Теория поведения потребителя на рынке

Теория поведения потребителя на рынке

1. Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.
2. Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.
3. Уравнения Слуцкого.
4. Оценка изменения благосостояния потребителя.

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

Основные характеристики потребителя:

- Функция полезности $U(x_{1,} x_2, \dots x_n)$.
- Доход потребителя (M)

Основные характеристики рынка:

- Потребительские наборы товаров (x_n)
- Цены товаров (p)

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

$U(x_{1,}x_2) \rightarrow$ max при

$p_1x_1 + p_2x_2 = M$

$p_1x_1 + p_2x_2 = M \quad \rightarrow \quad$ min при

$U(x_{1,}x_2) = \breve{U}$

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

$$L(x_1, x_2,\lambda) = U(x_{1,}x_2) + \lambda(M - p_1x_1 - p_2x_2)$$

Условия экстремума функции полезности при наличии бюджетного ограничения:

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x1}=0 \quad \frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x2}=0 \quad \frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda}=0$$

$$\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1} - \lambda p_1 = 0$$

$$\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2} - \lambda p_2 = 0$$

$$M - p_1x_1 - p_2x_2 = 0$$

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

Критическая точка $(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}, \hat{\lambda})$ – длинная точка,
Критическая точка $(\widehat{x_1}, \widehat{x_2},)$ – короткая точка.

Функции:

$$\widehat{x_1} = D_1(p_1, p_2, M),$$
$$\widehat{x_2} = D_2(p_1, p_2, M),$$

– функции спроса по Маршаллу (по Вальрасу) на первый и второй продукт со стороны потребителя.

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

$U(\widehat{x_1}, \widehat{x_2}) = U(D_1(p_1, p_2, M), D_2(p_1, p_2, M)) = \nu(p_1, p_2, M)$ – косвенная (неявная) функция полезности.

Свойства косвенной функции полезности:

1. Косвенная функция является однородной функцией нулевой степени по всем переменным, то есть для любого $\gamma > 0$:

$$\gamma^0 \nu(p_1, p_2, M) = \nu(\gamma p_1, \gamma p_2, \gamma M)$$

2. Повышение дохода потребителя ведет к росту $\nu(p_1, p_2, M)$.
3. Увеличение цены товара уменьшает $\nu(p_1, p_2, M)$.
4. Функция выпуклая.
5. Функция непрерывная.

1.Решение задачи максимизации функции полезности при бюджетном ограничении.

6. Предельная полезность по доходу равна множителю Лагранжа:

$$\frac{\partial \nu(p_1, p_2, M)}{\partial M} = \hat{\lambda}$$

Это утверждение позволяет оценить новое максимальное значение функции полезности, которое получается при относительно малом изменении дохода:

$$\nu(p_1, p_2, M + \Delta M) = \hat{\lambda}\, \Delta M + \nu(p_1, p_2, M)$$

7. Предельная полезность по цене продукта равна:

$$\frac{\partial \nu(p_1, p_2, M)}{\partial pi} = -\left(\hat{x_i}\, \hat{\lambda}\right), \quad i = 1{,}2 \text{ – тождество Роя}$$

Тождество Роя позволяет оценить новое максимальное значение функции полезности, которое получается при относительно малом изменении цены продукта.

$$\nu(p_1 + \Delta p_1, p_2, M) = -\left(\hat{x_i}\, \hat{\lambda}\right) * \Delta p_1 + \nu(p_1, p_2, M)$$

2.Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

$$L(x_1, x_2,\lambda) = p_1x_1 + p_2x_2 + \lambda(\breve{U} - U(x_1, x_2))$$

Условия экстремума:

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x1} = p_1 - \lambda\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_1} = 0$$

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial x2} = p_2 - \lambda\frac{\partial U(x_1,x_2)}{\partial x_2} = 0$$

$$\frac{\partial L(x_1,x_2,\lambda)}{\partial \lambda} = \breve{U} - U(x_1, x_2) = 0$$

2.Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Решение системы уравнений:

– $(\breve{x}_1, \breve{x}_2, \breve{\lambda})$ – длинная точка;

– $(\breve{x}_1, \breve{x}_2)$ – короткая точка, характеризующая экстремум функции.

Функции:

$$\breve{x}_1, = H_1(p_1, p_2, \breve{U}),$$
$$\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, \breve{U}),$$

– функции спроса по Хиксу (функции компенсированного спроса) на первый и второй продукт со стороны потребителя.

