В первых семи стихах поэт наигрывает на цевнице то, что умеет сам, в последующих семи он учится у музыки – играет не он, а она: он слушает.

Перед нами две равных половины: в первой ОН играет, ОНА слушает (Она внимала мне); во второй – ОН слушает (Прилежно я внимал), играет она.

Схематически её можно представить двумя подобными полусферами:



Симметрия посвящения (образов)

- 1 В младенчестве моем она меня любила
- 2 И семиствольную цевницу мне вручила;
- 3 Она внимала мне с улыбкой, и слегка,
- 4 По звонким скважинам пустого тростника
- 5 Уже наигрывал я слабыми перстами
- 6 И гимны важные, внушенные богами,
- 7 И песни мирные фригийских пастухов.
- 8 С утра до вечера в немой тени дубов
- 9 Прилежно я внимал урокам девы тайной;
- 10 И, радуя меня наградой случайной,
- 11 Откинув локоны от милого чела,
- 12 Сама из рук моих свирель она брала:
- 13 Тростник был оживлен божественным дыханьем
- 14 И сердце наполнял святым очарованьем.

Симметрия посвящения



Первое и седьмое двусишия посвящены инструменту, в центре второго и шестого – муза, в срединных двусишиях – третьем, четвёртом и пятом – поэт.

Метрическая схема: 1-1-3-1-1 (единица – двусишие).

Симметрия фонетическая (рифменная)

- 1 В младенчестве моем она меня любила
- 2 И семиствольную цевницу мне вручила;
- 3 Она внимала мне с улыбкой, и слегка,а,
- 4 По звонким скважинам пустого тростникаа
- 5 Уже наигрывал я слабыми перстамиами
- 6 И гимны важные, внушенные богамиами,
- 7 И песни мирные фригийских пастуховов.
- 8 С утра до вечера в немой тени дубовов
- 9 Прилежно я внимал урокам девы тайнойой;
- 10 И, радуя меня наградой случайнойой,
- 11 Откинув локоны от милого челаа,
- 12 Сама из рук моих свирель она бралаа:
- 13 Тростник был оживлен божественным дыханьемем
- 14 И сердце наполнял святым очарованьемем.

Симметрия фонетическая (рифменная)

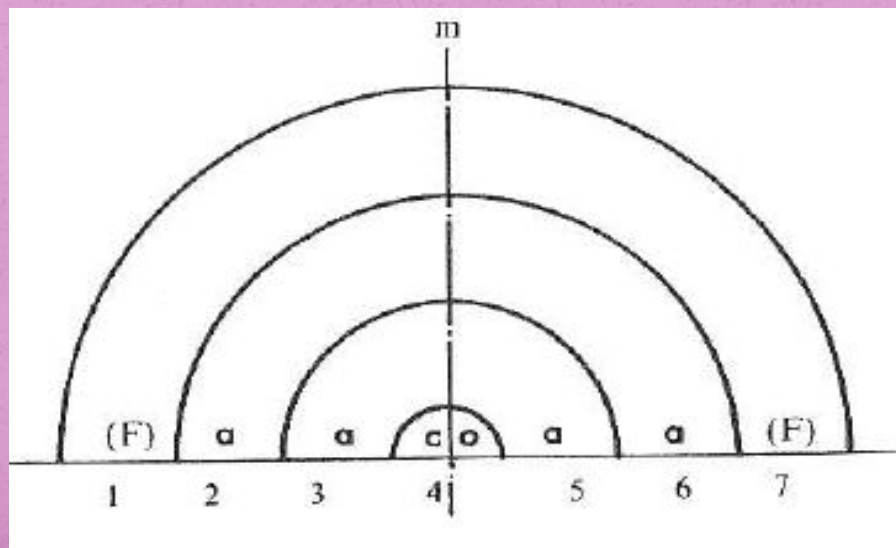
Совпадает женский тип окончаний строк 1-2 и 13-14.

Совпадают гласные звучания в рифмах строк:

3-4 и 11-12 (слегка – тростника, чела – брала);

5-6 и 9-10 (перстами – богами, тайной – случайной);

7 и 8 (пастухов – дубов).



Симметрия синтаксической КОМПОЗИЦИИ

- 1 В младенчестве моем она меня любила
- 2 И семиствольную цевницу мне вручила;
- 3 Она внимала мне с улыбкой, и слегка,
- 4 По звонким скважинам пустого тростника
- 5 Уже наигрывал я слабыми перстами
- 6 И гимны важные, внушенные богами,
- 7 И песни мирные фригийских пастухов.
- 8 С утра до вечера в немой тени дубов
- 9 Прилежно я внимал урокам девы тайной;
- 10 И, радуя меня наградой случайной,
- 11 Откинув локоны от милого чела,
- 12 Сама из рук моих свирель она брала:
- 13 Тростник был оживлен божественным дыханьем
- 14 И сердце наполнял святым очарованьем.

