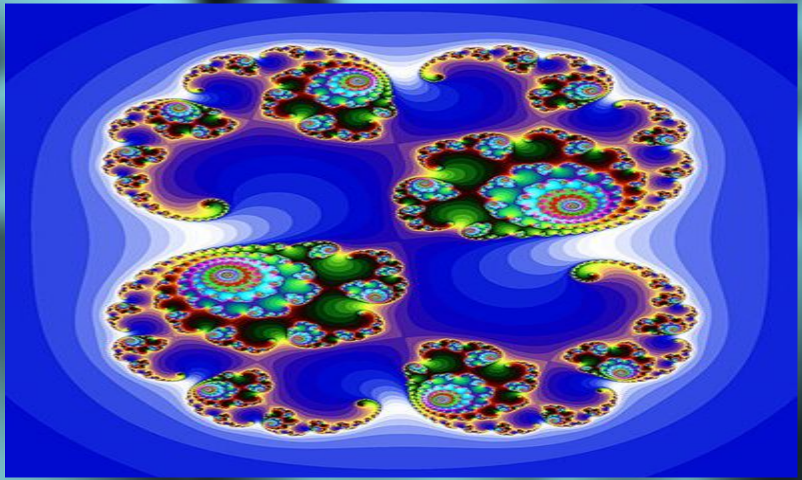
ФРАКТАЛЫ

Учитель:
Соболева Н.И.

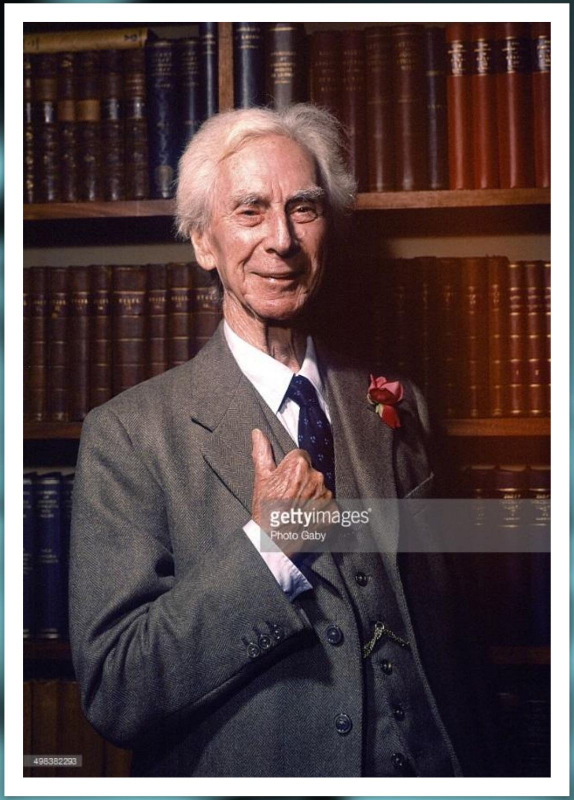
МБОУ
Одинцовская
лингвистическая
гимназия

Муниципальное бюджетное общеобразовательное учреждение
Одинцовская лингвистическая гимназия
(143000, Московская область, г. Одинцово, ул. Бульвар Маршала Крылова, д. 20) тел. (498)720-34-56, e-mail: odinlingvogym@mail.ru

Путешествие в мир фракталов

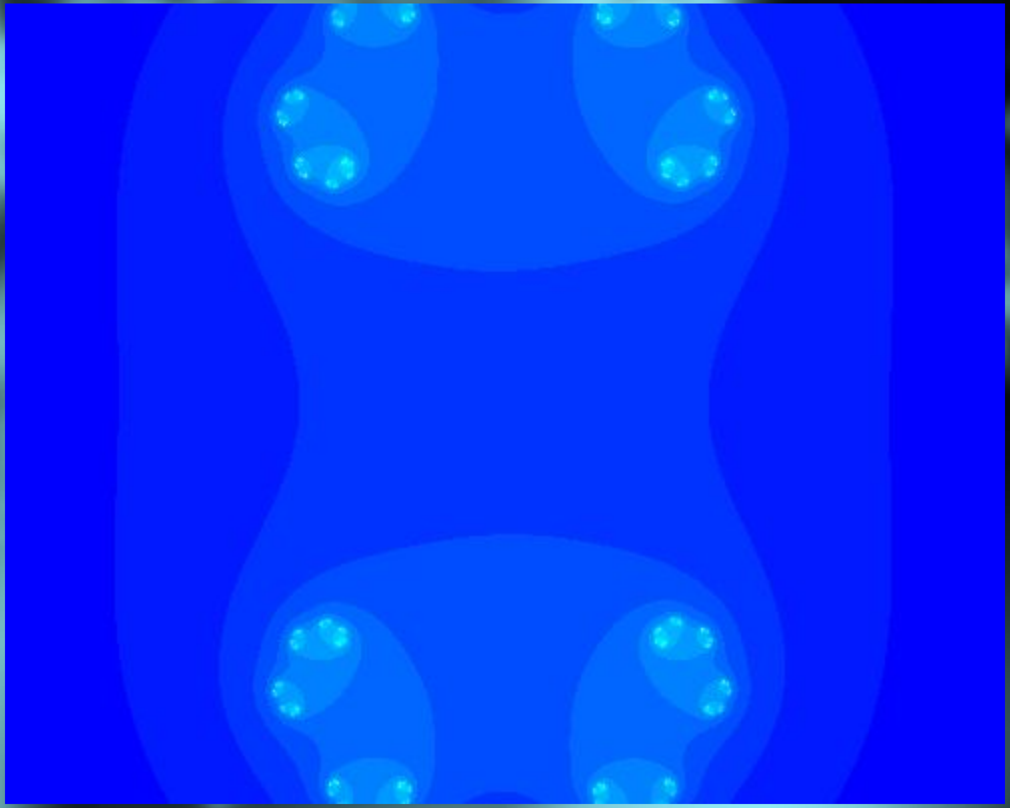


Выполнил:
Леонтьев Владимир Александрович, ученик 5 «Г» класса
Руководитель:
Соболева Надежда Ивановна
учитель математики МБОУ Одинцовской лингвистической гимназии



«Математика, если на неё правильно посмотреть, отражает не только истину, но несравненную красоту».