2.Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Функции спроса: $\breve{x}_1$, $= H_1(p_1, p_2, \breve{U})$, $\breve{x}_2 = H_2(p_1, p_2, \breve{U})$ подставляем в целевую функцию $\breve{M} = p_1\breve{x}_1 + p_2\breve{x}_2$
и получаем *функцию расходов:*

$$\breve{M} = \boldsymbol{m}(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \breve{\boldsymbol{U}}) = \mathbf{p}_1\ \mathbf{H}_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \breve{\boldsymbol{U}}) + \mathbf{p}_2\ \mathbf{H}_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \breve{\boldsymbol{U}}).$$

2.Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Свойства функции расходов:

1.Функция расходов однородна первой степени по переменным p_1 и p_2, то есть для любого $\gamma>0$:

$$m(\gamma\, p_1, \gamma\, p_2, \breve{U}) = \gamma\, m(p_1, p_2, \breve{U})$$

2. Если заданная полезность $\breve{U}$, p_1 или p_2 увеличиваются, то $m(p_1, p_2, \breve{U})$ возрастает.

3. Функция расходов выпуклая вверх по переменным p_1 и p_2.

4.Функция расходов непрерывна.

5. Предельный расход по полезности равен множителю Лагранжа:

$$\frac{\partial m(p_1, p_2, \breve{U})}{\partial \breve{U}} = \breve{\lambda}$$

Это утверждение позволяет оценить новое минимальное значение функции расходов, которое получается при относительно малом изменении заданной полезности:

$$m(p_1, p_2, \breve{U}) = \breve{\lambda}\, \Delta\breve{U} + m(p_1, p_2, \breve{U})$$

2.Решение задачи минимизации расхода потребителя при фиксированном уровне полезности.

Свойства функции расходов:

6.Предельный расход по цене товаров равен:

$$\frac{\partial m(p_1,p_2,\breve{U})}{\partial pi} = \breve{x}_i, \quad i = 1{,}2 \text{ – лемма Шепарда}$$

Лемма Шепарда позволяет оценить новое минимальное значение функции расходов, которое получается при относительно малом изменении цены продукта.

$$m(p_1 + \Delta p_1, p_2, \breve{U}) = \breve{x}_i * \Delta p_1 + m(p_1, p_2, \breve{U})$$

3. Уравнения Слуцкого.

В функцию спроса $D_1(p_1, p_2, M)$ подставим уровень дохода, равный минимальному расходу для достижения заданного уровня полезности $\breve{U}$:

$$M = m(p_1, p_2, \breve{U}).$$

Тогда значениями функций спроса по Маршаллу и по Хиксу будет являться один и тот же объем потребления товара и $\breve{U} = \hat{U}$.

То есть:

$D_1(p_1, p_2, m(p_1, p_2, \breve{U})) = H_1(p_1, p_2, \breve{U})$

$D_2(p_1, p_2, m(p_1, p_2, \breve{U})) = H_2(p_1, p_2, \breve{U})$

3. Уравнения Слуцкого.

Найдем частную производную:

$$\frac{\partial Hi(p_1,p_2,\breve{U})}{\partial p2} = \frac{\partial D_1(p_1,p_2,m(p_1,p_2,\breve{U}))}{\partial p2} + \frac{\partial D_1(p_1,p_2,m(p_1,p_2,\breve{U}))}{\partial M} * \frac{\partial m(p_1,p_2,\breve{U})}{\partial p2}$$

Учитывая, что:

$\frac{\partial m(p_1,p_2,\breve{U})}{\partial p2} = H_2(p_1, p_2, \breve{U})$ – лемма Шепарда

и $D_2(p_1, p_2, m(p_1, p_2,\breve{U})) = H_2(p_1, p_2,\breve{U})$

Получим уравнение Слуцкого:

$$\frac{\partial H1(p_1,p_2,\breve{U})}{\partial p2} = \frac{\partial D1(p_1,p_2,m(p_1,p_2,\breve{U}))}{\partial p2} + \frac{\partial D1(p_1,p_2,m(p_1,p_2,\breve{U}))}{\partial M} * D_2$$

3. Уравнения Слуцкого.

$$\frac{\partial H1}{\partial p2} = \frac{\partial D1}{\partial p2j} + \frac{\partial D1}{\partial M} * D_2$$

Или

$$\frac{\partial D1}{\partial p2} = \frac{\partial H1}{\partial p2} - \frac{\partial D1}{\partial M} * D_2$$