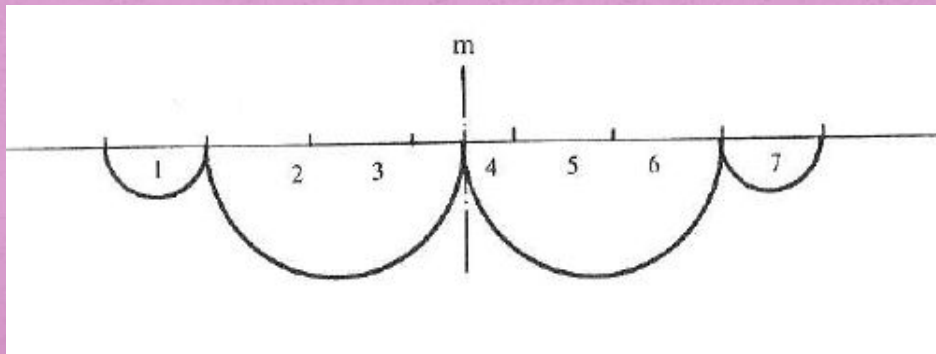
Симметрия синтаксической КОМПОЗИЦИИ

Каждая из симметрических половин содержит две фразы, расположенные зеркально по отношению друг к другу:

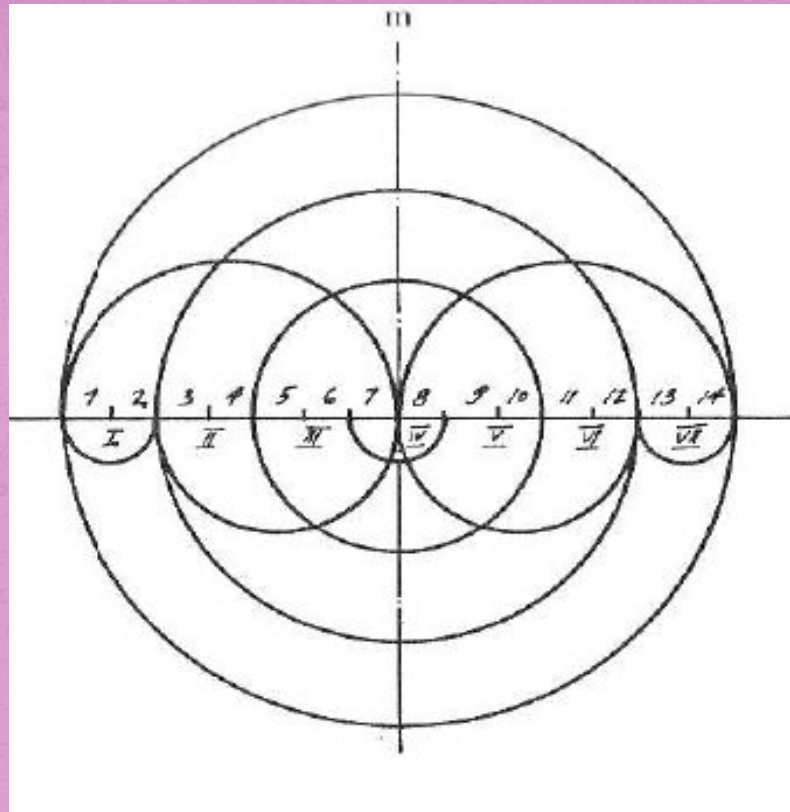
первая охватывает 2 стиха, вторая – 5;

во второй половине – первая – 5, вторая – 2.

Метрическая схема: 2-5-5-2 (единица – стих).



Полная схема симметрических структур



Полная схема представляет собой соединение всех симметрических структур, приведённых ранее. Эти структуры как будто не вступают в противоречие, а скорее накладываются одна на другую и взаимно обогащают, усиливают друг друга.

Сожжѐнное письмо

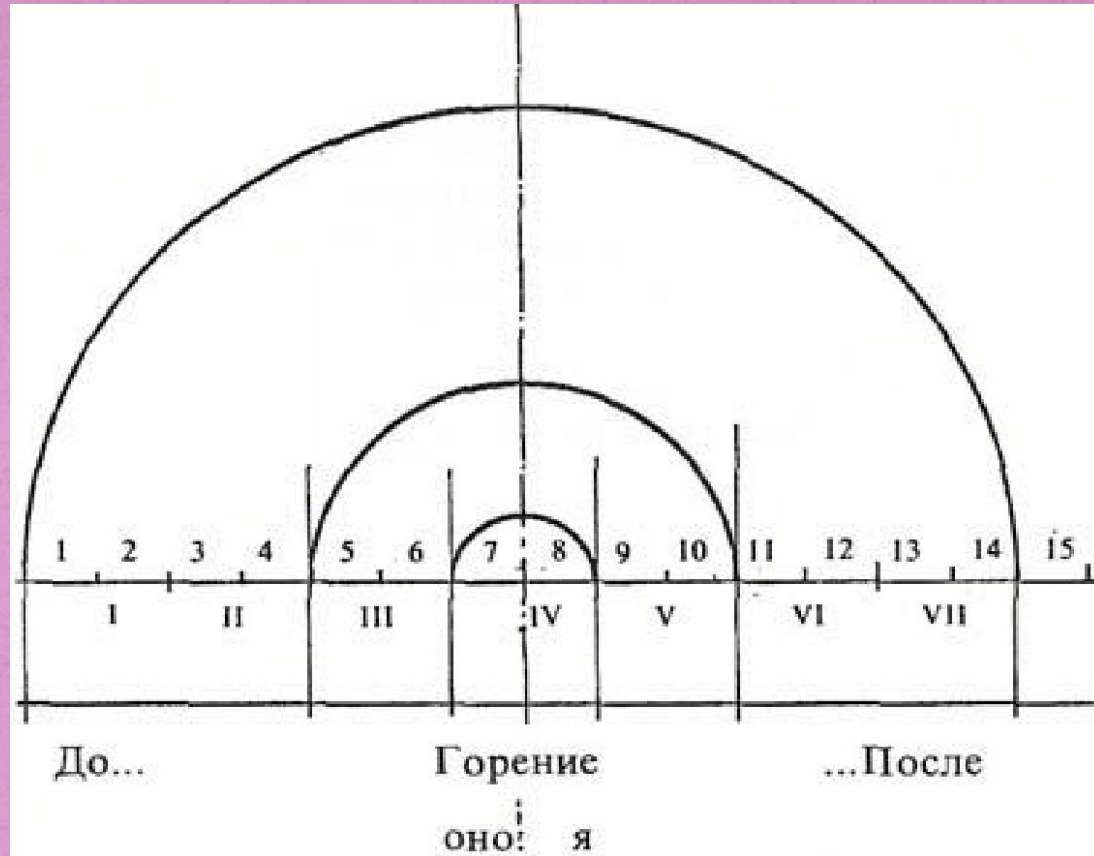
1. Прощай, письмо любви! прощай: она велела.
2. Как долго медлил я! как долго не хотела
3. Рука предать огню все радости мои!..
4. Но полно, час настал. Гори, письмо любви.
5. Готов я; ничему душа моя не внемлет.
6. Уж пламя жадное листы твои приемлет...
7. Минуту!.. вспыхнули! пылают — легкий дым,
8. Виясь, теряется с молением моим.
9. Уж перстня верного утрата впечатленья,
10. Растопленный сургуч кипит... О провиденье!
11. Свершилось! Темные свернулись листы;
12. На легком пепле их заветные черты
13. Белеют... Грудь моя стеснилась. Пепел милый,
14. Отрада бедная в судьбе моей унылой,
15. Остаься век со мной на горестной груди...