Бертран Рассел

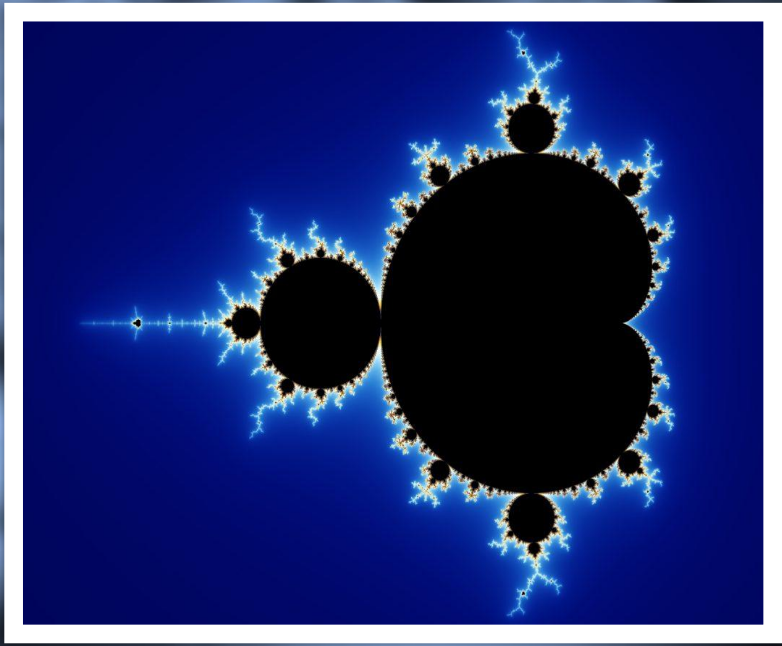


Фракта́л (от лат. Fractus — дроблёный, сломанный, разбитый (поделенный на части) ***— сложная геометрическая фигура, обладающая свойством самоподобия (объект, в точности или приближённо совпадающий с частью себя самого, имеет ту же форму, что и одна или более частей), то есть составленная из нескольких частей, каждая из которых подобна всей фигуре целиком.***

Фрактал ***— это бесконечно самоподобная геометрическая фигура, каждый фрагмент которой повторяется при уменьшении масштаба.***

Небольшая часть фрактала содержит информацию о всем фрактале.

Множество Мандельброта ***— классический образец фрактала.***



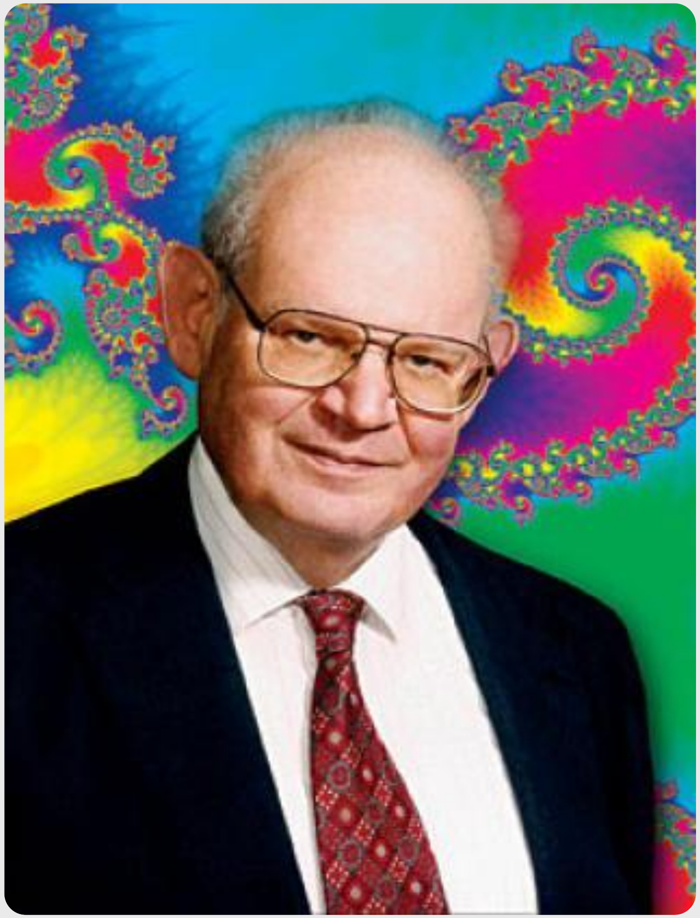
Математик с новым взглядом на мир и родоначальник фрактальной геометрии – Мандельброт Бенуа (1924—2010 г.)

Бенуа Мандельброт родился в Варшаве в 1924 году в семье литовских евреев.

В 1936 году вся семья эмигрировала во Францию и поселилась в Париже.

В 1958 году Мандельброт поселился в США, где приступил к работе в научно-исследовательском центре IBM в Йорктауне, поскольку IBM в то время занималась интересными Бенуа Мандельброту областями математики.

Исследуя экономику, Мандельброт обнаружил, что произвольные внешне колебания цены могут следовать скрытому математическому порядку во времени, который не описывается стандартными кривыми.



«Большая часть моих трудов — это муки рождения новой научной дисциплины»

Стохастические фракталы

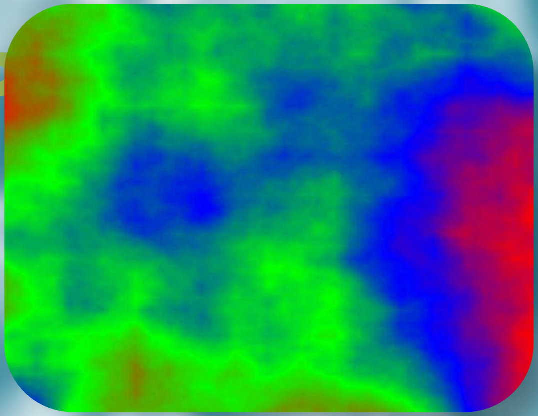
Фракталы, при построении которых случайным образом изменяются какие-либо параметры называются стохастичными.