После деления на $D_1 = H_1$ и умножения на p_2 получаем:

$$\frac{p2}{D_1} * \frac{\partial D1}{\partial p2} = \frac{p2}{H_1} * \frac{\partial H1}{\partial p2} - \frac{p2}{D_1} * \frac{\partial D_1}{\partial M} * D_2$$

Преобразуем последнее слагаемое:

$$\frac{p2}{D_1} * \frac{\partial D1}{\partial M} * D_2 = \frac{M}{D_1} * \frac{\partial D_1}{\partial M} * \frac{p2D2}{M}$$

3. Уравнения Слуцкого.

Получаем:

$$\frac{p2}{D_1} * \frac{\partial D1}{\partial p2} = \frac{p2}{H_1} * \frac{\partial H1}{\partial p2} - \frac{M}{D_1} * \frac{\partial D_1}{\partial M} * \frac{p2D2}{M}$$

$\frac{p2}{D_1} * \frac{\partial D1}{\partial p2}$ – коэффициент перекрестной эластичности спроса (по Маршаллу) на 2-ый продукт по цене 2-го продукта.

$\frac{p2}{H_1} * \frac{\partial H1}{\partial p2}$ – коэффициент перекрестной эластичности спроса (по Хиксу) на 1-ый продукт по цене 2-го продукта.

$\frac{M}{D_1} * \frac{\partial D_1}{\partial M}$ – эластичность спроса по доходу.

$\frac{p2D2}{M}$ – доля дохода потребителя, который он тратит на приобретение 2-го продукта.

4. Оценка изменения благосостояния потребителя

Пусть имеется уравнение бюджетной плоскости:

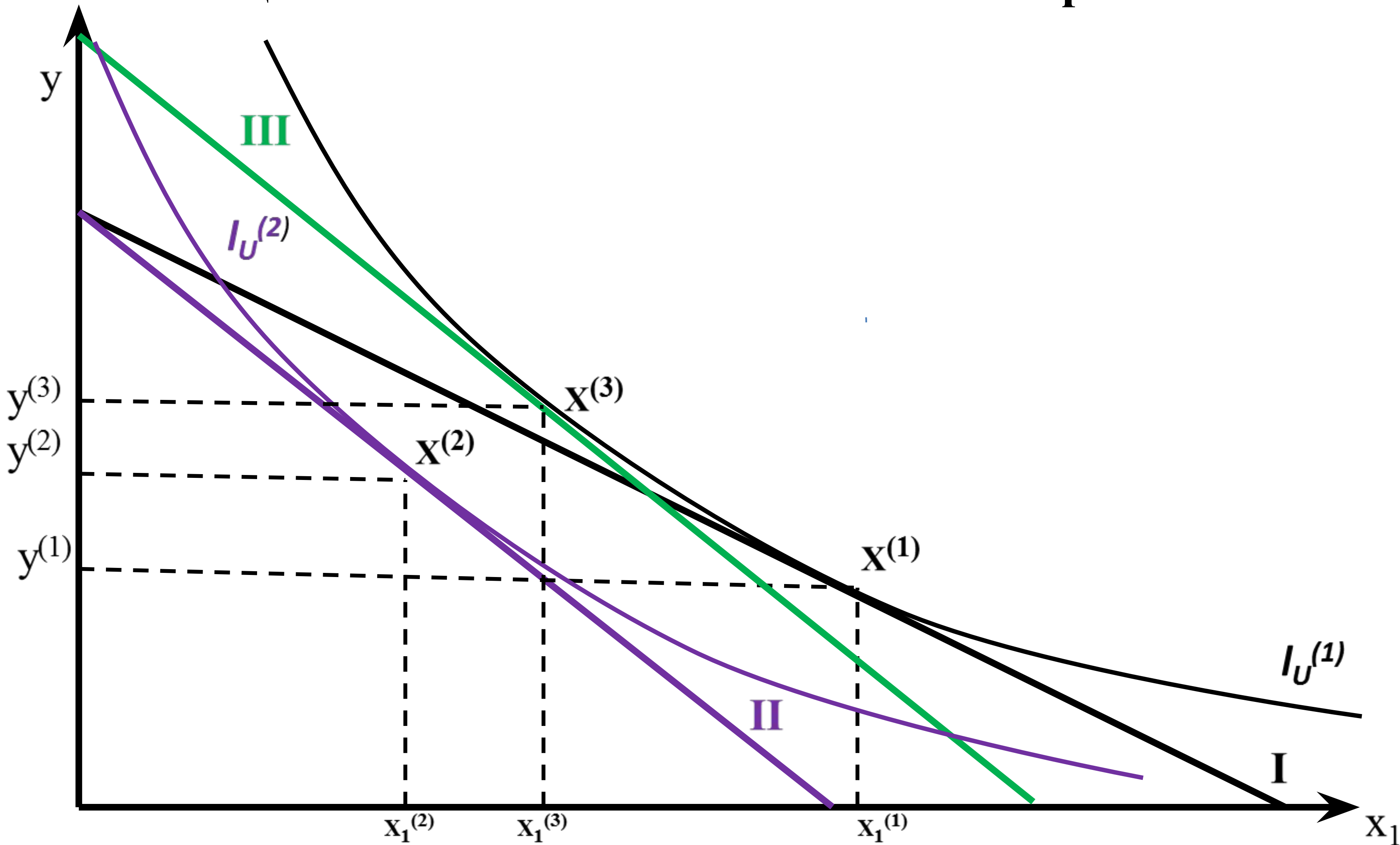
$$p_1x_1 + p_2x_2 + ... + p_nx_n = M_1$$

