

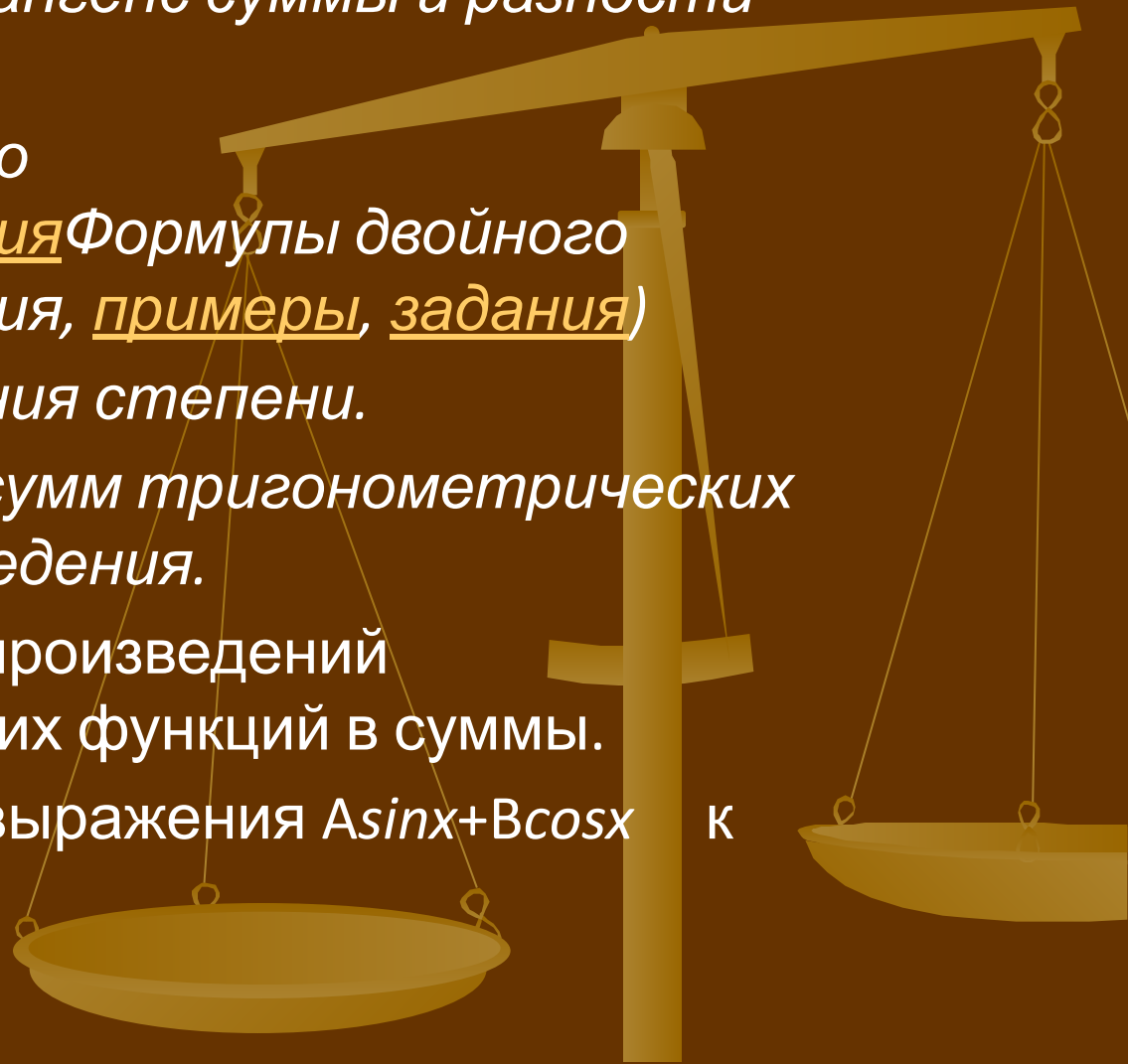
Выполнил: преподаватель Кравцова М.В

**ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ  
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ  
ТОЖДЕСТВ ДЛЯ  
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ  
ВЫРАЖЕНИЙ**



# Учебные элементы

1. Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов.
2. Формулы двойного аргумента. (теория Формулы двойного аргумента. (теория, примеры, задания))
3. Формулы понижения степени.
4. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения.
5. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы.
6. Преобразование выражения  $A\sin x + B\cos x$  к виду  $C\sin(x+t)$



# Синус двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

## Доказательство.

Рассмотрим выражение  $\sin 2x$ .

$$\sin 2x = \sin (x+x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos x.$$

Тождество доказано.



# Косинус двойного аргумента

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Доказательство.

Рассмотрим выражение  $\cos 2x$ .

$$\cos 2x = \cos (x+x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Тождество доказано.



# Тангенс двойного аргумента



Доказательство. ■

Рассмотрим выражение  $\operatorname{tg} 2x$ .



Тождество доказано.