Термин «стохастичность» происходит от греческого слова, обозначающего «предположение».

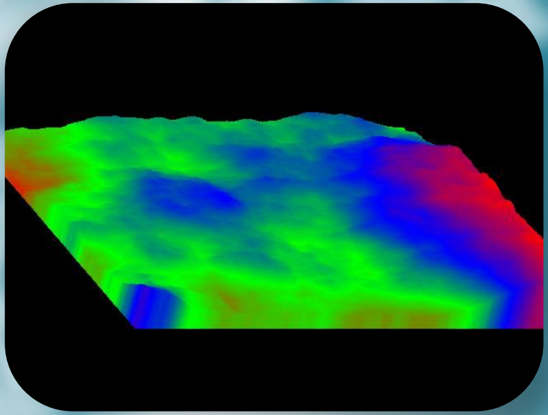
Эти фракталы используются при моделировании рельефов местности и поверхности морей, процесса электролиза.

Их получают, меняя в итерационном процессе некоторые параметры случайным образом. Этим способом можно нарисовать такие природные объекты, как изрезанные береговые линии, рельеф местности, облака, волны на воде многое другое. Поэтому фрактальные модели сегодня широко применяют в компьютерных играх, создавая в них обстановку, которую уже трудно отличить от реальности.

Типичный представитель данного класса фракталов - плазма.



Плазма



Плазма 3d.

Алгебраические фракталы

Множество Жюлиа.

Бассейны Ньютона.

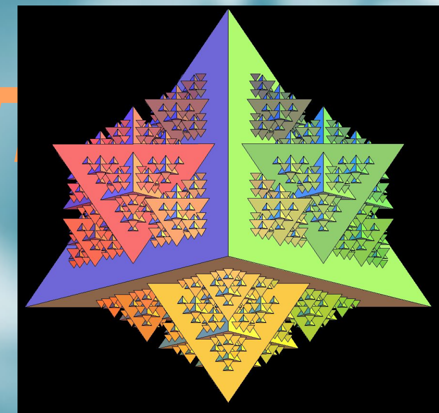
Свое название алгебраические фракталы получили за то, что их строят, используя простые алгебраические формулы. Получают их с помощью нелинейных процессов в n-мерных пространствах. Самыми известными из них являются множества Мандельброта и Жюлиа, Бассейны Ньютона и т.д.

В голоморфной динамике, множество Жюлиа́ рационального отображения — множество точек, динамика в окрестности которых в определённом смысле неустойчива по отношению к малым возмущениям начального положения.

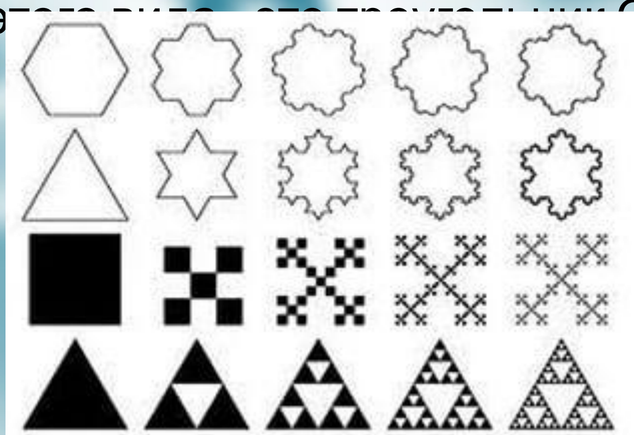
Один из методов построения алгебраических фракталов состоит в следующем. Вы берете формулу, подставляете в нее число и получаете результат. Потом подставляете в эту же формулу результат и получаете следующее число. Повторяем эту процедуру много раз. В математике - это называется итерационный процесс. В результате получается набор чисел, которые являются точками фрактала. Удивительно то, что иногда эти формулы до смешного простые - вы их можете найти в любом школьном учебнике алгебры 6-го класса. А вот фигуры получаются поразительной сложности и красоты.