Симметрия содержания

1. Прощай, письмо любви! прощай: она велела.
2. Как долго медлил я! как долго не хотела
3. Рука предать огню все радости мои!..
4. Но полно, час настал. Гори, письмо любви.
5. **Готов я; ничему душа моя не вземлет.**
6. **Уж пламя жадное листы твои приемлет..**
7. **Минуту!.. вспыхнули! пылают — легкий дым,**
8. **Виясь, теряется с молением моим.**
9. **Уж перстня верного утрата впечатленье,**
10. **Растопленный сургуч кипит.. О провиденье!**
11. **Свершилось! Темные свернулись листы;**
12. **На легком пепле их заветные черты**
13. **Белеют.. Грудь моя стеснилась. Пепел милый,**
14. **Отрада бедная в судьбе моей унылой,**
15. **Останься век со мной на горестной груди...**

Симметрия содержания



В соответствии с сюжетом в стихотворении 3 части:

подготовка к сожжению, само горение письма, горечь после сожжения.

1 и 3 части равновелики – они занимают по 4 стиха, 2 часть - 3 двустишия, процесс горения приходится на центр стихотворения, на строки 7 и 8.

Симметрия содержания

1. Прощай, письмо любви! прощай: она велела.
2. Как долго медлил я! как долго не хотела
3. Рука предать огню все радости мои!..
4. Но полно, час настал. Гори, письмо любви.
5. **Готов я; ничему душа моя не внемлет.**
6. **Уж пламя жадное листы твои приемлет...**
7. Минуту!.. вспыхнули! пылают — легкий дым,
8. Вясь, теряется с молением моим.
9. **Уж перстня верного утрата впечатленье,**
10. **Растопленный сургуч кипит... О провиденье!**
11. Свершилось! Темные свернулись листы;
12. На легком пепле их заветные черты
13. Белеют... Грудь моя стеснилась. Пепел милый,
14. Отрада бедная в судьбе моей унылой,
15. **Останься век со мной на горестной груди...**

смерть

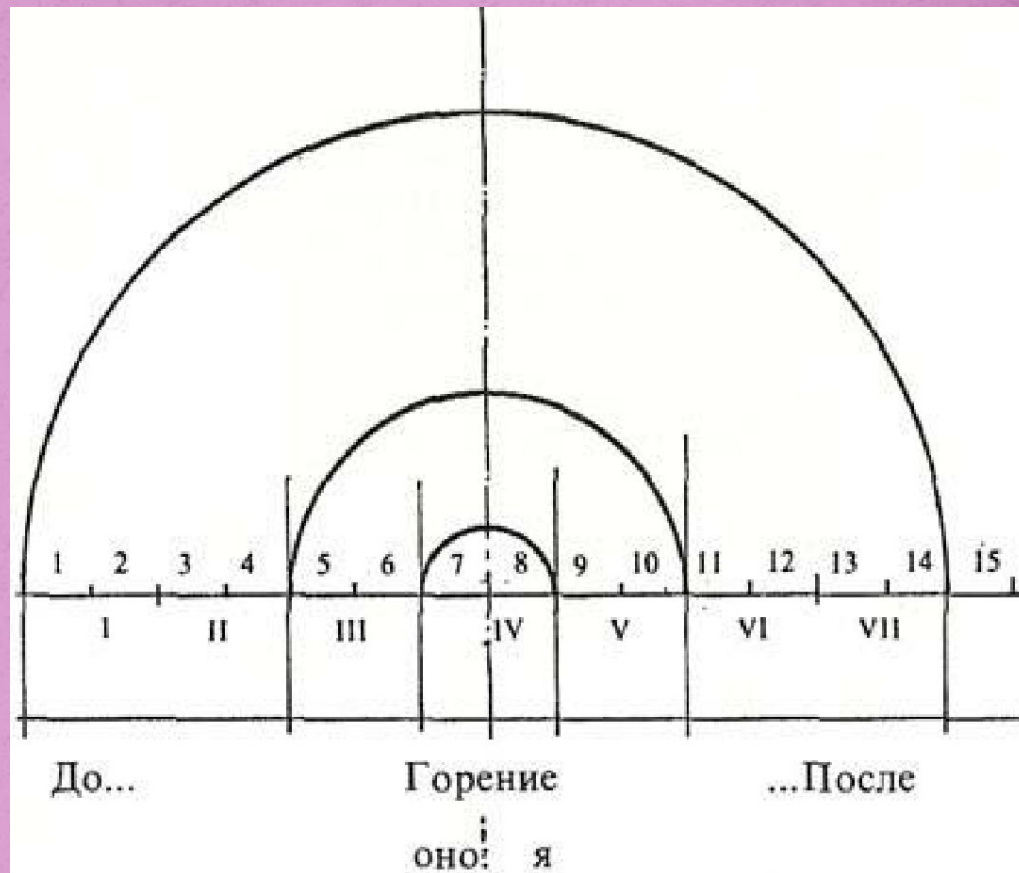
Бессмертие

Симметрия содержания

1 часть – монолог поэта, обрекающий письмо на гибель, 3 часть – монолог поэта, сулящий сожжённому письму – пеплу – бессмертие.