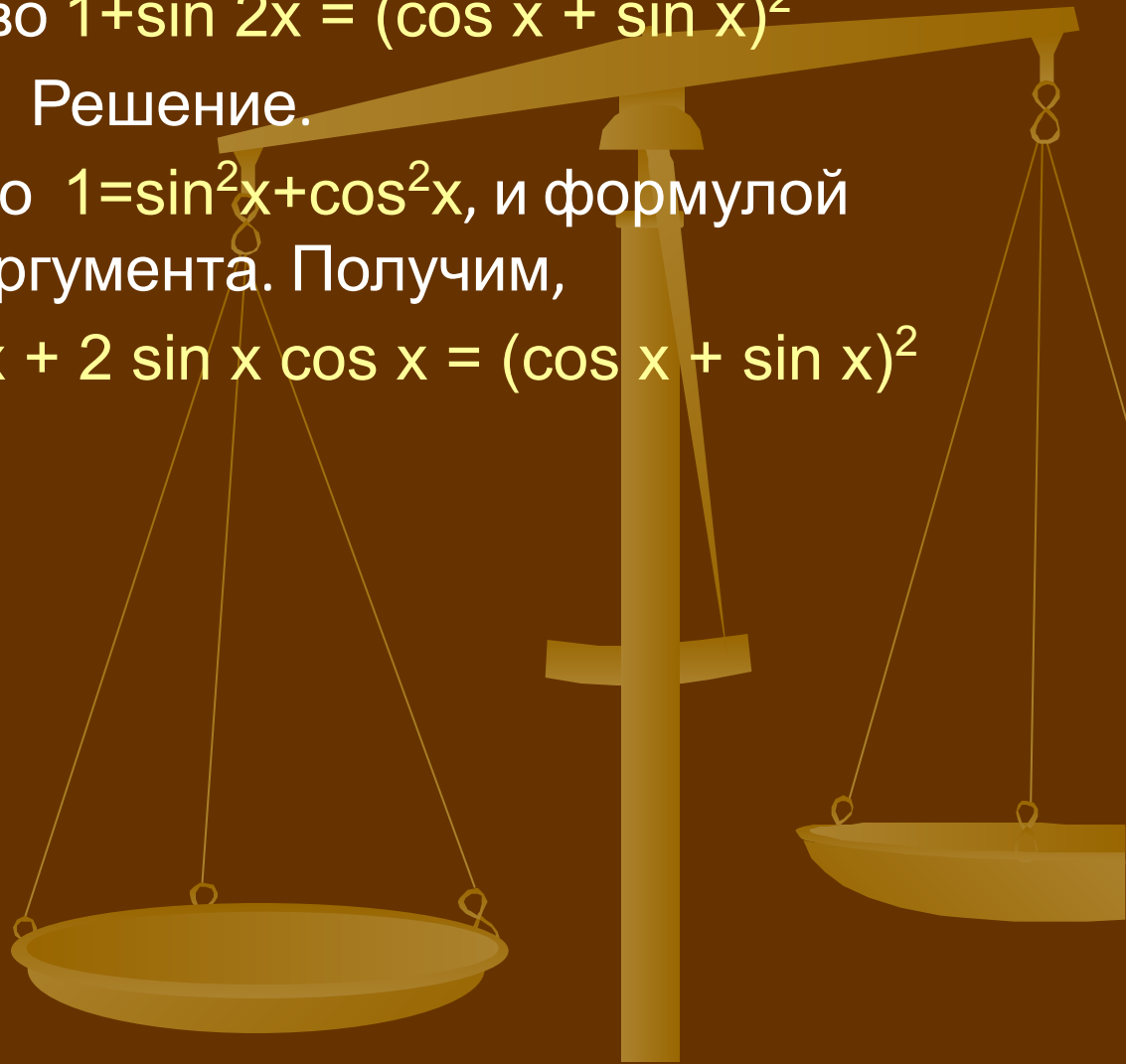
# Примеры

1. Доказать тождество  $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$

Решение.

Воспользуемся тем, что  $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$ , и формулой синуса двойного аргумента. Получим,

$$1 + \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = (\cos x + \sin x)^2$$

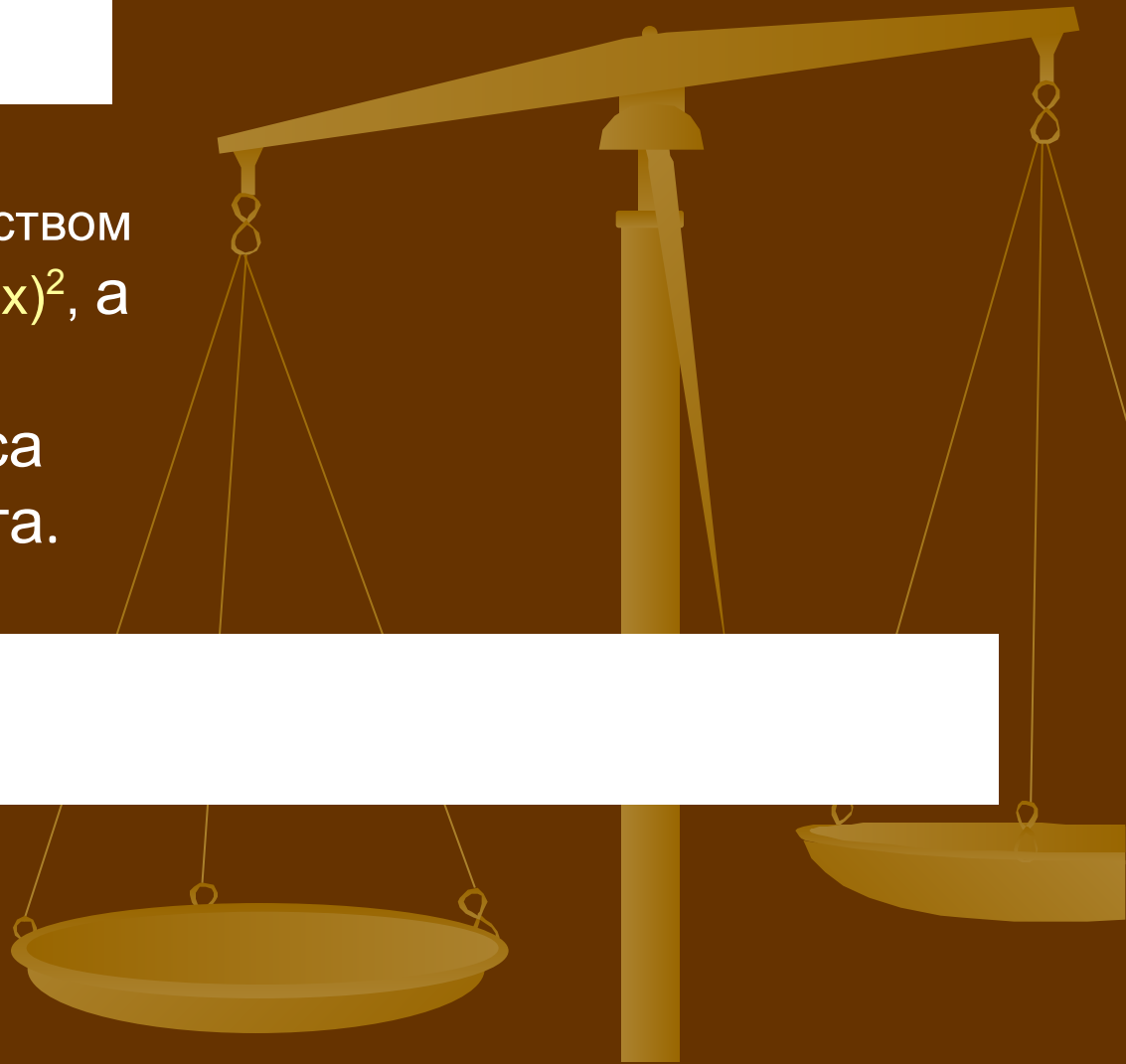


# Примеры

2. Сократить дробь 

Решение.

В числителе дроби воспользуемся тождеством  $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$ , а в знаменателе формулой косинуса двойного аргумента. Получим,



# Примеры

3. Вычислить



Решение.

Заданное выражение представляет собой правую часть формулы косинуса двойного аргумента, но только не хватает множителя 2. Введя его получим:





# Примеры

4. Доказать тождество

Решение.

Преобразуем левую часть доказываемого тождества:



Умножив и числитель, и знаменатель последней дроби на 2, получим:



Что и требовалось доказать.



# Примеры

5. Зная, что  $\cos x = \frac{1}{2}$ , найти  $\sin 2x$ .  
Решение.

Значение  $\cos x$  дано в условии, а значение  $\sin x$  найдём следующим образом:

Это значит, что  $x$  принадлежит четвёртой четверти, а в ней синус отрицателен. Это значит надо выбрать  $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$ .

Теперь можно вычислить  $\sin 2x$ :

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

# Примеры

5. Зная, что  что  ить

Решение.

Воспользуемся формулой приведения:

Применим к выражению  $\cos 4x$  формулу косинуса двойного аргумента:

Из предыдущих примеров нам известны значения  $\cos 2x$  и  $\sin 2x$ .

