

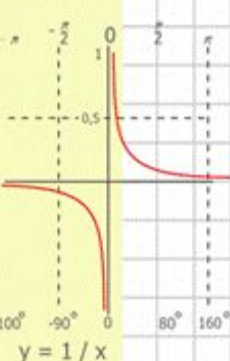
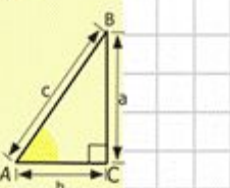
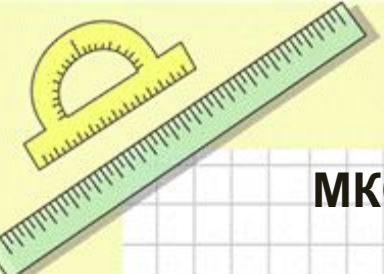
# Математика

МКОУ «Зуевская ООШ» Солнцевского района Курской области

## Школьная математическая олимпиада: подбор заданий, критерии оценивания, методики подготовки школьников.

Подготовила:

Гридасова Наталья Анатольевна  
учитель математики  
первой квалификационной  
категории



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

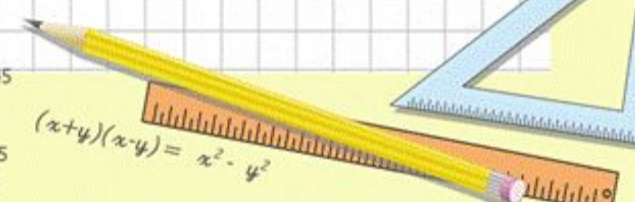
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



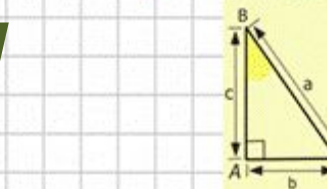
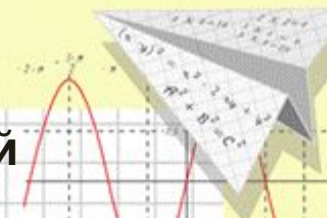
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$



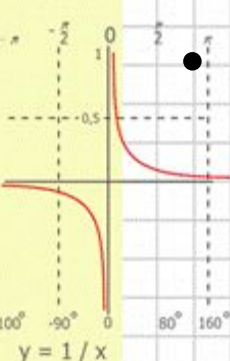
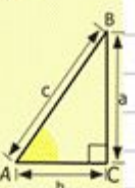
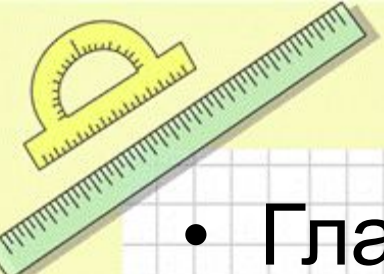
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



- $2 \times 2 = 4$
- $3 \times 3 = 9$
- $4 \times 4 = 16$
- $5 \times 5 = 25$
- $6 \times 6 = 36$
- $7 \times 7 = 49$
- $8 \times 8 = 64$

# Математика

- Главной целью математических олимпиад - популяризация математических знаний.
- Для школьной олимпиады по математике следует подбирать задачи в рамках государственного образовательного стандарта, делая акцент на интересные, разнообразные задания творческого характера, которые были бы одновременно и поучительны, и имели бы практическое применение.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 8400 \\ \hline 105000 \end{array}$$



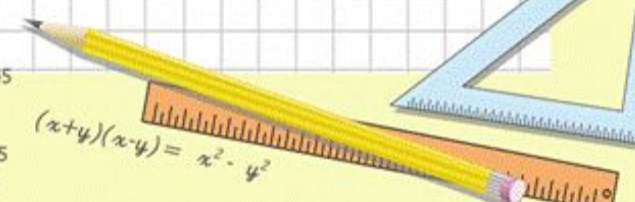
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

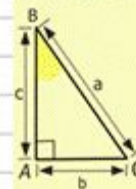
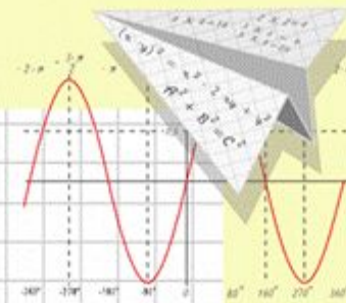
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