1 и 3 части противоположны, как противоположны понятия «смерть» и «бессмертие». Идея бессмертия подчеркнута добавлением лишней, 15-ой строки.

Формула стихотворения в числовом выражении: 4 – 6 -- 4 (1) – за единицу – стих.



Симметрия образов

1. Прощай, письмо любви! прощай: она велела.
2. Как долго медлил я! как долго не хотела
3. Рука предать огню все радости мои!..
4. Но полно, час настал. Гори, письмо любви.
5. Готов я; ничему душа моя не внемлет.
6. Уж пламя жадное листы твои приемлет...
7. Минуту!.. вспыхнули! пылают — легкий дым,
8. Виясь, теряется с молением моим.
9. Уж перстня верного утрата впечатленье,
10. Растопленный сургуч кипит... О провиденье!
11. Свершилось! Темные свернулись листы;
12. На легком пепле их заветные черты
13. Белеют.. Грудь моя стеснилась. Пепел милый,
14. Отрада бедная в судьбе моей унылой,
15. Остаься век со мной на горестной груди...

Я - субъект

Сгорание

Объект - письмо

Симметрия центральной части

- | | | |
|-----|--|----------|
| 5. | Готов я; ничему душа моя не внемлет. | Субъект |
| 6. | Уж пламя жадное листы твои приемлет... | Объект |
| 7. | Минуту!.. вспыхнули! пылают — легкий дым, | Сгорание |
| 8. | Виясь, теряется с молением моим. | |
| 9. | Уж перстня верного утрата впечатление, | Объект |
| 10. | Растопленный сургуч кипит... О провиденье! | Субъект |

Схема центральной части (В)

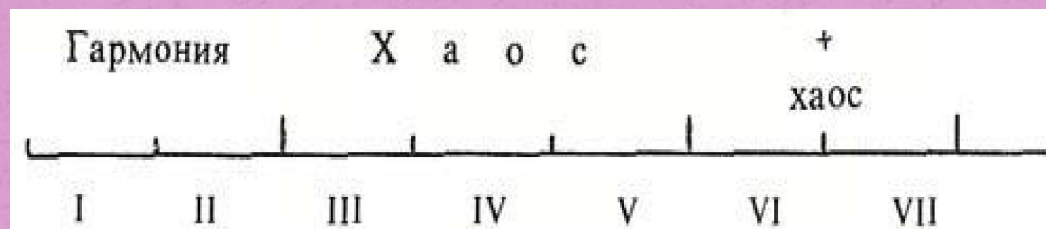


В центральном двустии, которое выше определено как Сгорание, объект и субъект сливаются в единое целое – они как бы сгорают вместе.

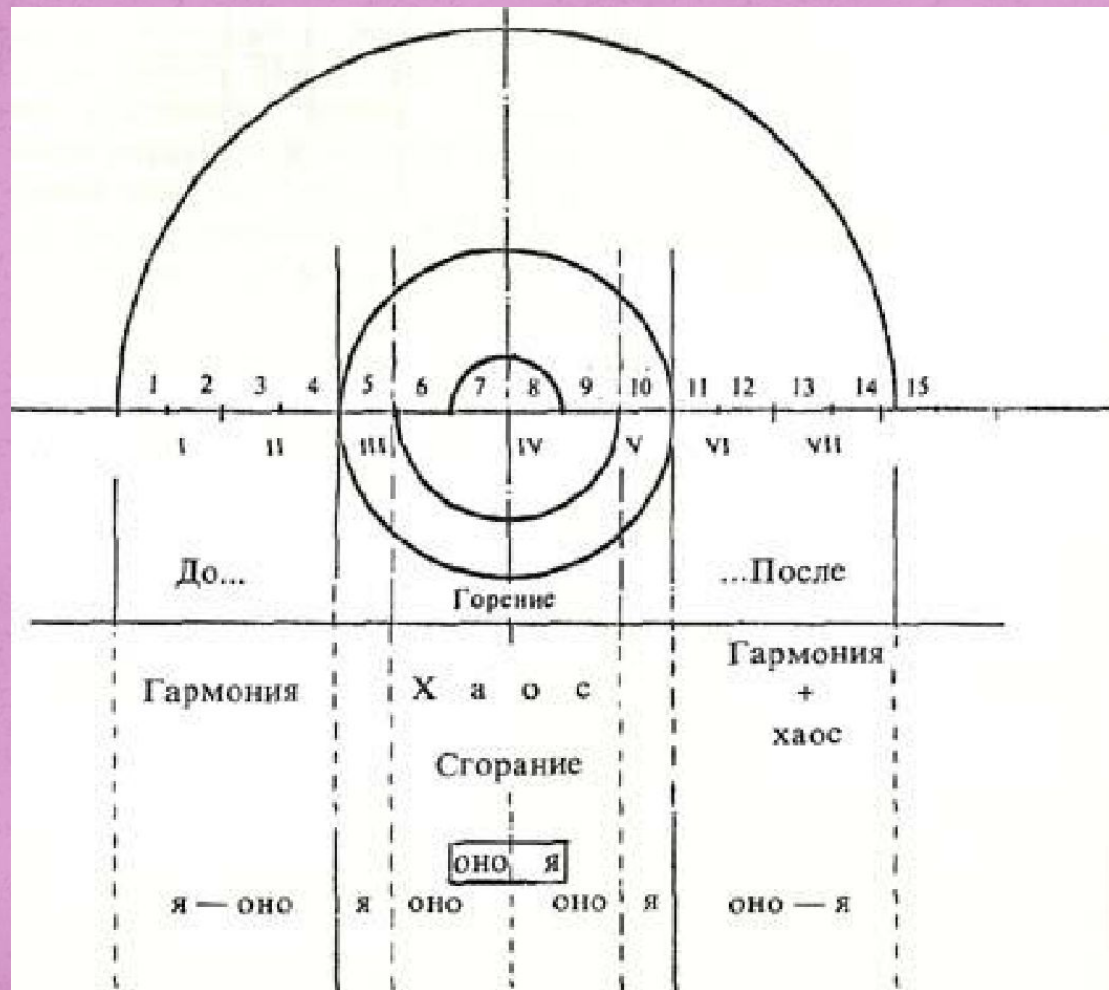
Центральные строки (7 и 8) соединены темой сгорания, строки 6 и 9 – отнесённостью к объекту, к письму, строки 5 и 10 – отнесённостью к субъекту.