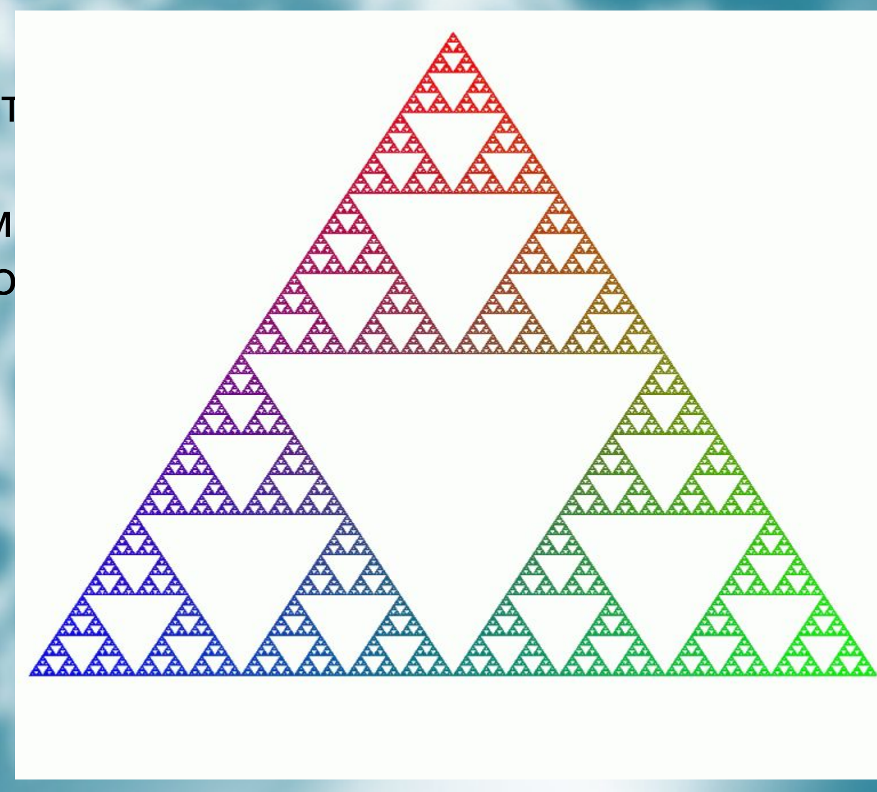
Геометрические фрактал

Именно с них и начиналась история фракталов. Этот тип фракталов получается путем простых геометрических построений. Геометрические фракталы являются самыми наглядными, т.к. геометрические фракталы обладают самоподобностью, не изменяющейся при изменении масштаба.

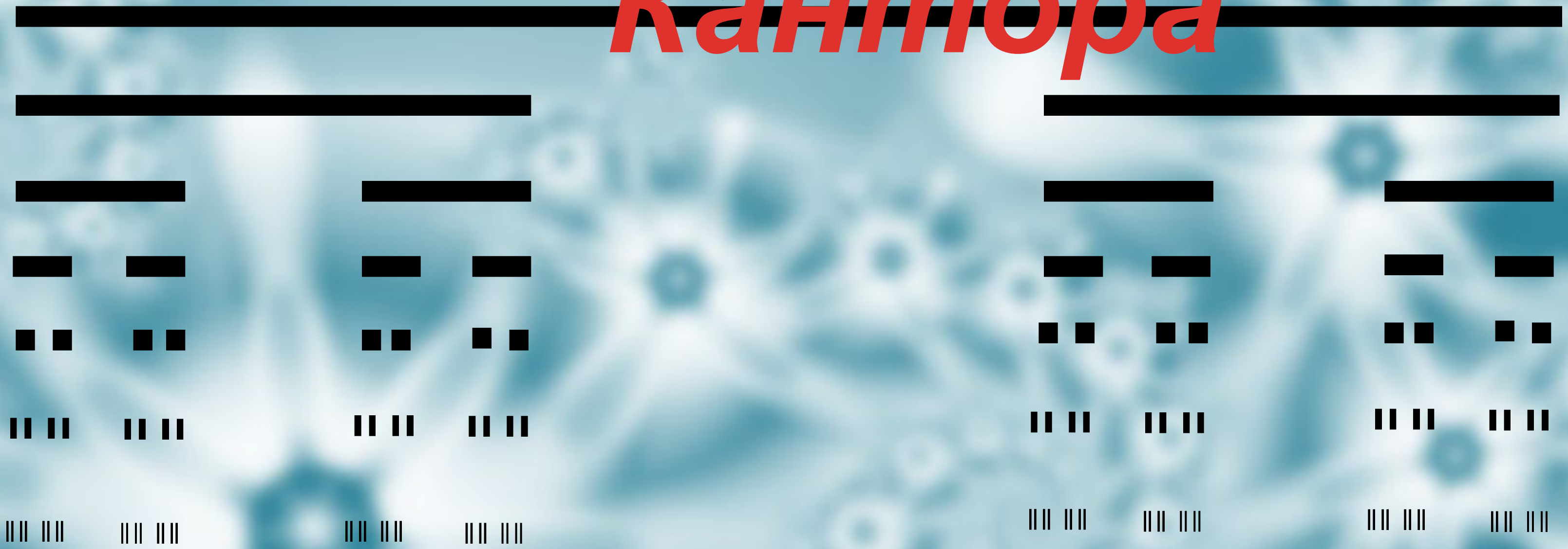


В результате бесконечного повторения эт
процедуры получается геометрический
фрактал. Один из самых известных прим
этого вида – это треугольник Серпинского