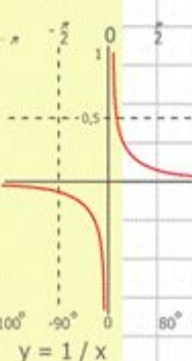
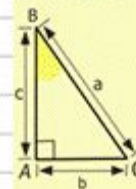
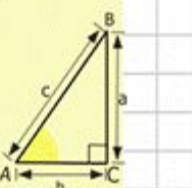
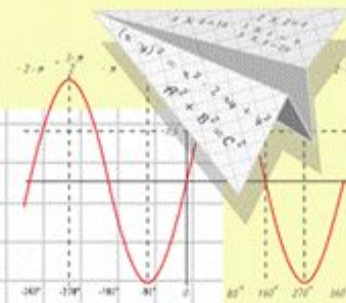
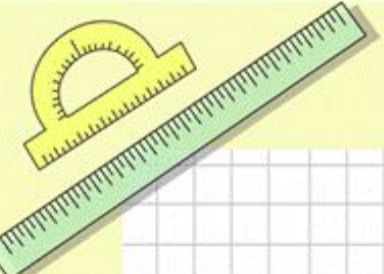


$$y = \cos x$$
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



# Математика

Принципы составления олимпиадных заданий и формирования комплектов олимпиадных заданий для школьного этапа.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

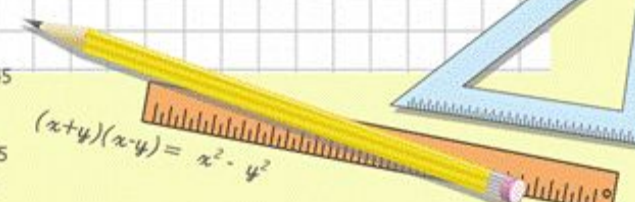
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



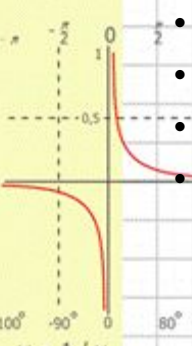
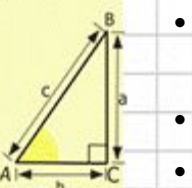
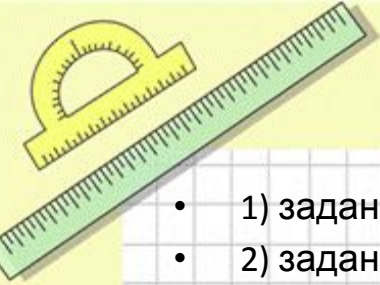
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$



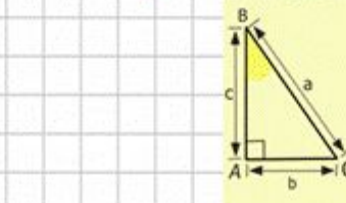
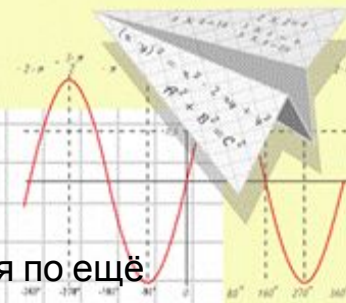
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

# Математика

- 1) задания не должны носить характер обычной к/р.
- 2) задания должны включать элементы научного творчества,
- 3) задания должны быть по разным разделам, но не следует включать задания по ещё не изученным разделам.
- 4) задания должны быть разными по трудности.
- С 1 заданием должны справиться не менее 70% учащихся,
- 2-задание не менее 50%,
- 3-задание 20-30%,
- 4-5 задания – лучшие.
- 5) Формулировки задач должны быть корректными, четкими и понятными для участников. Задания не должны допускать неоднозначности трактовки условий. Задания не должны включать термины и понятия, не знакомые учащимся данной возрастной категории.
- 6) Следует включать также логические задачи, задачи на применение принципа Дирихле, инвариантов, графов, задачи на раскраски, переливания, взвешивания, уравнения в целых числах и т.д. Это способствует развитию познавательного интереса и логического мышления учащихся, а также выявлению учащихся, мыслящих нестандартно.
- 7) Задания олимпиады не должны составляться на основе одного источника, с целью уменьшения риска знакомства одного или нескольких ее участников со всеми задачами, включенными в вариант. Желательно использование различных источников, неизвестных участникам Олимпиады, либо включение в варианты новых задач.
- 8) Следует избегать заданий с длительными выкладками, на использование трудно запоминающихся формул, справочных таблиц. Решение задач не должно быть громоздким, а реализация его – поглощать много времени.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 8400 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{array}{l} x = 25y + 45 \\ y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{array}$$