Вычисляем:

# Примеры

6. Решить уравнение  $\sin 4x - \cos 2x = 0$

Решение.

$$\sin 4x - \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x \cos 2x - \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0 \text{ или } 2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x - 1 = 0$$

Ответ:




# Задания. 1 блок.

1. Упростите выражение 

Ответы: а) sint Ответы: а) sint; б) cost Ответы: а) sint; б) cost;  
с) tgt Ответы: а) sint; б) cost; с) tgt; д) sin<sup>2</sup>t

2. Известно, что  найдите 

Ответы: а) 120/169 Ответы: а) 120/169; б) -120/169 Ответы:  
а) 120/169; б) -120/169; с) 150/333 Ответы: а) 120/169; б)  
-120/169; с) 150/333; 

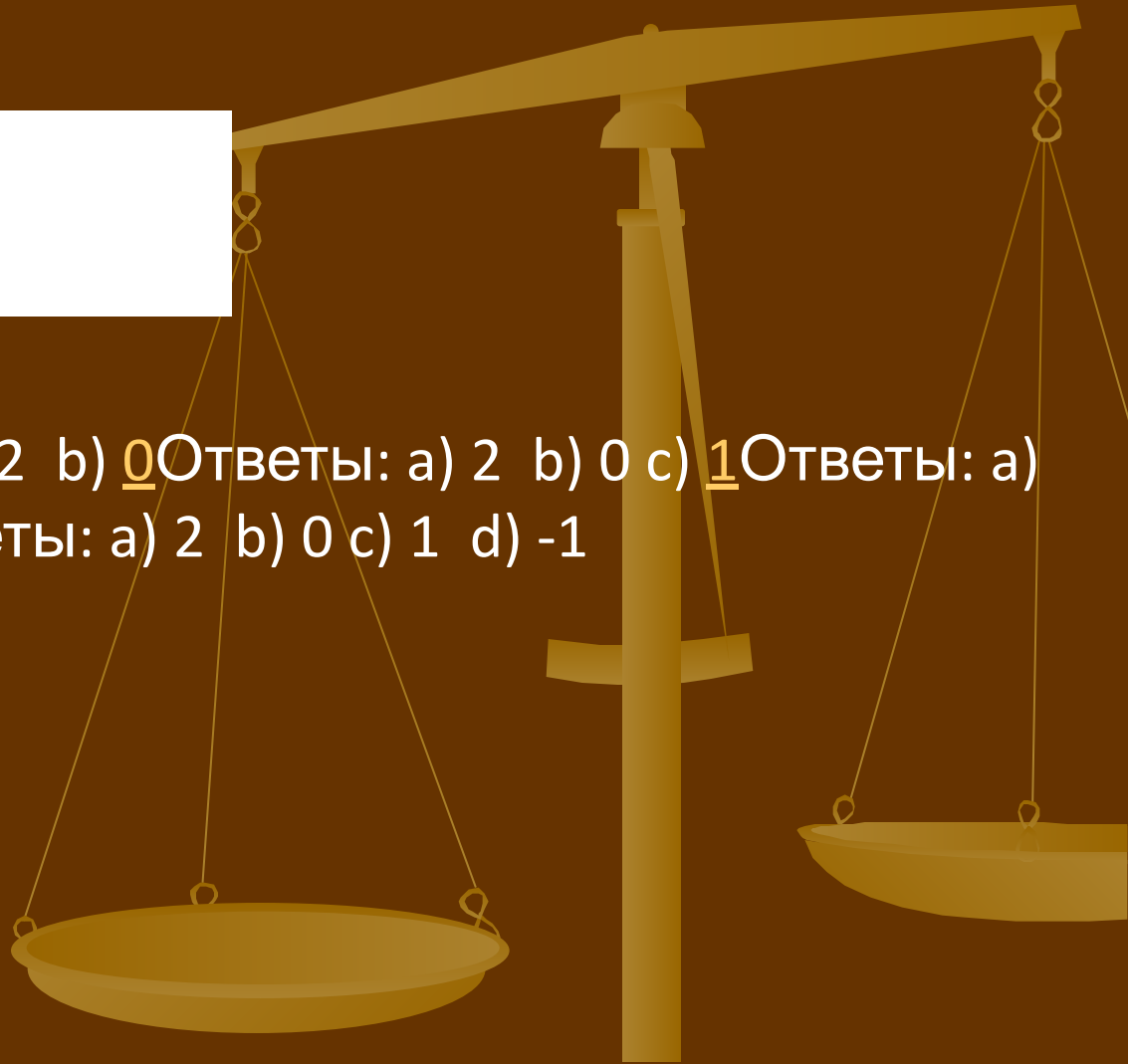
3. Решите уравнение    

# Задания. 2 блок.

Вычислите



Ответы: а) 2 Ответы: а) 2 б) 0 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1



# Задания. 3 блок.

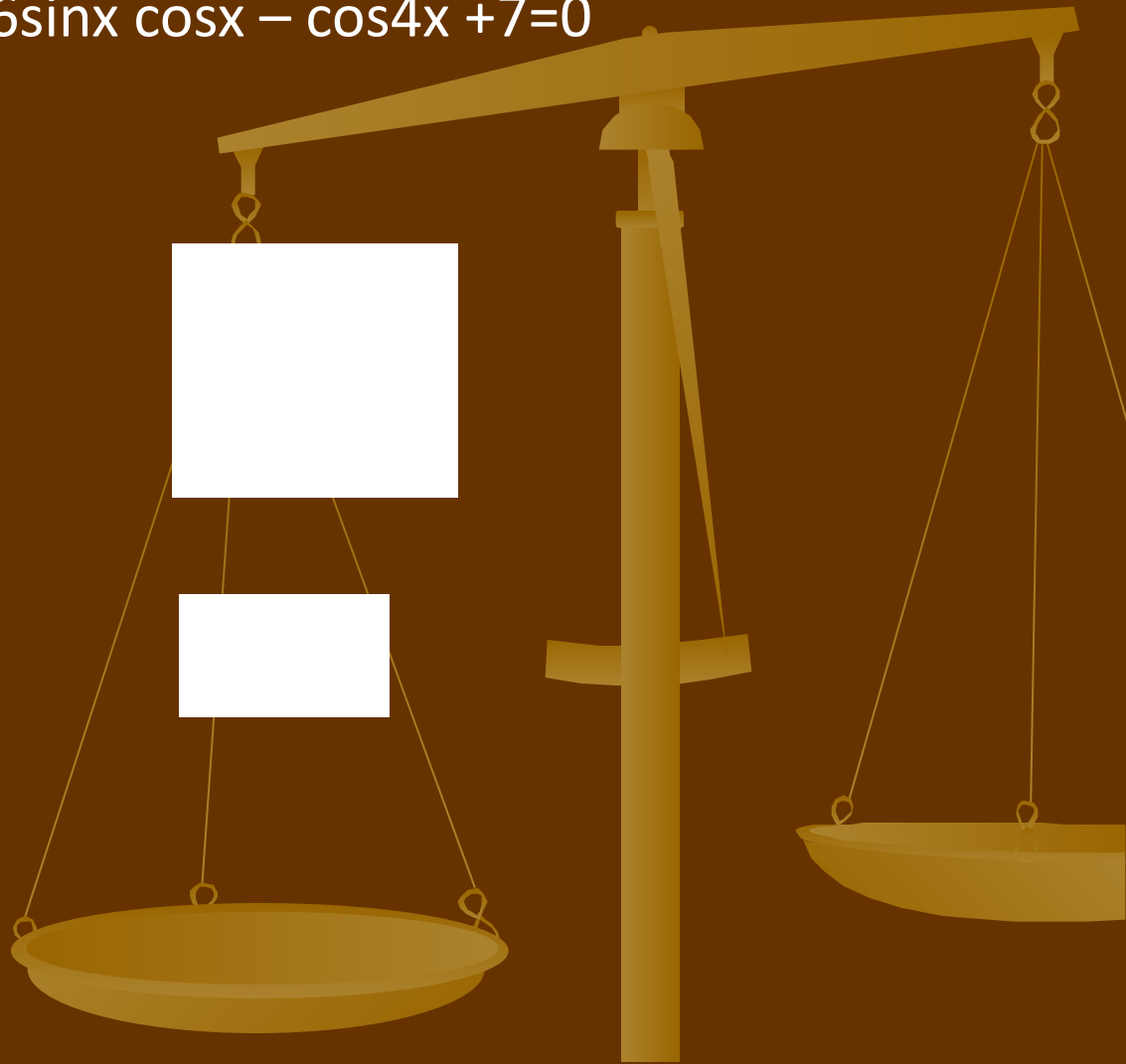
Решите уравнение  $26\sin x \cos x - \cos 4x + 7 = 0$