Его можно представить:

$$p_1x_1 + y = M_1,$$

где $y=p_2\,x_2 + ... + p_nx_n$ — количество *композитного продукта* (товара).

4. Оценка изменения благосостояния потребителя



$q_1x_1 + y = M_1 \quad q_1 > p_1$

$q_1x_1 + y = M_1 + \Delta M_1$

4. Оценка изменения благосостояния потребителя

Переход $x^{(2)} \to x^{(1)}$ — общий эффект (ОЭ)

Переход $x^{(3)} \to x^{(1)}$ — эффект замены (ЭЗ)

Переход $x^{(2)} \to x^{(3)}$ — эффект дохода (ЭД)

ОЭ = ЭЗ + ЭД

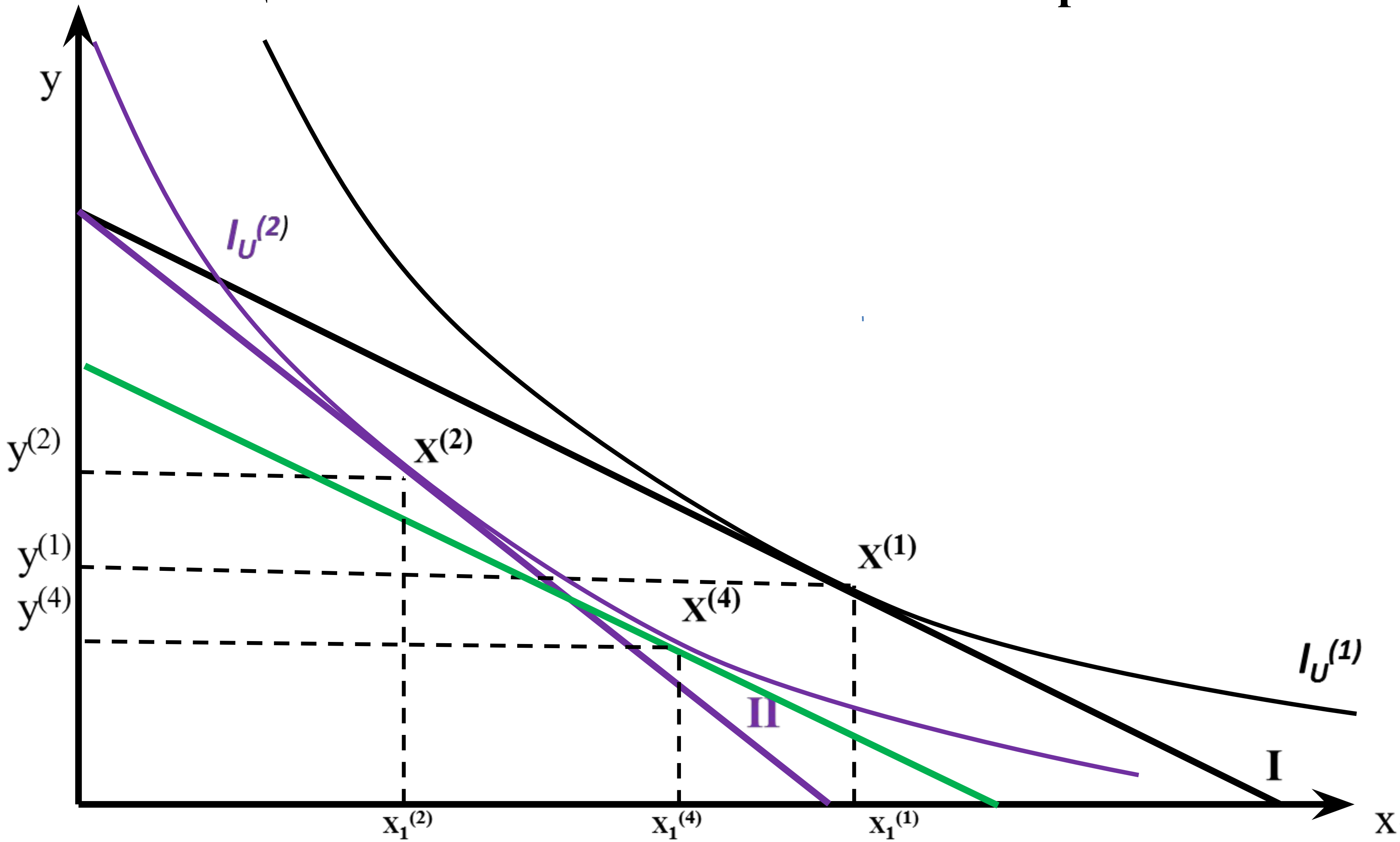
4. Оценка изменения благосостояния потребителя