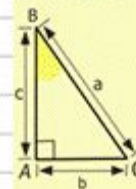
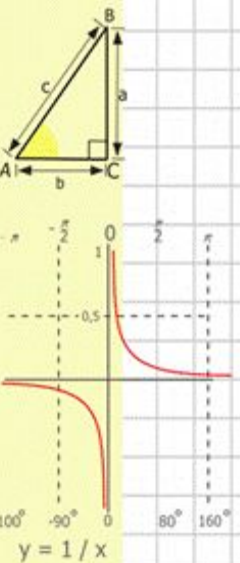
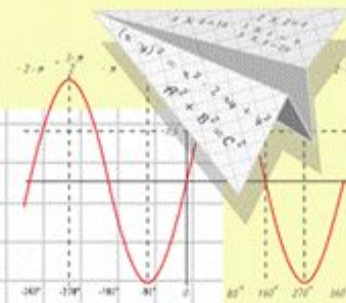
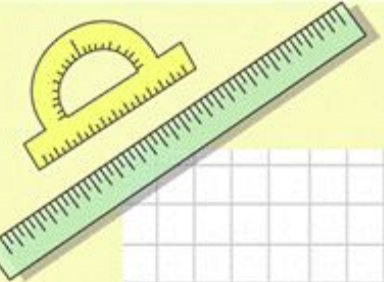
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$x = 70$$



# Математика

## Методика оценивания выполнения олимпиадных заданий



$$y = \cos x$$

$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

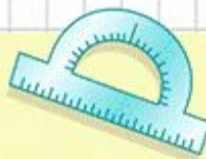


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

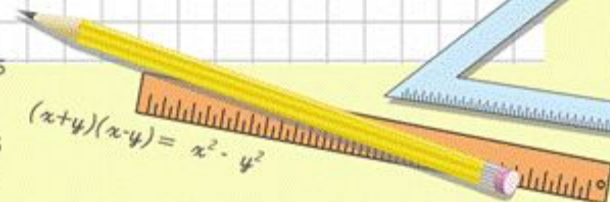
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



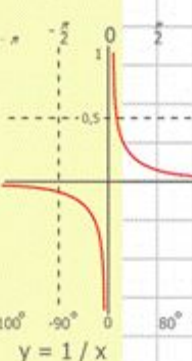
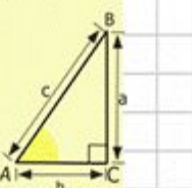
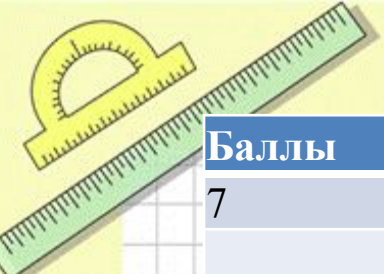
$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{cases}$$



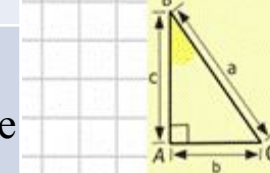
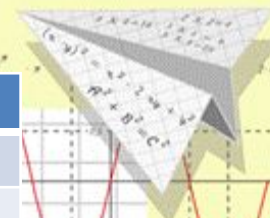
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

# Математика

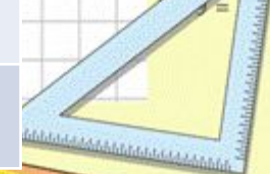
Баллы	Правильность (ошибочность) решения
7	Полное верное решение.
6-7	Верное решение. Имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение.
5-6	Решение в целом верное. Однако оно содержит ряд ошибок, либо не рассмотрение отдельных случаев, но может стать правильным после небольших исправлений или дополнений.
4-5	Верно рассмотрен один из двух (более сложный) существенных случаев, или в задаче типа «оценка + пример» верно получена оценка.
2-3	Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
0-1	Рассмотрены отдельные важные случаи при отсутствии решения (или при ошибочном решении).
0	Решение отсутствует.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