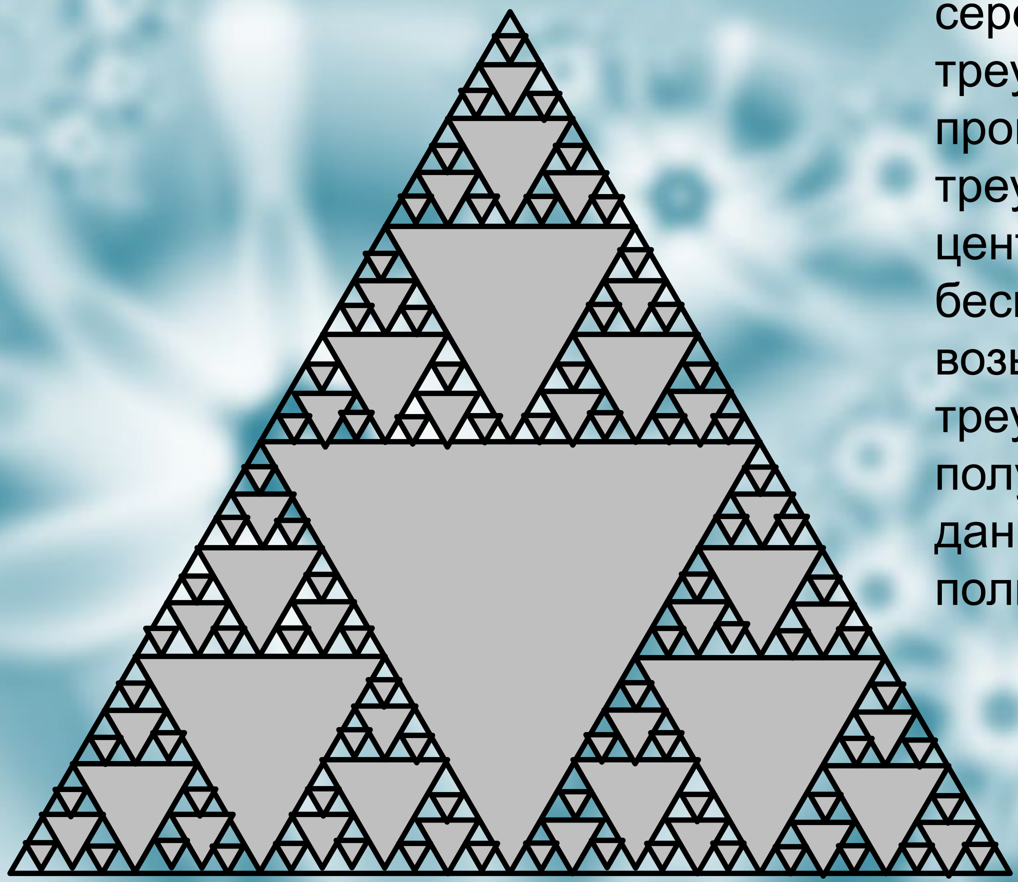


Множество Кантора

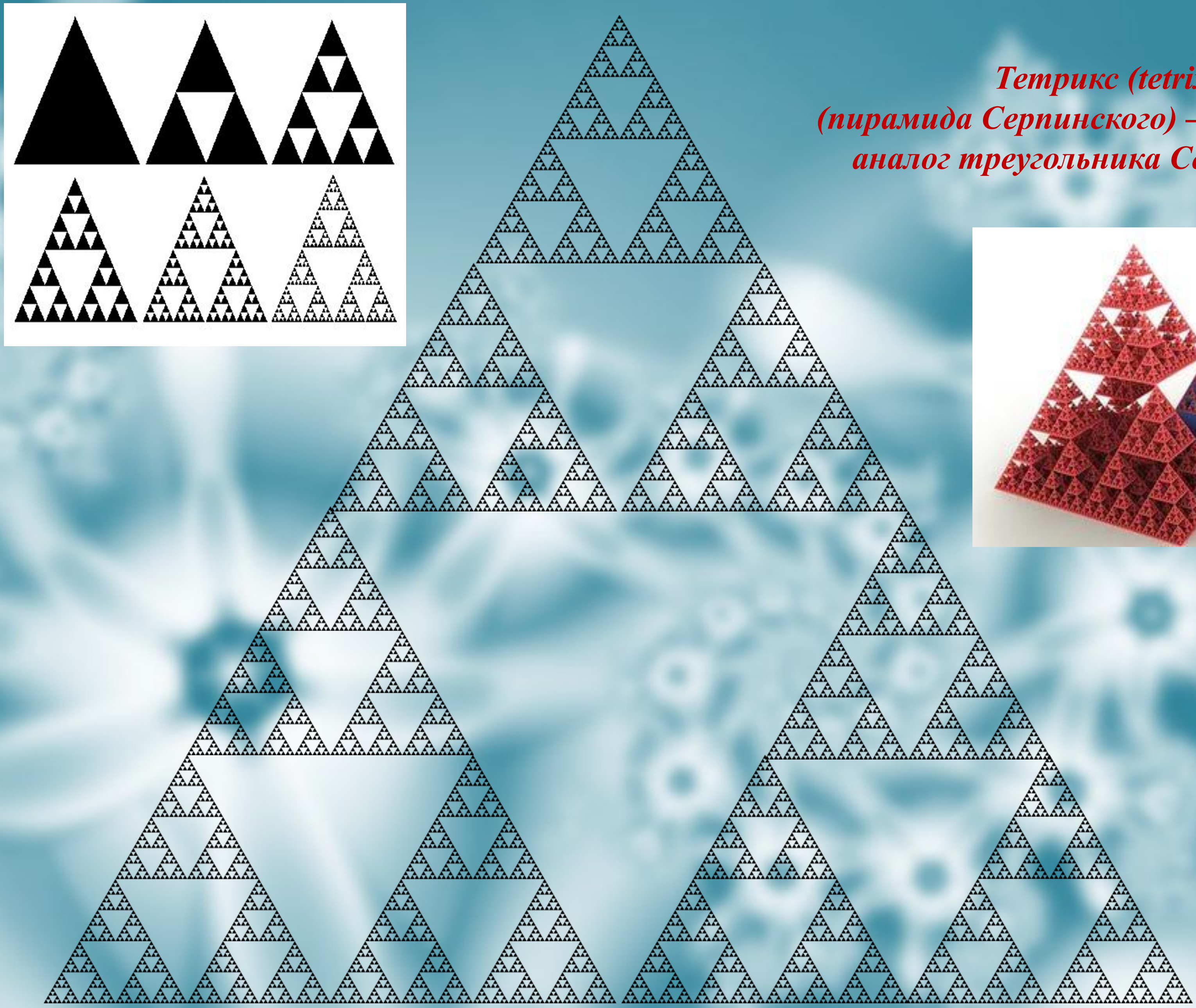


Способ построения этого множества следующий.

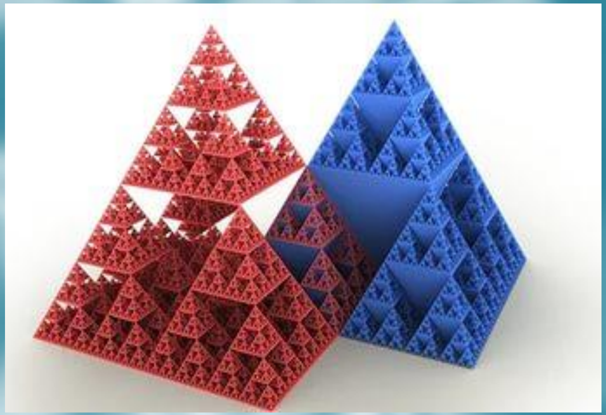
Берётся отрезок прямой единичной длины. Затем он делится на три равные части, и вынимается средний отрезок. Это первый шаг итерационной процедуры. На втором шаге подобной процедуре деления на три равные части и последующего удаления середины подвергается каждый из двух оставшихся отрезков. Так продолжая до бесконечности, получим множество Кантора. Суммарная длина получившихся в пределе отрезков равна нулю, так как мы исключили в результате длину, равную 1.