Формула ОЭ = ЭЗ + ЭД наглядно интерпретирует уравнение Слуцкого:

$$\frac{\partial D1}{\partial p2} = \frac{\partial H1}{\partial p2} - \frac{\partial D1}{\partial M} * D_2$$

(ОЭ) (ЭЗ) (ЭД)

4. Оценка изменения благосостояния потребителя



$q_1 x_1 + y = M_1 \quad q_1 > p_1$

$p_1 x_1 + y = M_1 - \Delta M_1$

5. Теория выявленных предпочтений

Основные предпосылки теории выявленных предпочтений:

1. Отказ от использования понятия полезности и функции полезности.

2. Отношение предпочтения связано с рыночной ситуацией.
Рыночная ситуация – пара, состоящая из вектора цен и дохода.

3. Потребитель, приобретая на рынке потребительский набор обязательно тратит весь свой доход.

4.Выбор потребителя является единственным, (предпосылка о строгой выпуклости предпочтений потребителя).

5.Если выбран потребительский набор x^1, то он определяет единственным образом рыночную ситуацию, т.е. $x^1 \Rightarrow (\gamma p^1, \gamma M^1)$ так, что $\gamma p^1 x^1 = \gamma M^1$.

5. Теория выявленных предпочтений

Потребительский набор $x^1 = (x_1^1 \ldots x_n^1)$ прямо выявленно (т.е. явно) предпочитается потребительскому набору $x^2 = (x_1^2 \ldots x_n^2)$, если $p^1x^1 \geq p^1x^2$, где $p^1x^1 = M^1$ и (p^1,M^1) – некоторая (вполне определенная) рыночная ситуация.
Символика $x^1 \succ^* x^2$.

Слабая аксиома выявленных предпочтений (СлАВП):

если $x^1 \succ^* x^2$ и $x^1 \neq x^2$, то неверно, что $x^2 \succ^* x^2$.

Сильная аксиома выявленных предпочтений (СиАВП):

если $x^1 \succ^* x^2$, $x^2 \succ^* x^3$, …, $x^{k-1} \succ^* x^k$ и $x^1 \neq x^k$, то неверно, что $x^k \succ^* x^1$.

СлАВП есть при СиАВП k=2.

5. Теория выявленных предпочтений

Если отказаться от предпосылки о строгой выпуклости предпочтений потребителя, оставив предпосылку о выпуклости предпочтений потребителя, то от СиАВП можно перейти к к обобщенной аксиоме выявленных предпочтений (ОбАВП)

Обобщенная аксиома выявленных предпочтений (ОбАВП):
если $x^1 \succ^* x^k$ и $x^1 \neq x^k$, то неверно, что $x^k \succ^* x^1$.

Теорема Эфриата

Для того чтобы данные о потребительском поведении индивидуума соответствовали ОбАВП, необходимо и достаточно, чтобы в основе потребительского поведения лежали рациональные предпочтения.