Часть В – горение

Часть В – Горение – представляет собой господство хаоса, противопоставленного гармонии первой части. В этом смысле схема приобретает такой вид:



Совмещая различные аспекты симметрических структур, получим:



Симметрия ритма и рифмы

Роза

Где наша роза,
Друзья мои?
Увяла роза,
Дитя зари.

0 1 0 1 0

0 1 0 1 0 Симметричное чередование :

- мужских и женских рифм,
- ударных и безударных слогов двустопного ямба.

Вывод:

Простота симметричных построений придаёт стихам красоту упорядоченности, лёгкость восприятия, строгость и монументальность.

Принцип симметрии является методологической основой всего структурного стиховедения.

Но симметрия, – по словам А.М. Васнецова, – это «элементарное свойство красоты» и лишь «асимметрия творит явления» (П. К. Кюри).

Асимметрия

Асимметрия (несоразмерность) – отсутствие, нарушение симметрии.

Одним из выражений асимметрии в метрике и композиции стихов является «Золотая пропорция», подчинение метрики числам Фибоначчи. Сочетание этих двух основ гармонии и порождает удивительное разнообразие художественных форм в поэзии А.С. Пушкина.

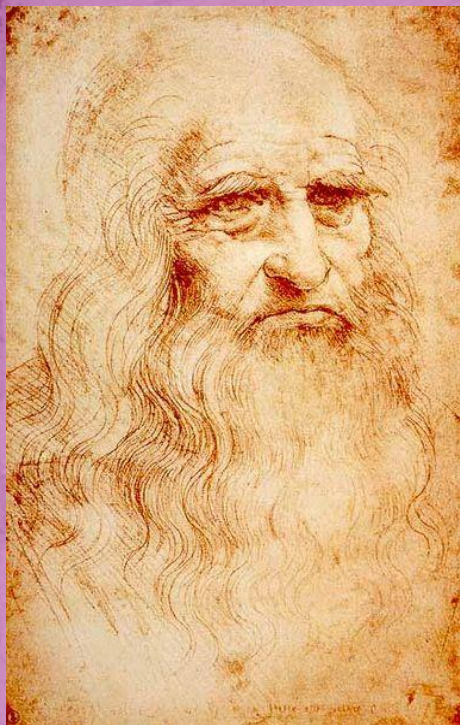
Числовая последовательность Фибоначчи

Числа Фибоначчи – элементы
числовой
последовательности

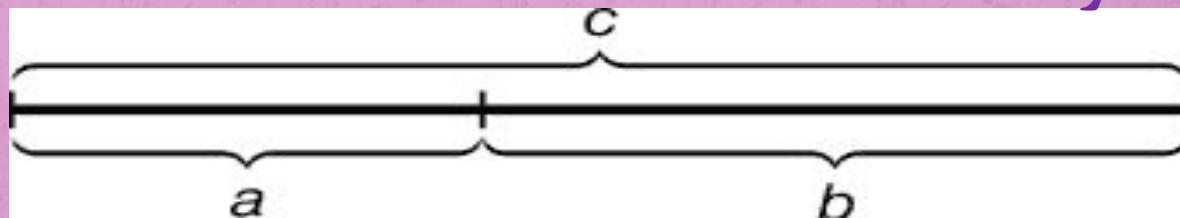
0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55,
89, 144, 233, 377, 610, 987...

Суть последовательности в том, что каждый элемент, начиная с третьего, является суммой двух предыдущих.





Золотое сечение – это такое пропорциональное деление отрезка на неравные части, при котором *меньший отрезок так относится к большему, как больший ко всему*



$$a : b = b : c \text{ или } c : b = b : a.$$

Это отношение обозначают буквой ϕ ;

$$\phi = 1,618$$

Асимметрия в литературе

В литературе различные формы асимметрии проявляются

- в существовании непарного числа строк,

- наличии структур стихосложения

3x5, 5x3, 5x7...

- несимметричном расположении кульминационных моментов, границ раздела стихотворений на различные по содержанию или интонации части.

1 Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит, —
2 Летят за днями дни, и каждый час уносит
3 Частичку бытия, а мы с тобой вдвоем
4 Предполагаем жить... И глядь — как раз — умрем.
5 На свете счастья нет, но есть покой и воля.
6 Давно завидная мечтается мне доля —
7 Давно, усталый раб, замыслил я побег
8 В обитель дальнюю трудов и чистых нег.