Ответы: a)

b)

c)

d)



# Творческое задание.

Решите уравнение  $\sin 2x + 2\sin x = 2 - 2\cos x$





# Задания. 1 блок.

1. Упростите выражение

Ответы: а) sint Ответы: а) sint; б) cost Ответы: а) sint; б) cost;  
с) tgt Ответы: а) sint; б) cost; с) tgt; д) sin<sup>2</sup>t

2. Известно, что  найдите

Ответы: а) 120/169 Ответы: а) 120/169; б) -120/169 Ответы:  
а) 120/169; б) -120/169; с) 150/333 Ответы: а) 120/169; б)  
-120/169; с) 150/333,

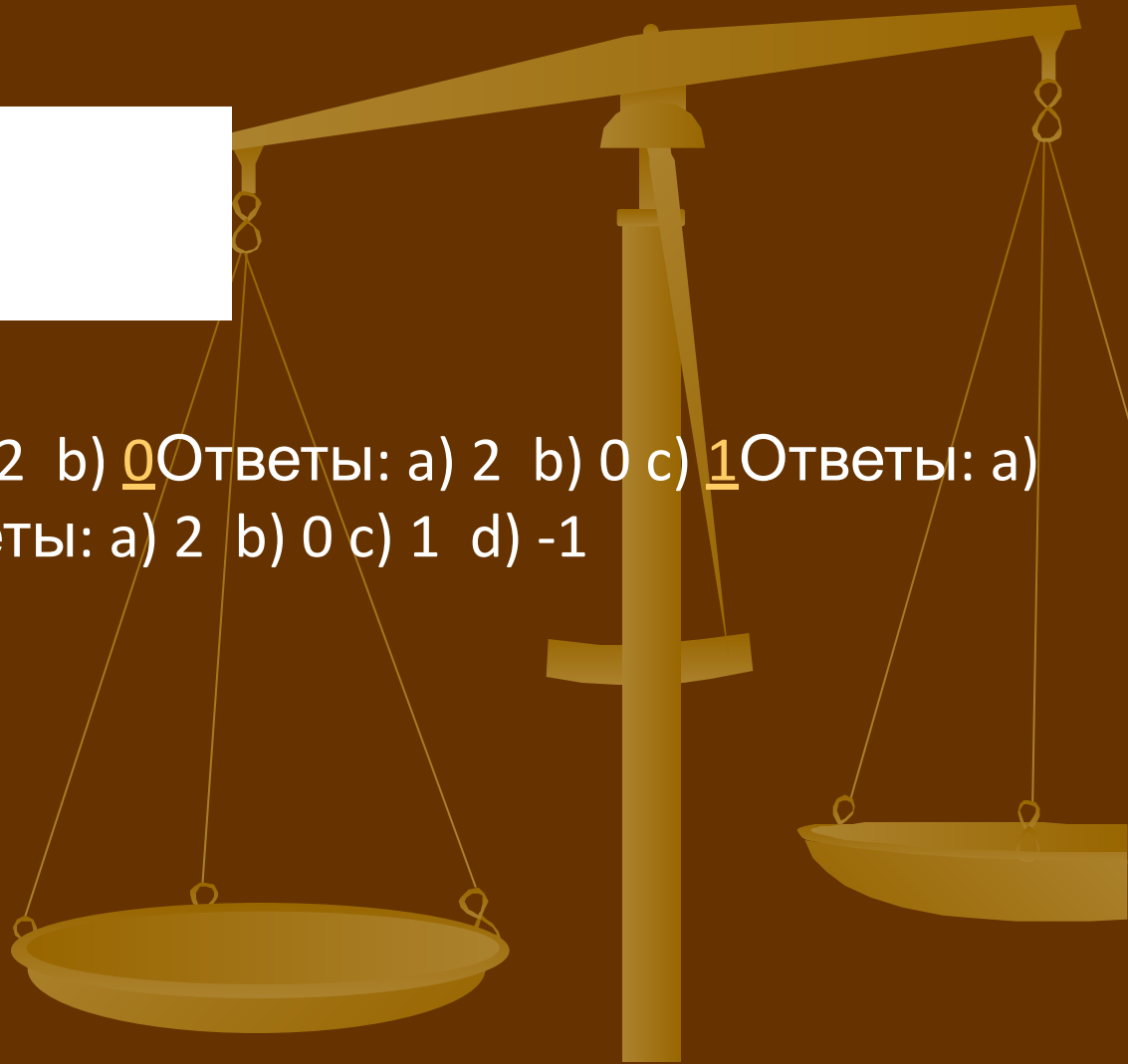
3. Решите уравнение

# Задания. 2 блок.

Вычислите



Ответы: а) 2 Ответы: а) 2 б) 0 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1