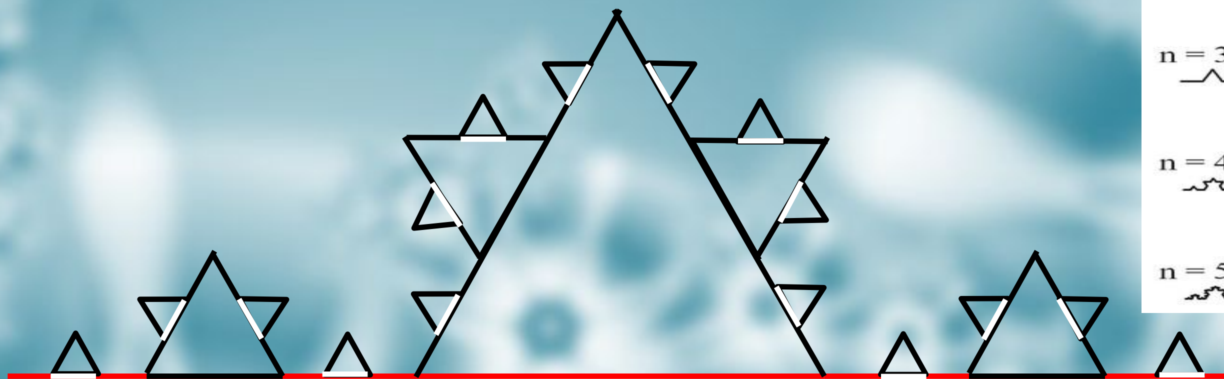


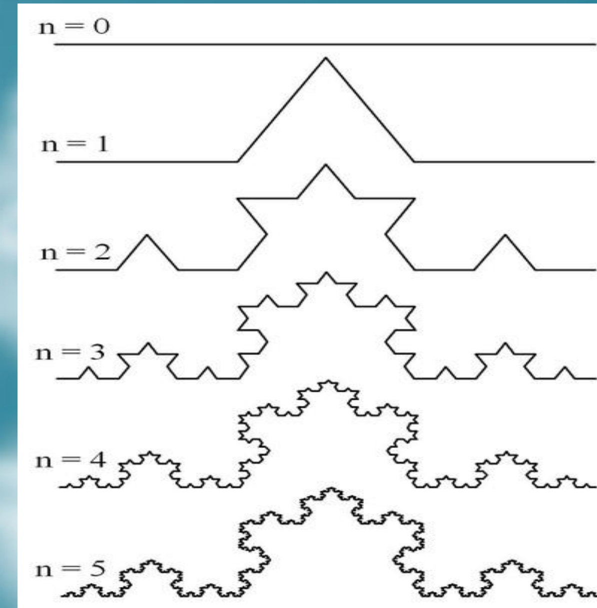
Для его построения из центра равностороннего треугольника мысленно вырежем кусок треугольной формы, который своими вершинами будет упираться в середины сторон исходного треугольника. Повторим эту же процедуру для трех образовавшихся треугольников (за исключением центрального) и так до бесконечности. Если мы теперь возьмем любой из образовавшихся треугольников и увеличим его - получим точную копию целого. В данном случае мы имеем дело с полным самоподобием.



Тетрикс (tetrix)
(пирамида Серпинского) – трехмерный аналог треугольника Серпинского.



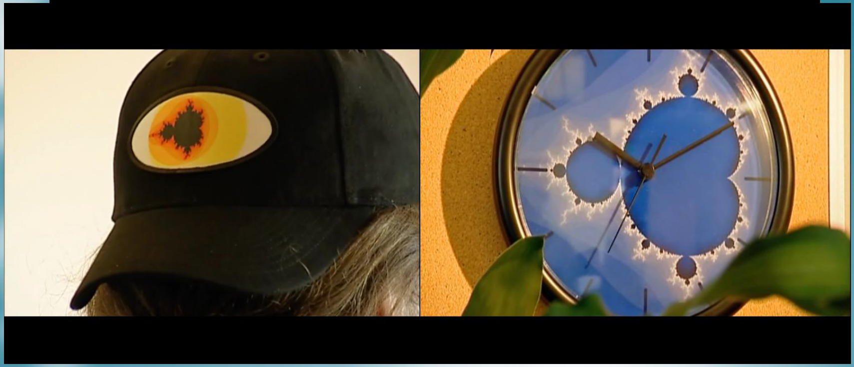




Кривая Коха — фрактальная кривая, описана в 1904 году математиком Хельге фон Кохом. Эта кривая вызвала огромный интерес в математическом мире, поскольку она образует бесконечно длинную линию внутри области конечной площади. Кривая Коха примечательна тем, что непрерывна.

Процесс её построения выглядит следующим образом: берём единичный отрезок, разделяем на три равные части и заменяем средний интервал равносторонним треугольником без этого сегмента. В результате образуется ломаная, состоящая из четырех звеньев длины 1/3. На следующем шаге повторяем операцию для каждого из четырёх получившихся звеньев и т. д…

Вы никогда не задумывались о том, насколько рациональной может быть ваша тумбочка, шкаф или даже обыкновенная коробка? Дизайнер Такеши Миякава (Takeshi Miyakawa) похоже, задумался над этим вопросом основательно, воссоздав довольно любопытный куб – Fractal 23. Этот чудный представитель семейства мебельных, представляет собой модульную систему и доступен для открытого контакта с четырех сторон.



Фрактальные морские животные

Осьминог – морское придонное животное из отряда головоногих.

Родственник улиток, брюхоногий голожаберный моллюск Главк.

Еще одним типичнейшим представителем фрактального подводного мира является коралл.