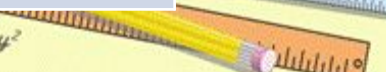
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



$$\frac{a}{c} + c$$

$$\begin{array}{l} x = 25 + 45 \\ \hline x = 70 \end{array}$$

$$(x-y) = x^2 - y^2$$

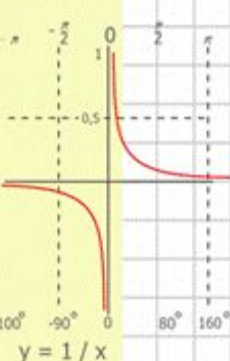
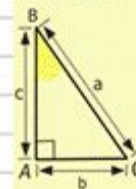
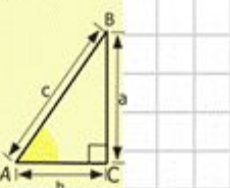
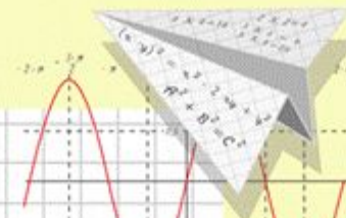
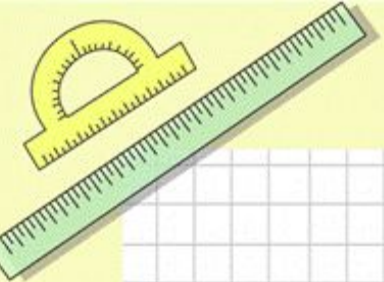




# Математика

Рекомендуемое время проведения олимпиады:

для 5-6 классов – 2 урока,  
для 7-8 классов – 3 урока,  
для 9-11 классов – 4 урока.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

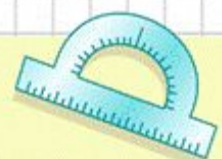


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

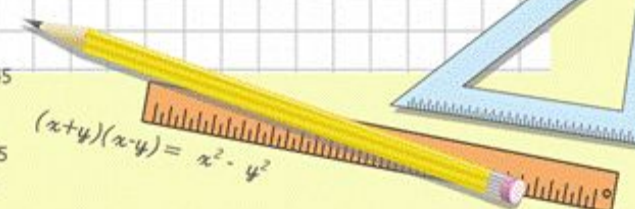
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$
$$\frac{x}{x} = 70$$

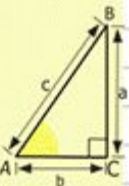
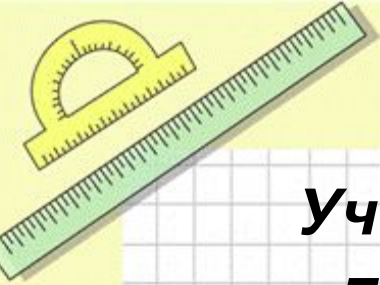


$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

# Математика

Учителю математики, занимающемуся подготовкой учащихся к олимпиадам необходимо обеспечить работу с задачами следующих разделов:

1. Ребусы, криптограммы.
2. Текстовые задачи.
3. Теория чисел.
4. Планиметрия.
5. Стереометрия.
6. Уравнения, неравенства и системы.
7. Доказательства числовых неравенств.
8. Задачи на взвешивание.
9. Логические задачи.
10. Комбинаторные задачи.



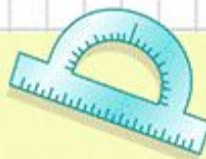
$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 2100 \\ + 8400 \\ \hline 105000 \end{array}$$



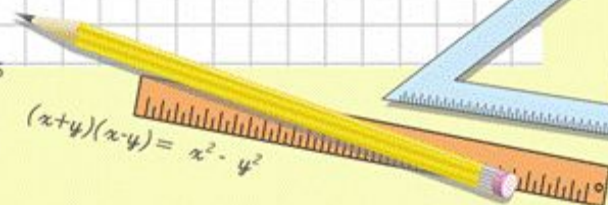
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

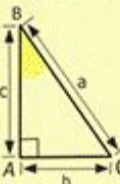
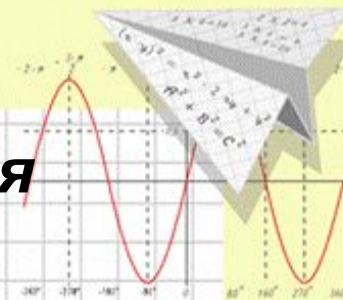
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos x$$
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