# Задания. 3 блок.

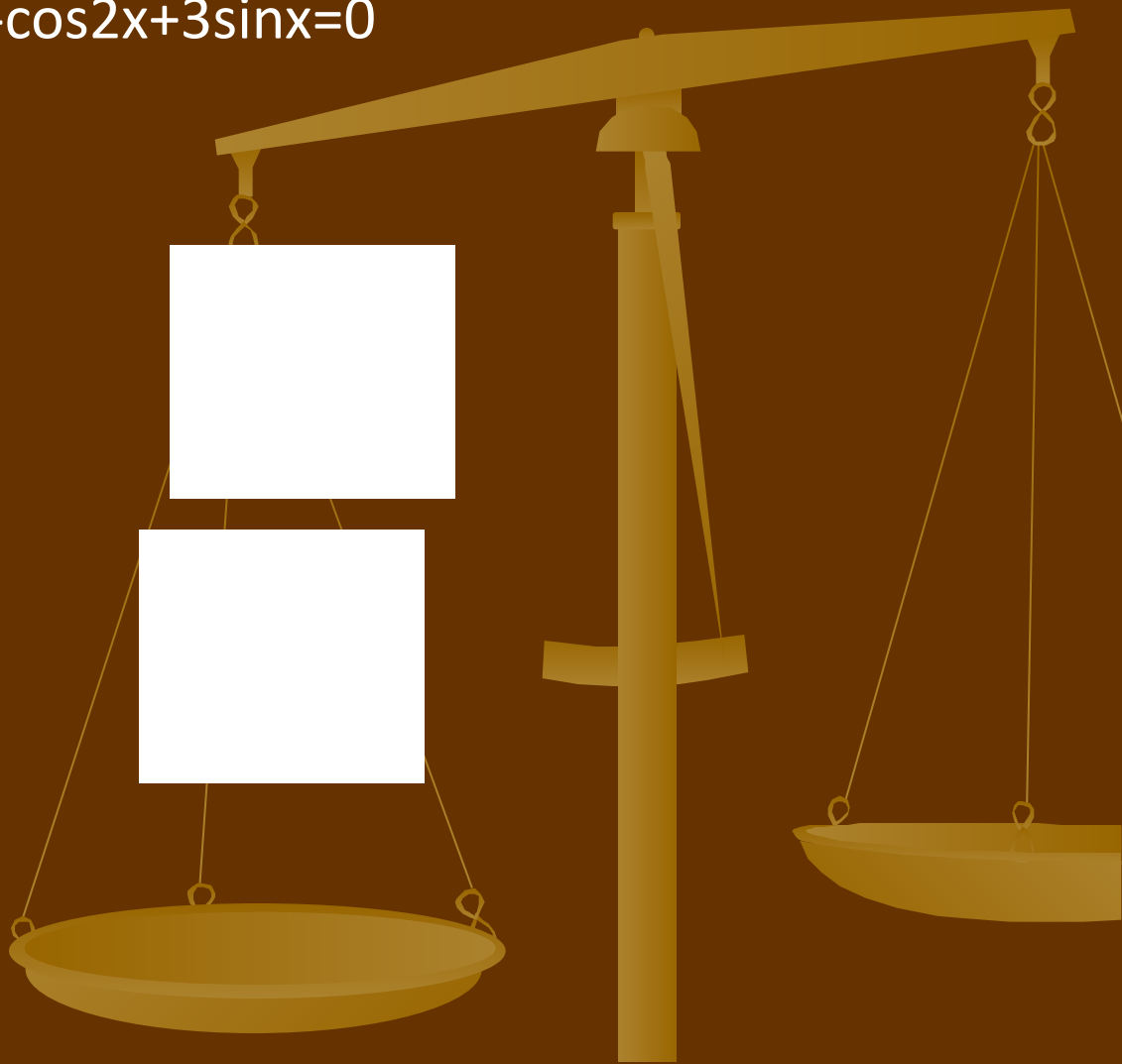
Решите уравнение  $2 - \cos 2x + 3 \sin x = 0$

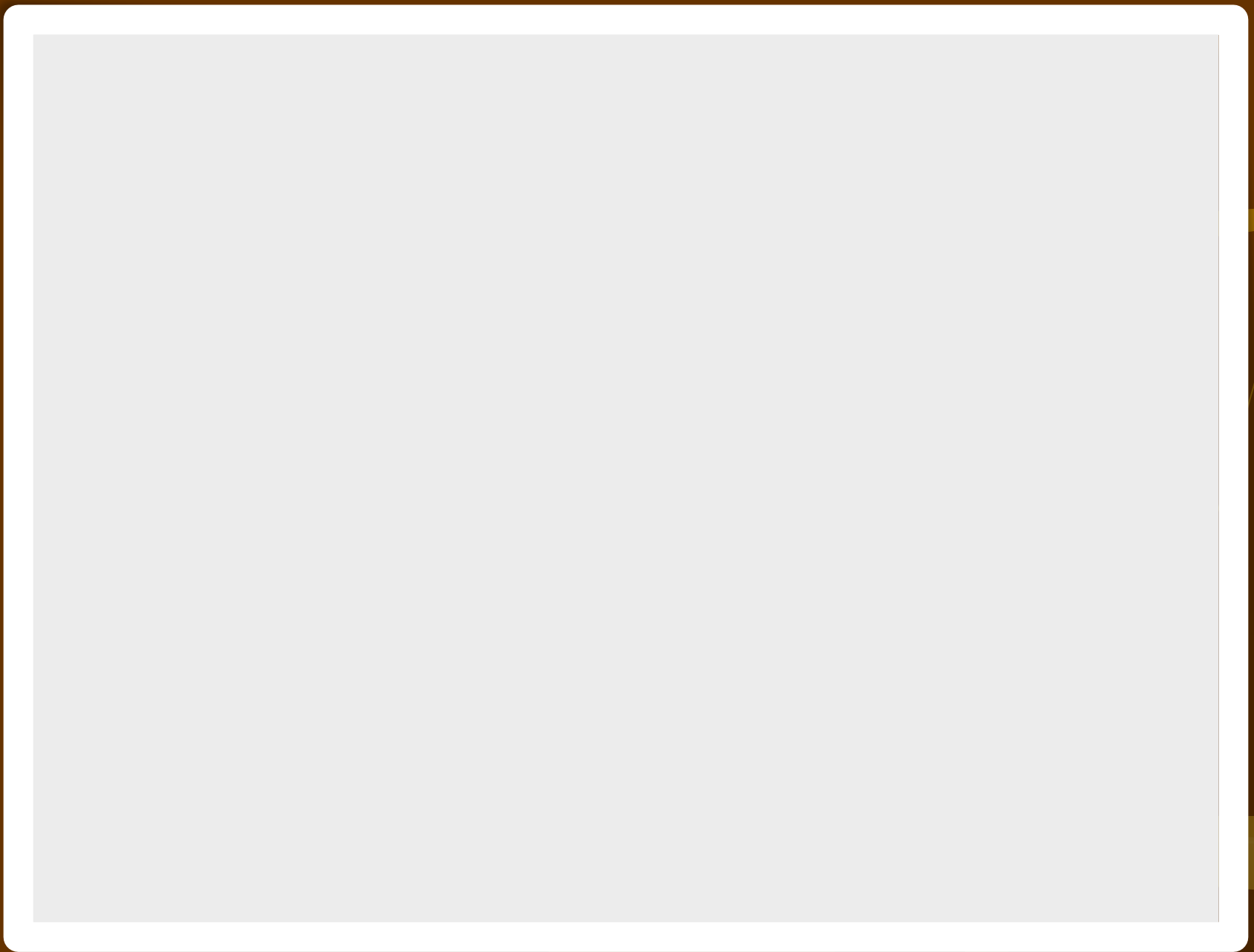
Ответы: а)

б)

с)