1834



Смысловая асимметрия

- 1 Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит, -
- 2 Летят за днями дни, и каждый час уносит
- 3 Частичку бытия, а мы с тобой вдвоем
- 4 Предполагаем жить... И глядь — как раз — умрем.
- 5 На свете счастья нет, но есть покой и воля.
- 6 Давно завидная мечтается мне доля —
- 7 Давно, усталый раб, замыслил я побег
- 8 В обитель дальнюю трудов и чистых нег.

5

3

3,5,8 – числа Фибоначчи

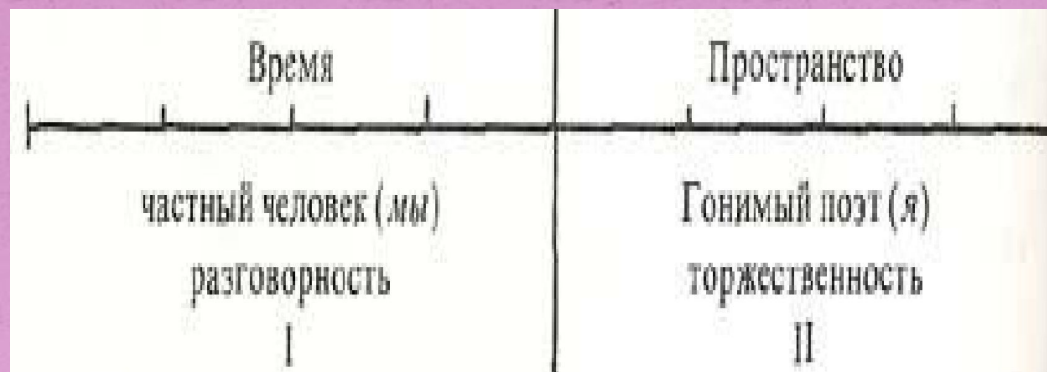
Симметрия композиции

- 1 Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит, -
- 2 **Летят за днями дни**, и каждый час уносит
- 3 Частичку бытия, а **мы** с тобой вдвоем
- 4 Предполагаем жить... И глядь — как раз — умрем.
- 5 На свете счастья нет, но есть покой и воля.
- 6 Давно завидная мечтается **мне** доля -
- 7 Давно, усталый раб, замыслил **я** побег
- 8 **В обитель дальную трудов и чистых нег.**

Время - мы

Пространство - я

Композиционная симметрия



В композиционном плане стихотворение делится на два четверостишия, противопоставленные друг другу как Время (1-4) и Пространство (5-8).

Время движется, приближая смерть неподвижному человеку; Пространство, само по себе неподвижное, может принести спасение от Времени человеку, способному на движение.

Оба четверостишия контрастны: в первом – *мы*, во втором – *я*. Первое обращено к другу (жене), второе – монолог, лишённый признаков обращённости.

«Золотое сечение» в поэзии

«Золотое сечение» в поэзии проявляется как наличие определённого момента стихотворения (кульминации, смыслового перелома, главной мысли произведения) в строке, приходящейся на точку деления общего числа строк или слов на **1,618** – коэффициент «золотого сечения».

Задание:

найдите проявление «золотой пропорции» в этом стихотворении. Обоснуйте своё мнение.