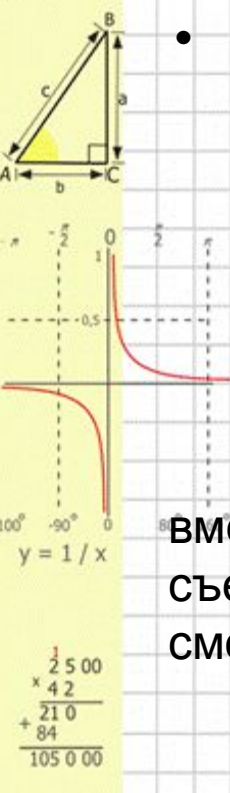
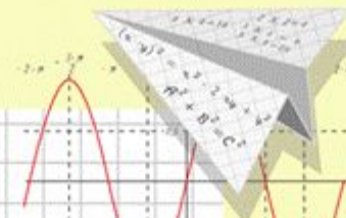
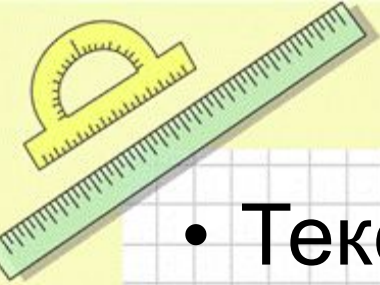
# Математика

## • Текстовые задачи

- (5-7 класс, средняя). У Карлсона в шкафу стоят 5 банок малинового, 8 банок земляничного, 10 банок вишневого и 25 банок клубничного варенья. Может ли Карлсон съесть все варенье, если каждый день он хочет съесть 2 банки варенья, при этом обязательно из разных ягод?

Ответ. Не может.

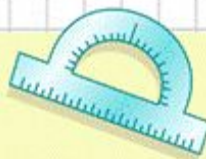
**Решение.** Каждую банку клубничного варенья Карлсон съедает вместе с какой-то из  $5 + 8 + 10 = 23$  банок другого варенья. Значит, он съест не более 23 банок клубничного варенья и все варенье съесть не сможет.



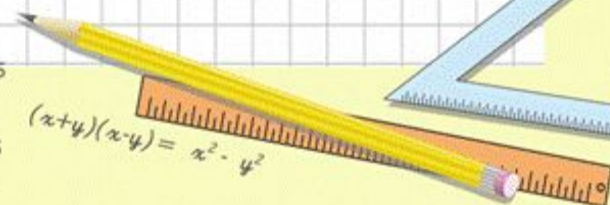
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$
$$\frac{x = 70}{x = 70}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

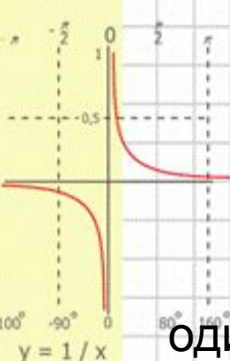
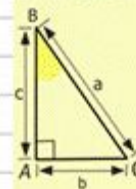
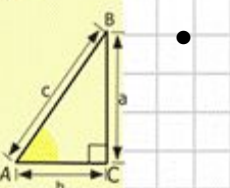
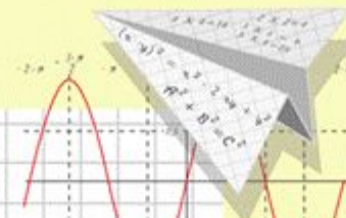
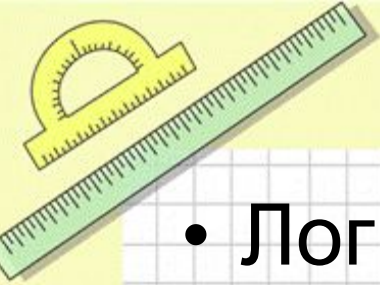
# Математика

## • Логические задачи

- (9-11 класс, средняя). В мешке лежат 26 синих и красных шаров. Среди любых 18 шаров есть хотя бы один синий, а среди любых 10 шаров есть хотя бы один красный. Сколько красных шаров в мешке?

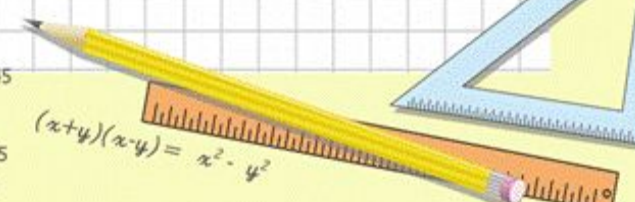
Ответ. 17.