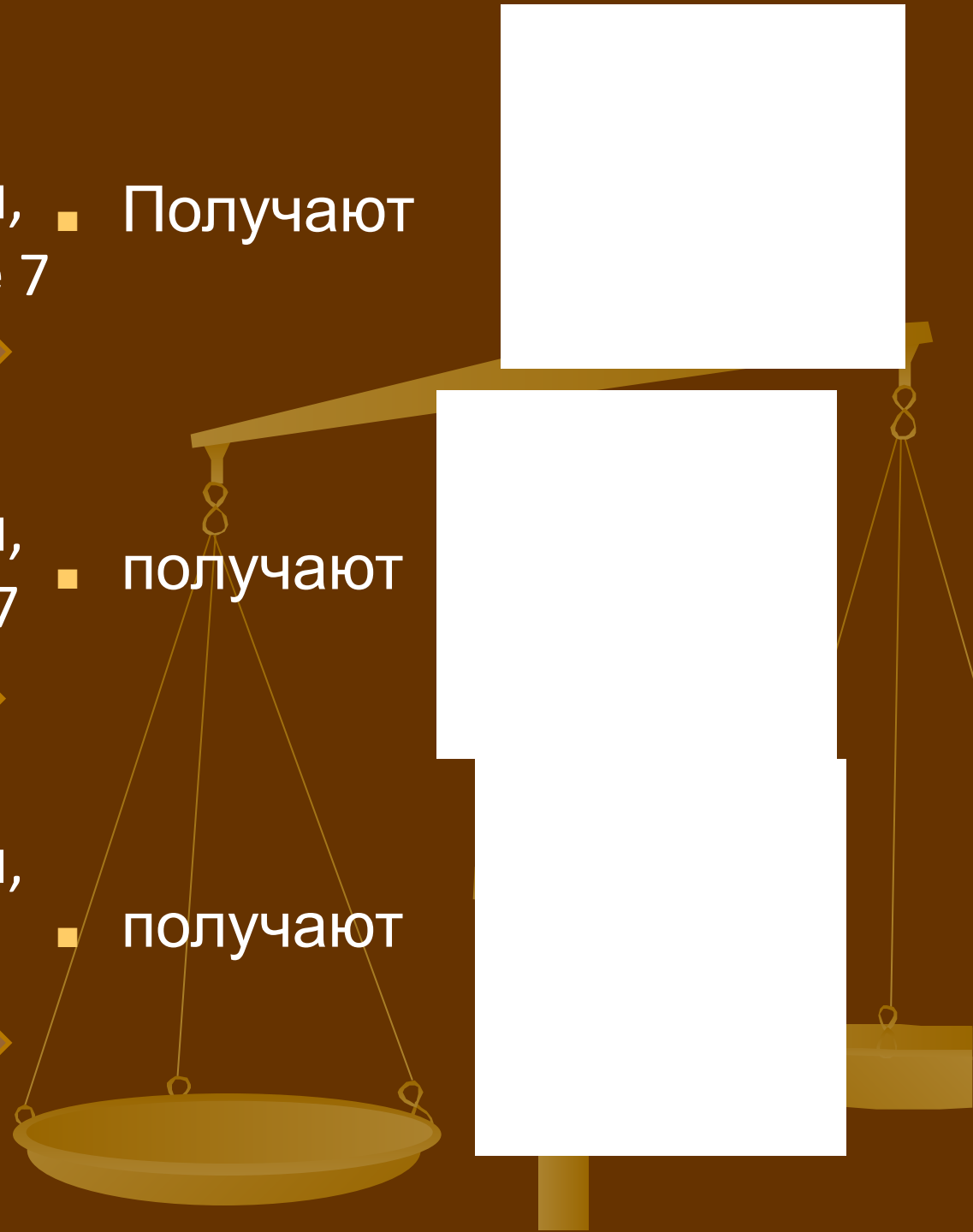
)





# Оценка:

- Участники команды, набравшие больше 7 баллов →
  - Участники команды, набравшие от 5 до 7 баллов →
  - Участники команды, набравшие ниже 5 баллов →
- Получают
  - получают
  - получают



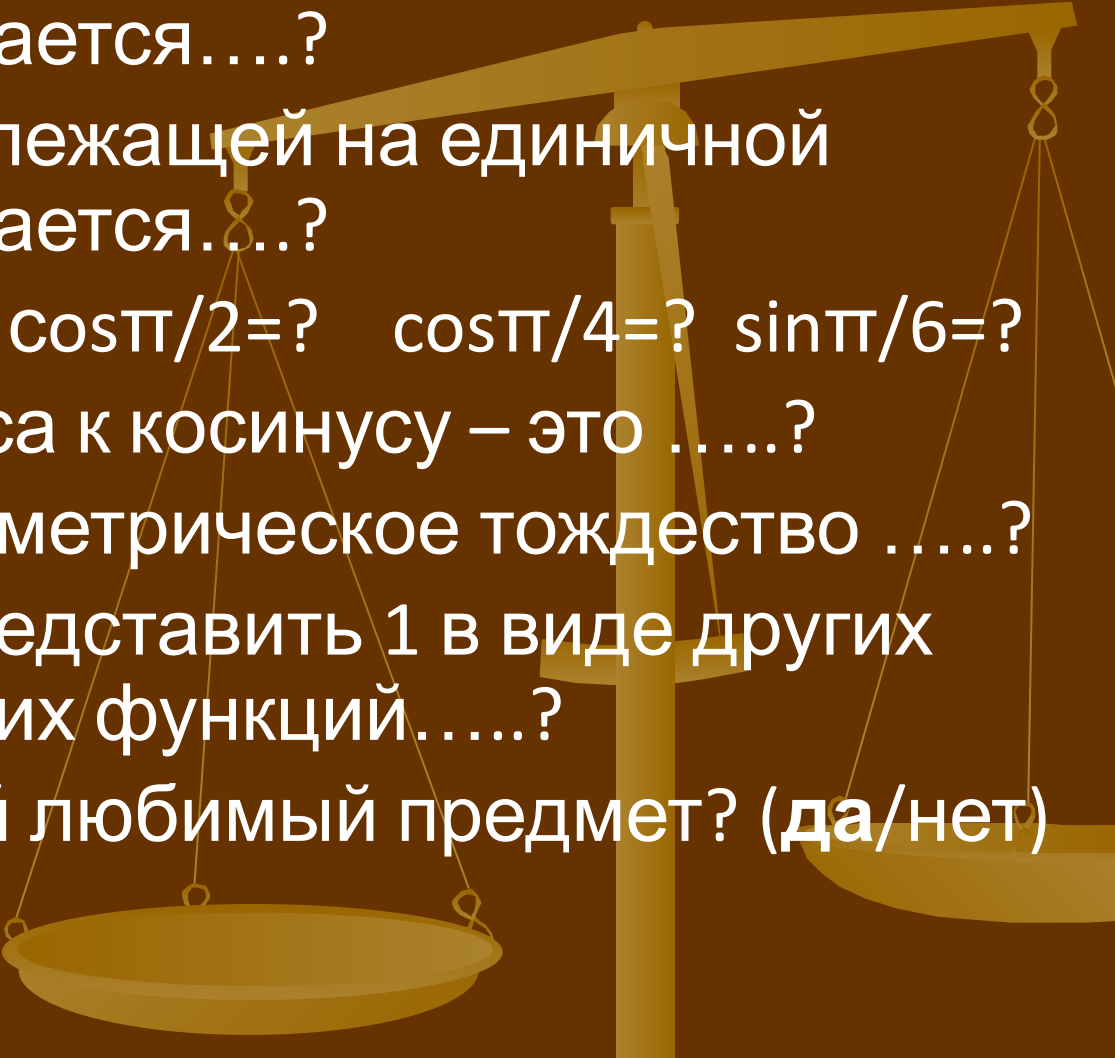
Древнегреческий поэт Нивей утверждал, что математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед.