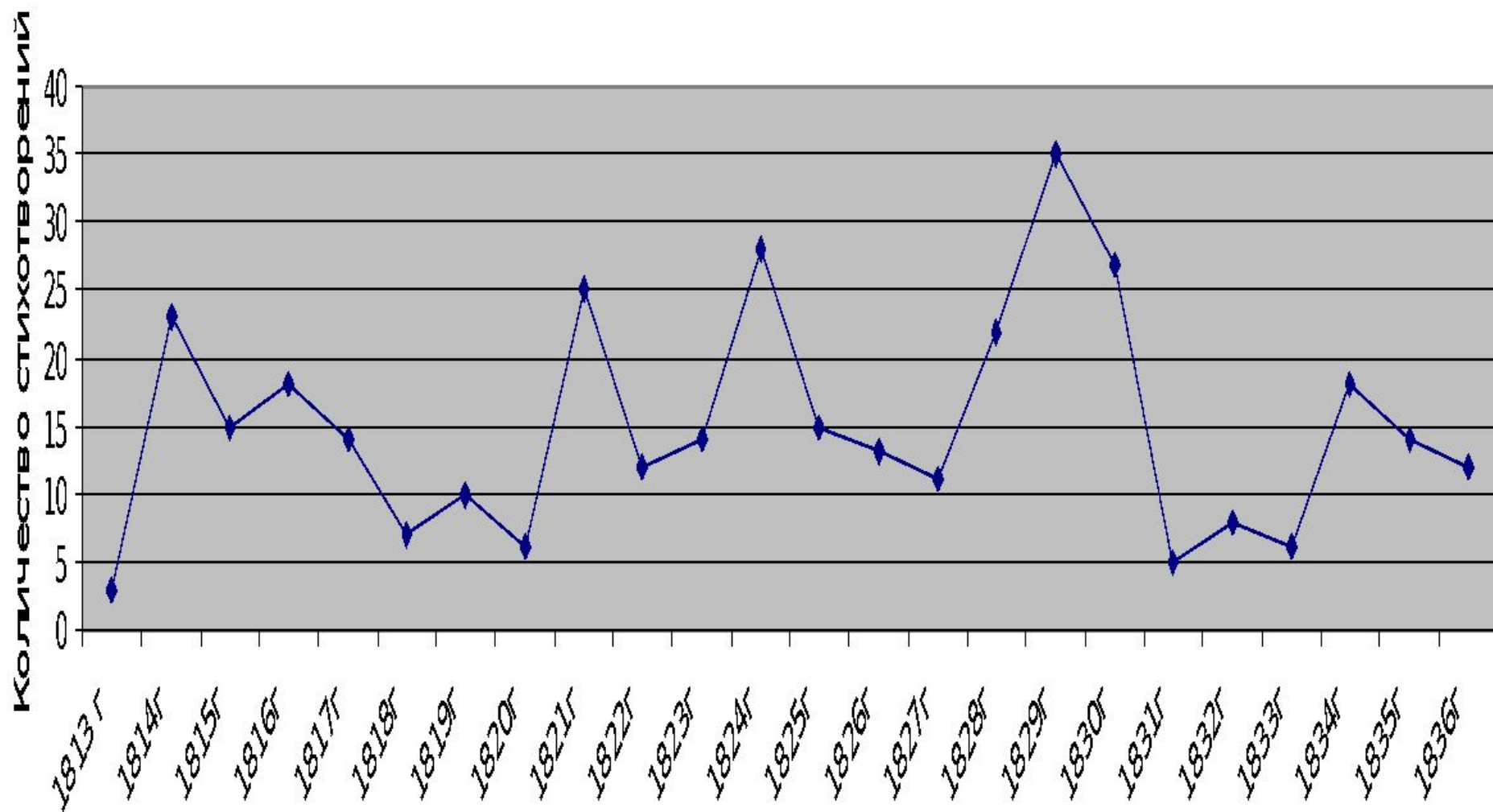
Золотое сечение

- 1 Пора, мой друг, пора! покоя сердце просит, -
- 2 Летят за днями дни, и каждый час уносит
- 3 Частичку бытия, а мы с тобой вдвоем
- 4 Предполагаем жить... И глядь — как раз — умрем.
- 5 На свете счастья нет, но есть покой и воля.
- 6 Давно завидная мечтается мне доля -
- 7 Давно, усталый раб, замыслил я побег
- 8 В обитель дальнюю трудов и чистых нег.

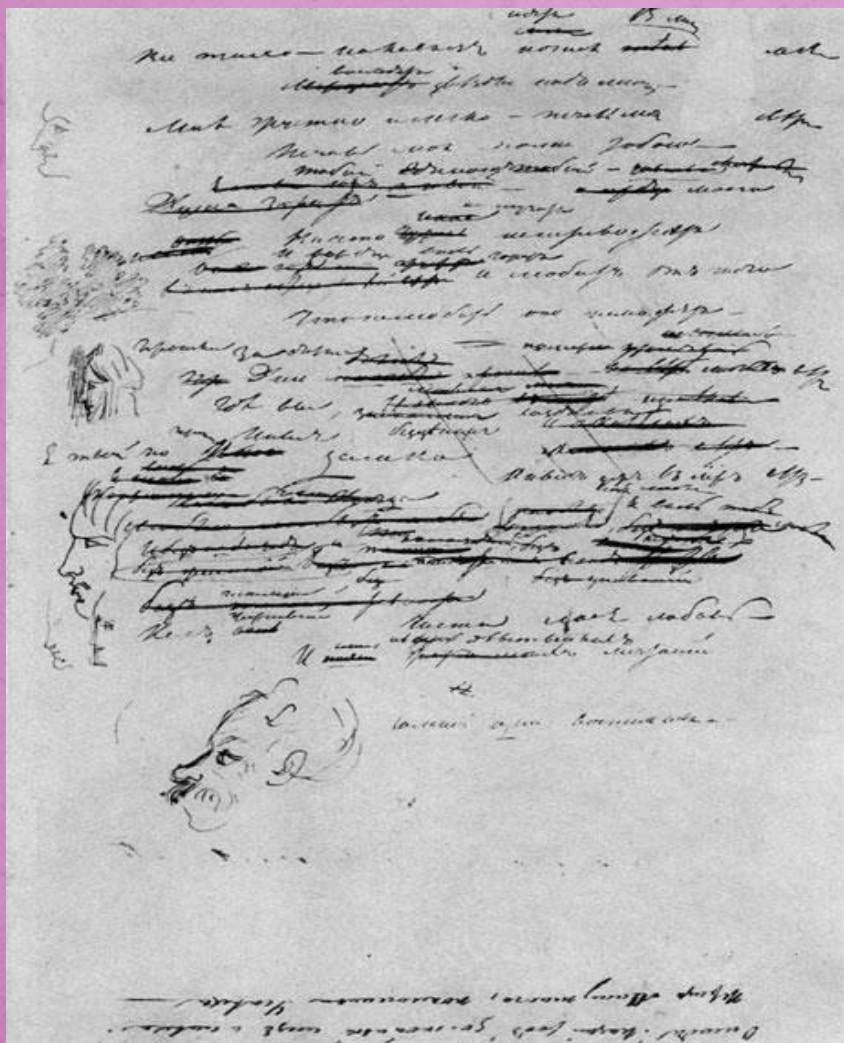
8 стихов : 1, 618 = 4,9 = пятый стих

56 слов : 1, 618 = 34, 6 = «есть»

Золотое сечение в стихотворениях А.С.Пушкина



Черновик стихотворения «На холмах Грузии»



Это стихотворение – один из примеров удивительной пушкинской простоты и ясности, которые явились результатом упорного труда автора. В тексте нет ни одного случайного слова: каждое имеет глубокий смысл, поэтому такое короткое стихотворение может производить столь глубокое впечатление.

Симметрия и асимметрия

1	На холмах Грузии лежит ночная мгла;	010100010101
2	Шумит Арагва предо мною.	010100010
3	Мне грустно и легко; печаль моя светла,	010001010101
4	Печаль моя полна тобою,	010101010
5	Тобой, одной тобой... Унынья моего	010101010001
6	Ничто не мучит, не тревожит,	010100010
7	И сердце вновь горит и любит —оттого,	010101010001
8	Что не любить оно не может.	000101010

Симметрия разноstopности: чередование шестистопного и четырёхстопного ямба.