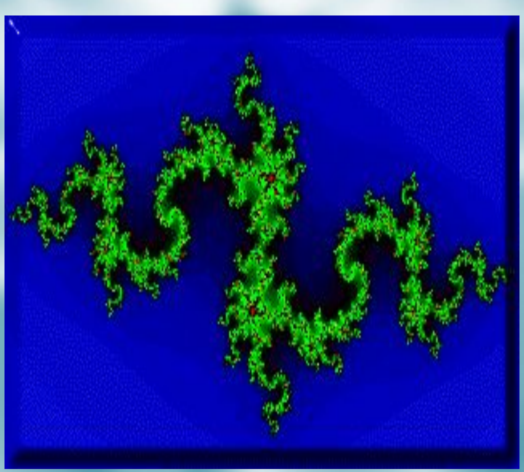
Фракталы в народном творчестве

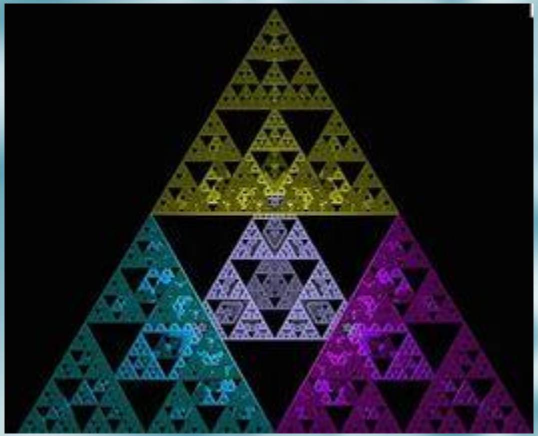
Игрушка-сувенир матрёшка- типичный фрактал. Принцип фрактальности очевиден, когда все фигурки деревянной игрушки выстроены в ряд, а не вложены друг в друга.

Матрёшка это конструкция состоящая из самоподобных элементов.

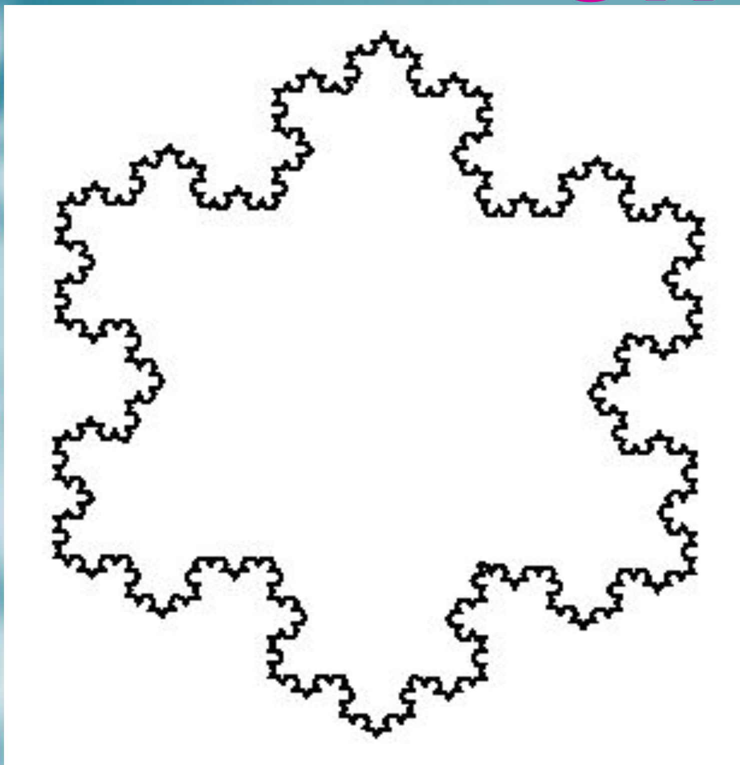
Декоративная роспись – хохлома. Традиционные элементы хохломы – это травяные узоры из цветов, ягод и веток. Снова все признаки фрактальности. Ведь один и тот же элемент можно повторять несколько раз в разных вариантах и пропорциях.

- **Классификация фракталов.**
  - Алгебраические
  - Геометрические
  - Стохастические





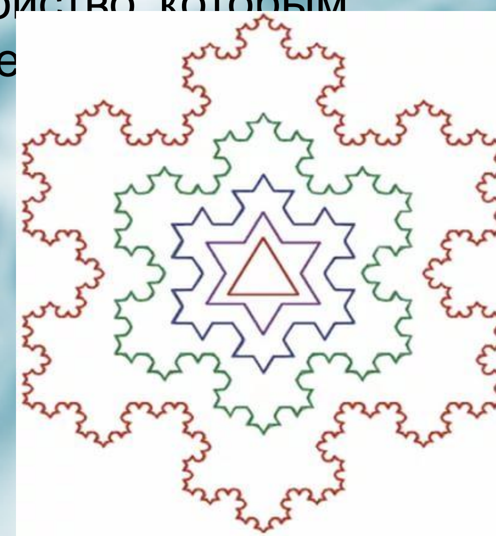
Снежинка Коха



Строится она на основе равностороннего треугольника. Каждая линия которого ___ заменяется на 4 линии каждая длинной в 1/3 исходной _/_. Таким образом, с каждой итерацией длинна кривой увеличивается на треть. И если мы сделаем бесконечное число итераций - получим фрактал - снежинку Коха бесконечной длинны. Получается, что наша бесконечная кривая покрывает ограниченную площадь.

Еще одно важное свойство, которым обладает граница сне

бесконечная длина.



Чтобы представить себе фрактал понаглядней рассмотрим пример, приведенный в книге Б.Мандельброта «The Fractal Geometry of Nature» «Фрактальная геометрия природы» ставший классическим – «Какова длина берега Британии?».

В 1975 году Мандельброт опубликовал свою работу «Какова длина побережья Великобритании?» — первое исследование фракталов.

Ответ на этот вопрос не так прост, как кажется. Все зависит от длины инструмента, которым мы будем пользоваться. Померив берег с помощью километровой линейки, мы получим какую-то длину. Однако мы пропустим много небольших заливчиков и полу островков, которые по размеру намного меньше нашей линейки. Уменьшив размер линейки до 1 метра – мы учтем эти детали ландшафта, и, соответственно длина берега станет больше. Пойдем дальше и измерим длину берега с помощью миллиметровой линейки, мы тут учтем детали, которые больше миллиметра, длина будет еще больше. В итоге ответ – длина берега Британии бесконечна.