Решение. Так как из 18 шаров найдется хотя бы один синий, то красных не более 17, а из любых 10 шаров найдется хотя бы один красный, то есть синих не более 9. Так как всех шаров 26, то синих — 9, а красных — 17.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases} \Rightarrow x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

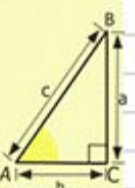
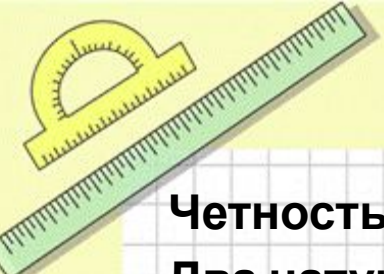


# Математика

**Четность (6-7 класс, сложная).**

**Два натуральных числа в сумме дают 1001. Вася увеличил каждое из них на 25 и перемножил полученные числа. Он получил, что произведение также оканчивается на 1001. Докажите, что Вася ошибся.**

**Решение.** Если сумма двух натуральных чисел равна 1001, то одно из них четное, а другое нечетное. Если к четному числу прибавить 25, получится нечетное число. Аналогично, если к нечетному числу прибавить 25, получится четное число. А произведение четного и нечетного чисел должно быть числом четным и поэтому не может оканчиваться на 1001.



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

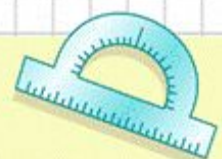


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

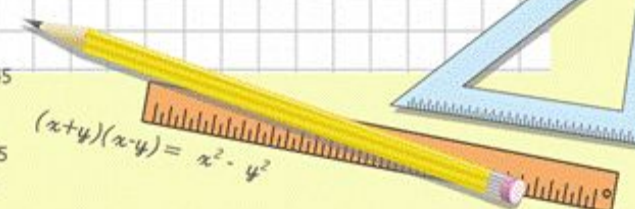
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



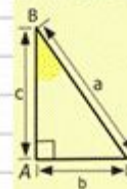
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases} \quad \begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos x$$

- 2 x 2 = 4
- 3 x 3 = 9
- 4 x 4 = 16
- 5 x 5 = 25
- 6 x 6 = 36
- 7 x 7 = 49
- 8 x 8 = 64

# Математика

## • Делимость

(8-10 класс, средняя). Найдите какие-нибудь три последовательных натуральных числа, меньших 1000, произведение которых делится на 9999.

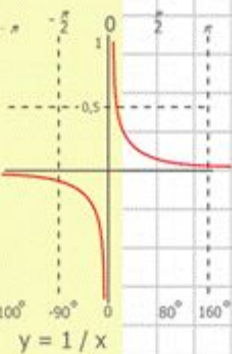
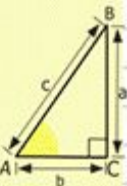
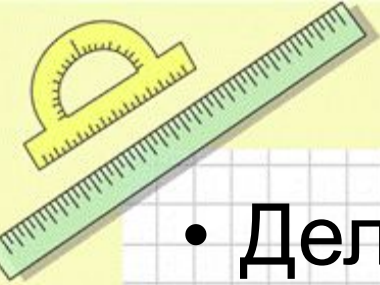
Ответ. Например, 99, 100 и 101.

Решение. Этот пример можно получить, заметив, что

$$9999 = 99 \cdot 101$$

Замечание. Кроме этого, существует ровно один другой пример:

$$504, 505, 506.$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$

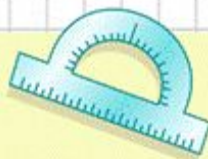


$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

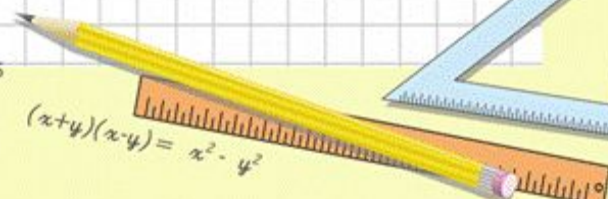
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