Асимметрия ритма: наличие пиррихий во всех строках, кроме четвёртой.

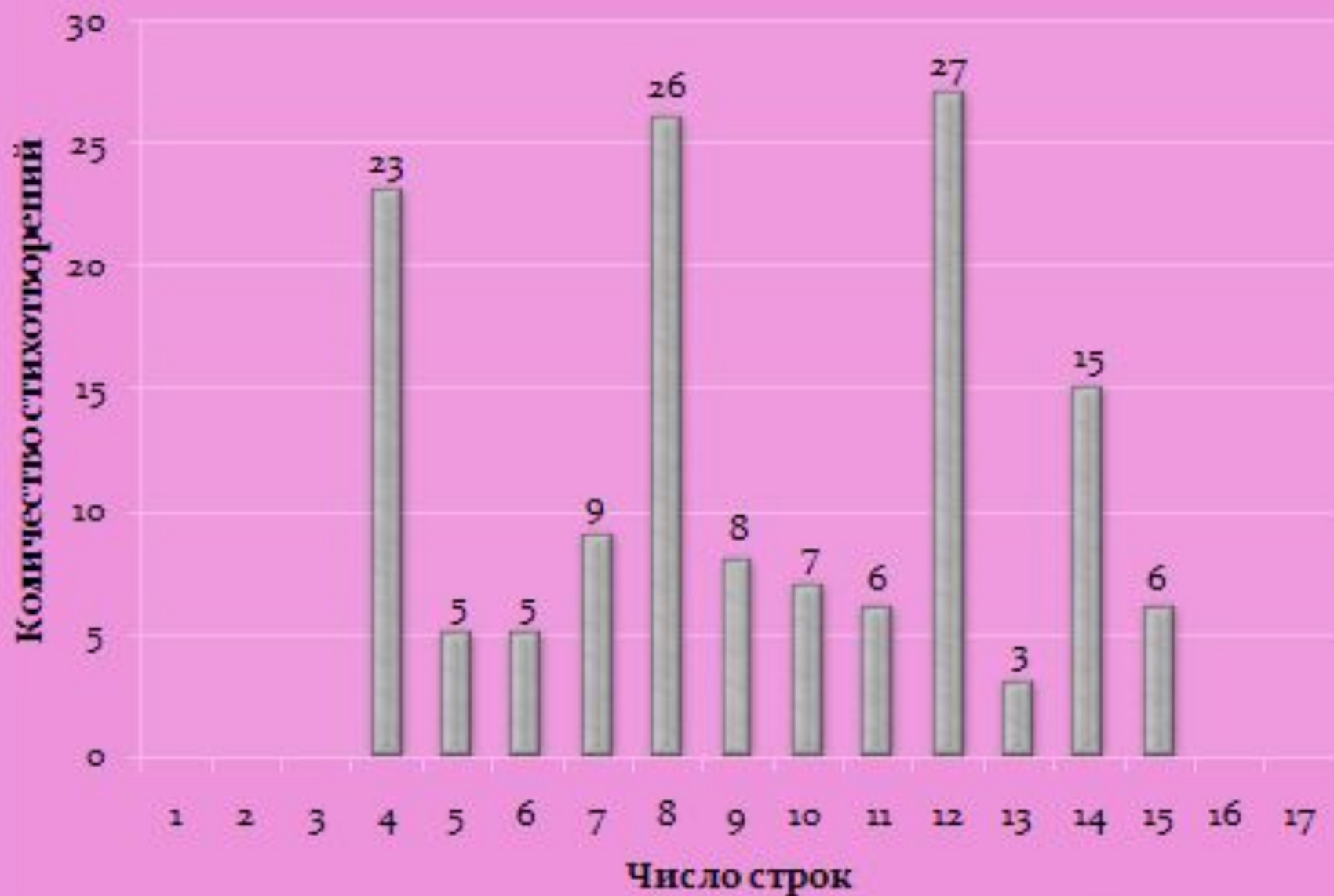


О пушкинской простоте и ясности...

Невозможно не согласиться с В.В. Набоковым о том, что «каким бы «простым» ни был результат, подлинное искусство никогда не бывает простым, представляя собой тщательно продуманный, почти волшебный обман...»

Те же мысли мы находим у В. Брюсова: «Пушкин кажется понятным, как в кристально прозрачной воде кажется близким дно на безмерной глубине».

Стихотворения А.С. Пушкина (1826 - 1836)



- Последние исследования показали, что закономерности золотой пропорции и чисел Фибоначчи «буквально пронизывают поэзию Пушкина, свидетельствуя, с одной стороны, о высокой гармоничности стихотворных произведений, а с другой - о его гениальности с тончайшей интуицией».
-

С древнейших времён люди интуитивно чувствовали истинность мысли, выраженной в начале XX века французским скульптором Э. Бурделем:

«Искусство – это
завуалированная алгебра»

Используемая литература и интернет-источники:

- 1. Абрамов М.А., Волошинов А.В. Пушкин и законы симметрии. «Человек» — 1999, № 3
- 2. Гринбаум О.Н. Гармония стиха Пушкина: Учеб. пособие. — С-Пб., 2008
- 3. Е. Эткинд. Симметрические композиции у Пушкина. — Париж, 1988.
- <http://lib.rin.ru/doc/1/1040p.html>
- <http://n-t.ru/tp/iz/zs.htm>
- http://samlib.ru/s/shkrudnew_f_d/osnovy-30.shtml