Свойства фракталов

Одним из основных свойств фракталов является самоподобие. В самом простом случае небольшая часть фрактала содержит информацию о всем фрактале.

Фракталы на

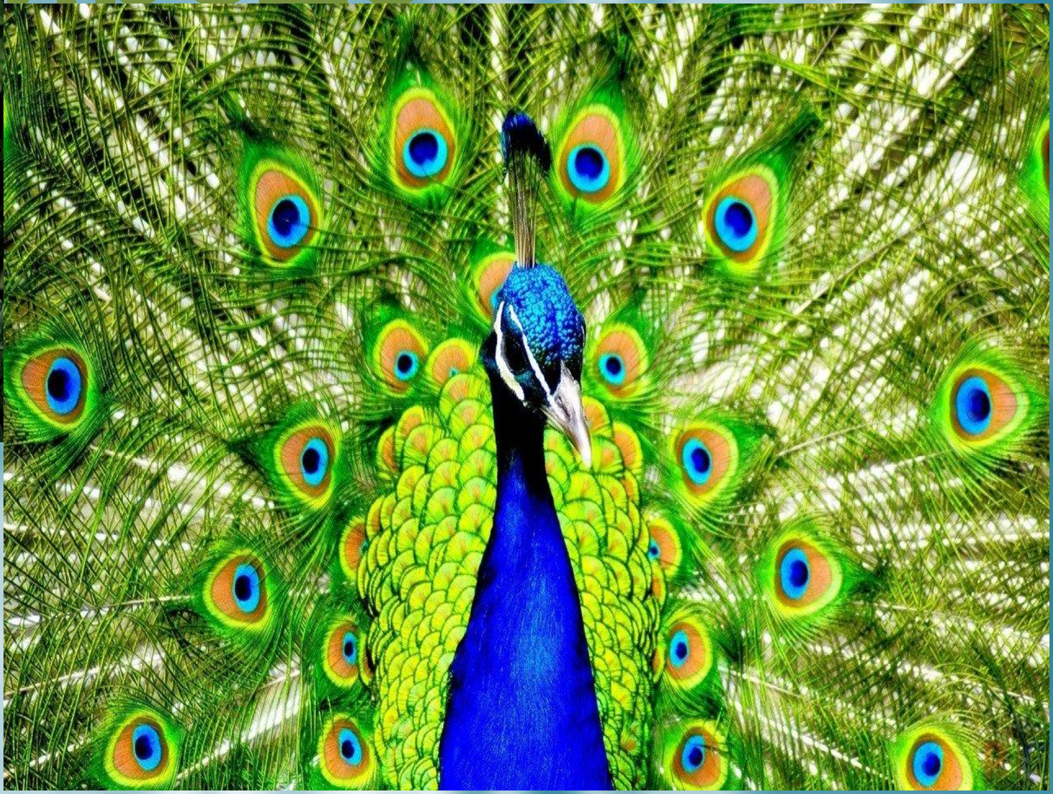
Фрактал, от которого плачут. Салатный лук

Дизайнеры и 3D-художники восторгаются экзотическими формами, похожими на фракталы цветной коралловой капусты.

Типичный представитель фрактала из растительного мира - цветная капуста.

Фракталы в природе

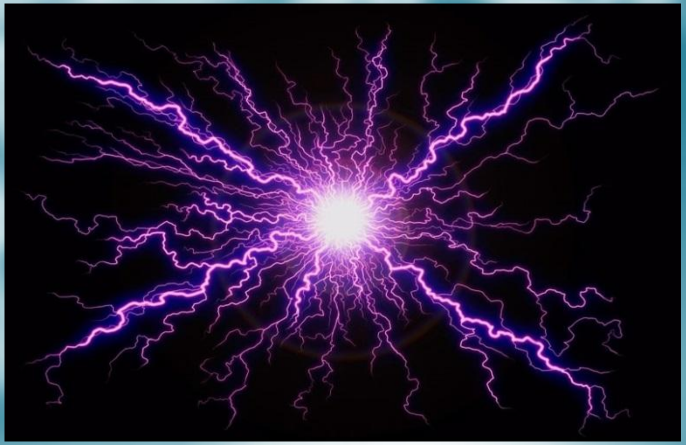
Папоротники - пример природных фракталов, которые очень похожи на компьютерные фракталы.



Павлины – в их красочном оперенье спрятаны сплошные фракталы.

Лед, морозные узоры на окнах – тоже фракталы.

Разряд молнии-один из примеров природных фракталов.



Некоторые художники, в том числе жившие до Б.Мандельброта, использовали (и сейчас используют) фракталы в своём творчестве. Одним из них был Кацусико Хокусай. Например, на его картине «Большая волна в Канагаве» гребни больших волн состоят из множества более мелких волн. Если вглядываться в эту картину, то обращаешь внимание, что художник рисуя гребень волны использовал фрактал, как бы состоящий из многочисленных хищных водяных лап. Поэтому часто эту картину используют в качестве иллюстрации к книгам по теории хаоса, фракталам.

Значение и применение фракталов

Фракталы широко применяются в компьютерной графике для построения изображений природных объектов, таких, как деревья, кусты, горные ландшафты, поверхности морей и так далее.

В физике фракталы естественным образом возникают при моделировании нелинейных процессов, таких, как течение жидкости, пламя, облака и т.п. Фракталы используются при моделировании пористых материалов, например, в нефтехимии.

В биологии они применяются для моделирования популяций и для описания систем внутренних органов (система кровеносных сосудов).

Так же фрактальную геометрию используют для проектирования антенных устройств.

«Математика вся пронизана красотой и гармонией, только эту красоту надо увидеть»

Б. Мандельброт

Галерея Фракталов