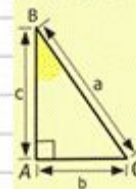
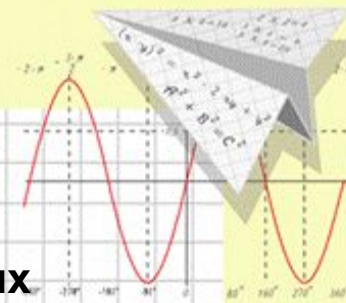
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$
$$\frac{x}{70}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos x$$
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$



# Математика

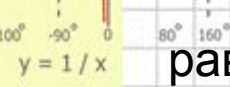
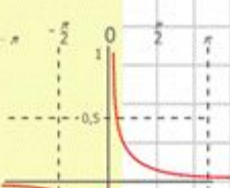
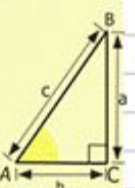
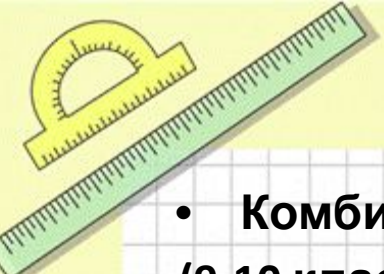
- Комбинаторика

(9-10 класс, сложная). Каких натуральных чисел от 1 до 1000000 больше: делящихся на 11, но не делящихся на 13, или делящихся на 13, но не делящихся на 11?

Ответ. Чисел, делящихся на 11, но не делящихся на 13, среди

чисел от 1 до 1000000 больше, чем чисел, делящихся на 13, но не делящихся на 11.

Решение. Действительно, пусть количества этих чисел равны  $A$  и  $B$  соответственно, а количество чисел от 1 до 1000000, кратных и 11, и 13, равно  $C$ . Тогда  $A+C$  – количество чисел, делящихся на 11, а  $B+C$  – делящихся на 13. Ясно, что  $A+C > B+C$ . Поэтому  $A > B$ .



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 84 \\ \hline 105000 \end{array}$$



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

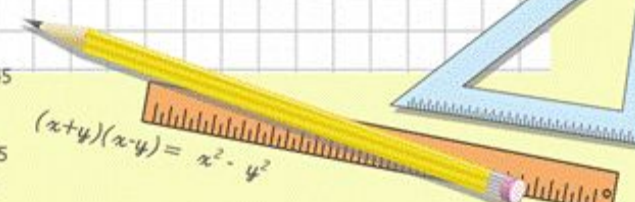
$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$



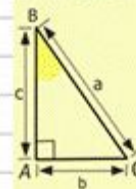
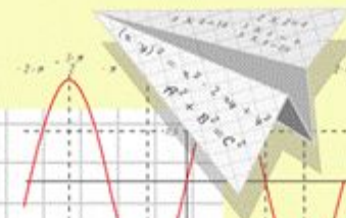
$$\sin 90^\circ = 1$$



$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \\ x = 70 \end{cases}$$



$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$y = \cos x$$
$$\begin{array}{l} 2 \times 2 = 4 \\ 3 \times 3 = 9 \\ 4 \times 4 = 16 \\ 5 \times 5 = 25 \\ 6 \times 6 = 36 \\ 7 \times 7 = 49 \\ 8 \times 8 = 64 \end{array}$$

# Заключение

рекомендации

к подготовке

олимпиадам одаренных детей

1. необходимо усиливать теоретическую подготовку
2. при подготовке уделять особое внимание геометрическим нестандартным задачам, способу доказательства от противного и смешанным задачам (комбинаторика и теория чисел и др.),
3. усилить изучение внепрограммного материала: теория чисел и логические задачи с шахматами),
4. обращать внимание на специфику решения задач с параметрами и на интеграцию геометрии и комбинаторики.
5. создавать индивидуальные траектории подготовки к олимпиадам
6. готовить задачи с измененным условием
7. развивать мышление одаренных детей в направлении культуры алгоритмизации и пространственного мышления
8. формировать навыки исследования,
9. использовать склонность одаренных детей к самообучению.