Поэтому сегодня будем работать самостоятельно.

# Историческая справка.

- Тригонометрия – слово греческое и в буквальном переводе означает измерение треугольников. Возникновение тригонометрии связано с землемерием, астрономией и строительным делом. Хотя название науки возникло сравнительно недавно, многие относимые сейчас к тригонометрии понятия и факты были известны

# ДИКТАНТ

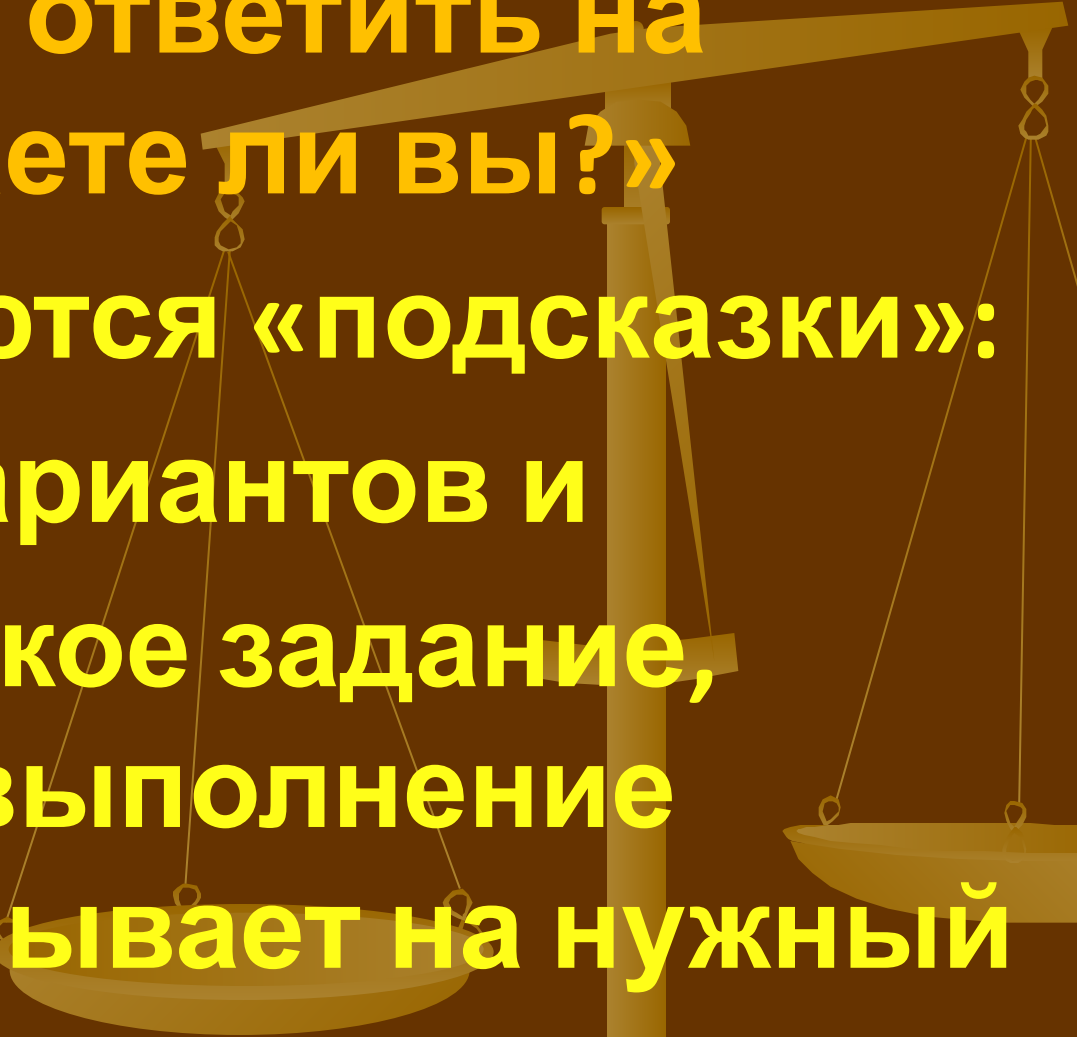
- Какой раздел математики вы изучаете?
  - Абсцисса точки, лежащей на единичной окружности называется....?
  - Ордината точки, лежащей на единичной окружности называется....?
  - $\sin\pi/3=?$   $\sin 0=?$   $\cos\pi/2=?$   $\cos\pi/4=?$   $\sin\pi/6=?$
  - Отношение синуса к косинусу – это .....
  - основное тригонометрическое тождество .....
  - как можно еще представить 1 в виде других тригонометрических функций.....?
  - Математика – мой любимый предмет? (да/нет)
- 



- Впервые способы решения треугольников, основанные на зависимостях между сторонами и углами треугольника, были найдены древнегреческими астрономами.
- Позднее зависимости между отношениями сторон треугольника и его углами начали называть тригонометрическими функциями.

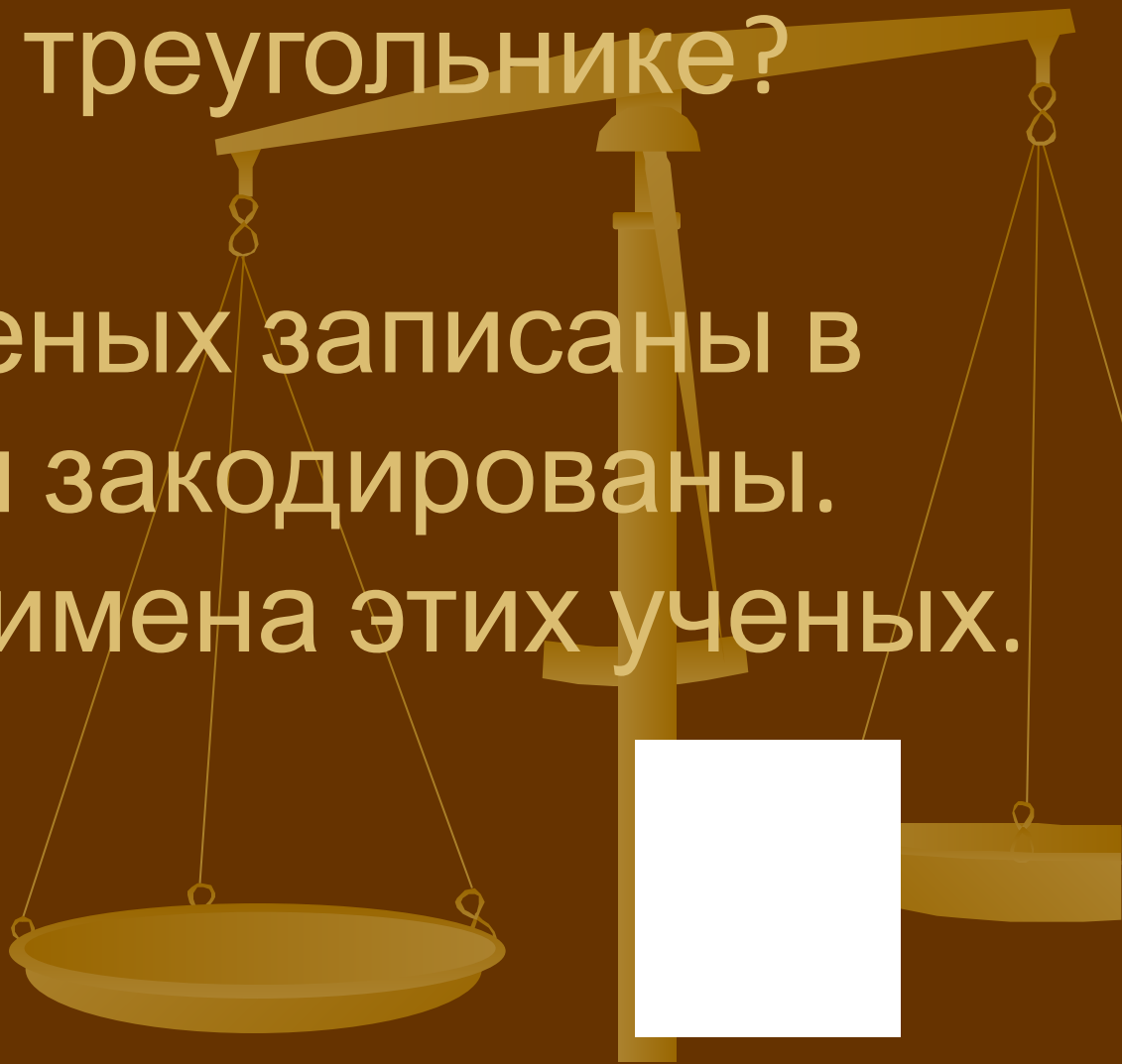




- 
- В заданиях, которые будут предложены, вам необходимо ответить на вопрос «Знаете ли вы?»
  - К ответу даются «подсказки»:
    - несколько вариантов и
    - математическое задание, правильное выполнение которого указывает на нужный выбор

Знаете ли вы кто нашел  
зависимости между сторонами и  
углами в треугольнике?

Имена ученых записаны в  
таблице и закодированы.  
Определите имена этих ученых.



- Значительный вклад в развитие тригонометрии внесли арабские ученые, которые составили таблицы синусов и тангенсов.
- Теорему синусов уже знали индийский ученый Бхаскара (р. 1114, год смерти неизвестен) и азербайджанский астроном и математик Насиреддин Туси Мухамед (1201-1274).



Знаете ли вы имя арабского ученого,  
составившего таблицу синусов и тангенсов?  
Оно записано в таблице:

<b>Аль- Батани (850-929)</b>	<b>Абу-ль-Вафа, Мухамед-бен Мухамед (940-998)</b>	<b>Абу-хусейн- ибн-Сина (1024-1037)</b>
<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>

Число, записанное под названием имен арабских ученых, равно количеству верных формул:

■  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

■  $\sin x / \cos x = \operatorname{ctg} x$

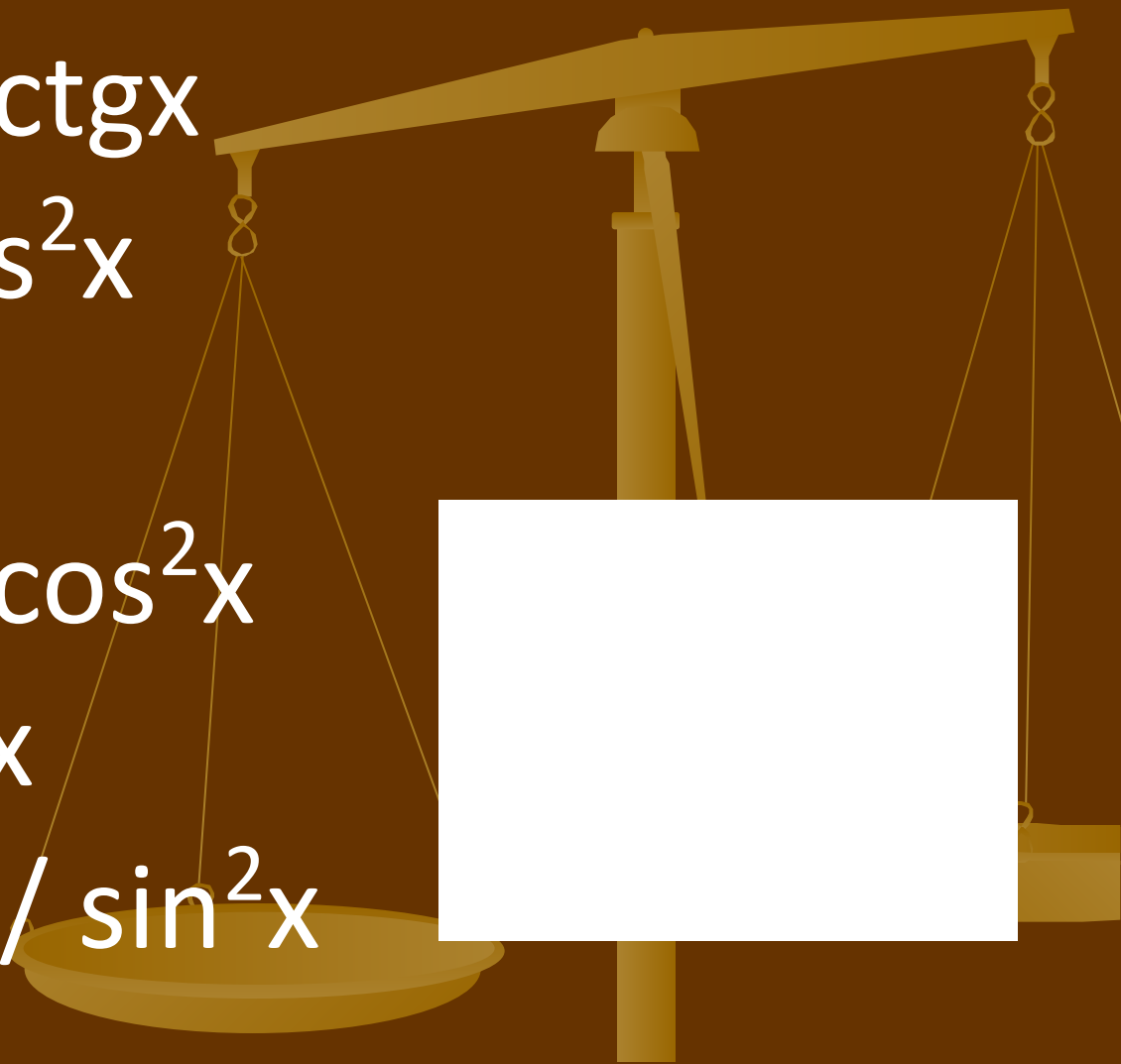
■  $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$

■  $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$

■  $\sin^2 x - 1 = -\cos^2 x$

■  $\sin(-x) = -\sin x$

■  $1 + \operatorname{tg}^2 x = 1 / \cos^2 x$



# SINX





# COSX



# Tgx

- Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс) введен в X веке арабским математиком Абу-ль-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы были заново открыты лишь немецким математиком, астрономом Регимонтом. Название «тангенс», происходит от латинского *tanger* (касаться).

Решите примеры и определите  
год открытия функции ТАНГЕНС.

**СПАСИБО**

**ЗА**

**УРОК!**