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c}$$

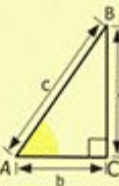
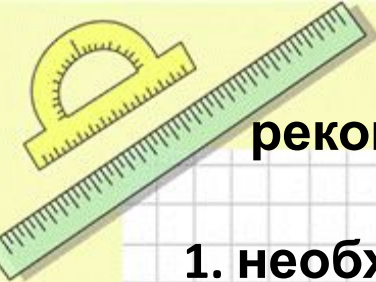
$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

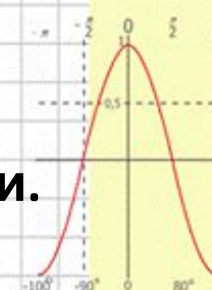
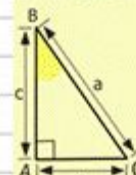
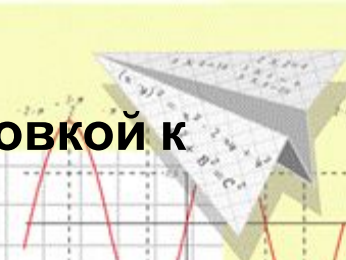
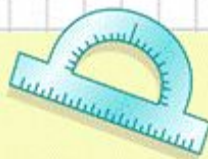
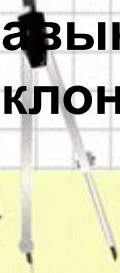
$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

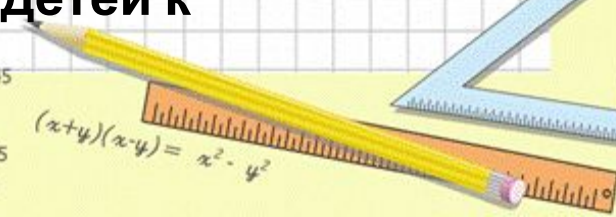
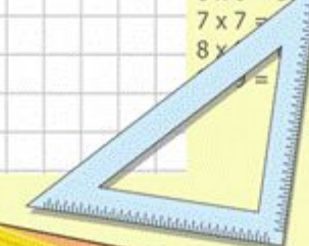
$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$



$$\begin{array}{r} 2500 \\ \times 42 \\ \hline 210 \\ + 840 \\ \hline 105000 \end{array}$$



2 x 2 = 4
3 x 3 = 9
4 x 4 = 16
5 x 5 = 25
6 x 6 = 36
7 x 7 = 49
8 x 8 = 64





Методические рекомендации  
всероссийской олимпиады

# Список ресурсов

муниципального этапа  
олимпиады по математике

- <http://www.mathematics.ru> - Математика в Открытом колледже
- <http://www.allmath.ru> - Allmath.ru — вся математика в одном месте
- <http://www.eqworld.ipmnet.ru> - EqWorld: Мир математических уравнений
- <http://www.exponenta.ru> - Exponenta.ru: образовательный математический сайт
- <http://www.neive.by.ru> - Геометрический портал
- <http://www.graphfunk.narod.ru> - Графики функций
- <http://www.uztest.ru> - ЕГЭ по математике: подготовка к тестированию
- <http://www.tasks.ceemat.ru> - Задачник для подготовки к олимпиадам по математике
- <http://www.math-on-line.com> - Занимательная математика — школьникам (олимпиады, игры,

конкурсы по математике)

- <http://www.problems.ru> - Интернет-проект «Задачи»
- <http://www.etudes.ru> - Математические этюды
- <http://www.mathem.h1.ru> - Математика on-line: справочная информация в помощь студенту

<http://www.mathtest.ru> - Математика в помощь школьнику и студенту (тесты по математике online)

- <http://www.matematika.agava.ru> - Математика для поступающих в вузы
- <http://www.zaba.ru> - Математические олимпиады и олимпиадные задачи
- <http://www.kenguru.sp.ru> - Международный математический конкурс «Кенгуру»
- <http://www.olympiads.mccme.ru/mmo> - Московская математическая олимпиада школьников

<http://www.mathnet.spb.ru> - Сайт элементарной математики Дмитрия Гущина  
<http://www.turgor.ru> - Турнир городов — Международная математическая олимпиада для

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{b}{c}$$

$$\sin 90^\circ = 1$$

$$\begin{cases} y = \sin 90 \\ x = 25y + 45 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 1 \\ x = 25 + 45 \end{cases}$$

$$x = 70$$

$$(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$$

$$\begin{aligned} 2 \times 2 &= 4 \\ 3 \times 3 &= 9 \\ 4 \times 4 &= 16 \\ 5 \times 5 &= 25 \\ 6 \times 6 &= 36 \\ 7 \times 7 &= 49 \\ 8 \times 8 &= 64 \end{aligned}$$