

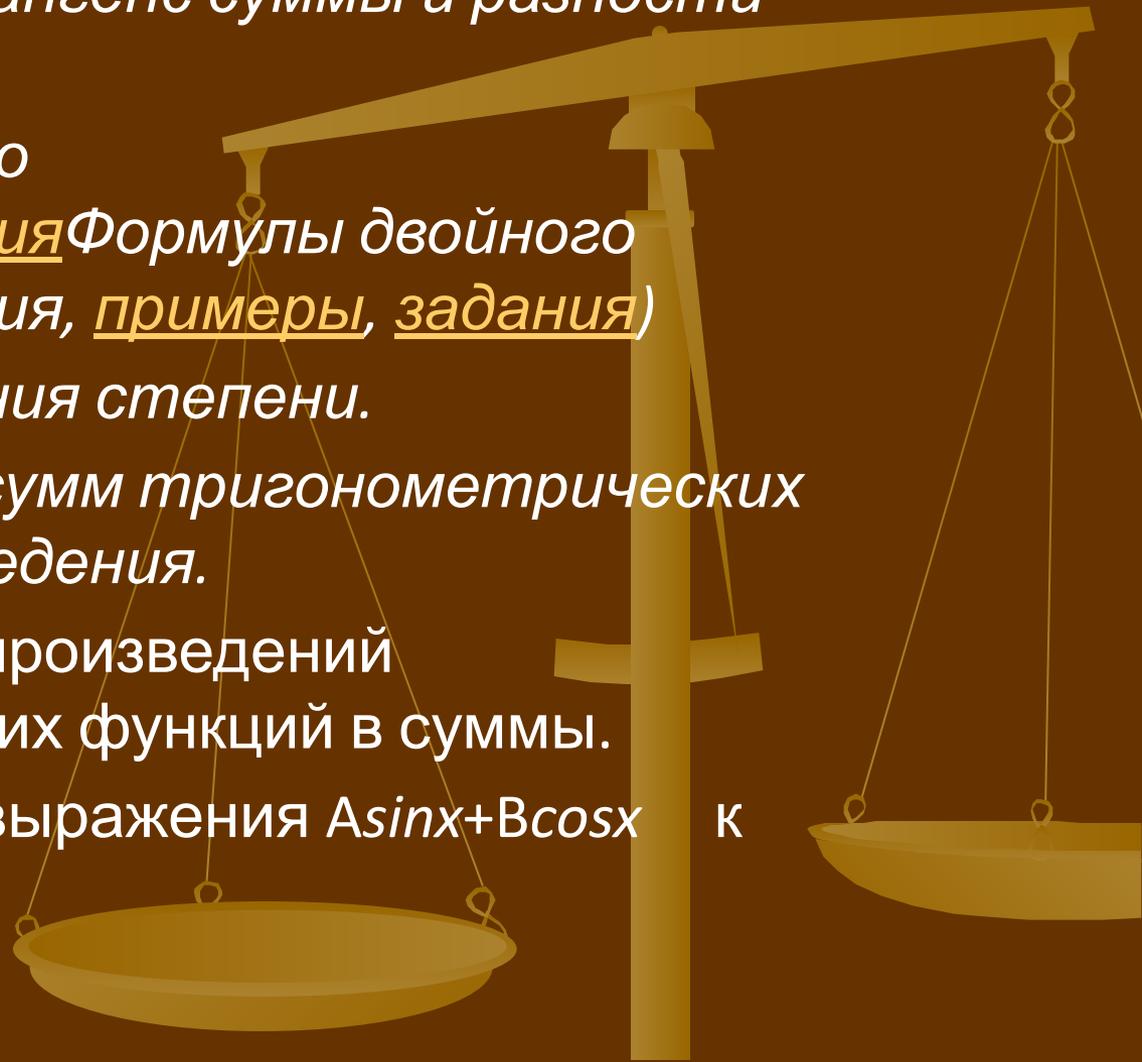
Выполнил: преподаватель Кравцова М.В

**ПРИМЕНЕНИЕ ОСНОВНЫХ
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ
ТОЖДЕСТВ ДЛЯ
ПРЕОБРАЗОВАНИЯ
ВЫРАЖЕНИЙ**



Учебные элементы

1. Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов.
2. Формулы двойного аргумента. (теория Формулы двойного аргумента. (теория, примеры, задания))
3. Формулы понижения степени.
4. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведения.
5. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы.
6. Преобразование выражения $A\sin x + B\cos x$ к виду $C\sin(x+t)$



Синус двойного аргумента

$$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$$

Доказательство.

Рассмотрим выражение $\sin 2x$.

$$\sin 2x = \sin (x+x) = \sin x \cos x + \cos x \sin x =$$

$$= 2 \sin x \cos x.$$

Тождество доказано.



Косинус двойного аргумента

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

Доказательство.

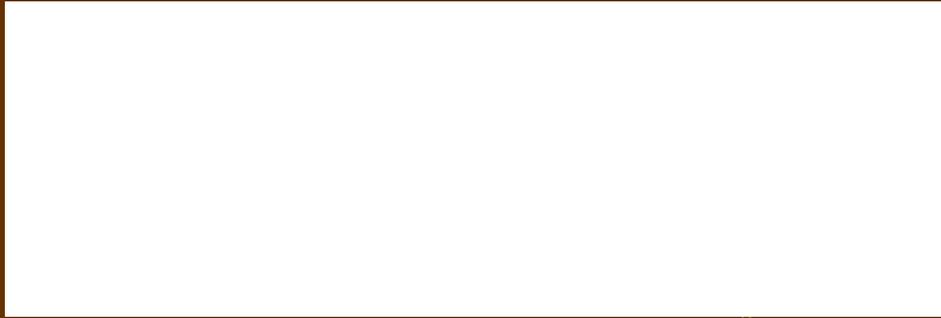
Рассмотрим выражение $\cos 2x$.

$$\cos 2x = \cos (x+x) = \cos x \cos x - \sin x \sin x = \cos^2 x - \sin^2 x.$$

Тождество доказано.

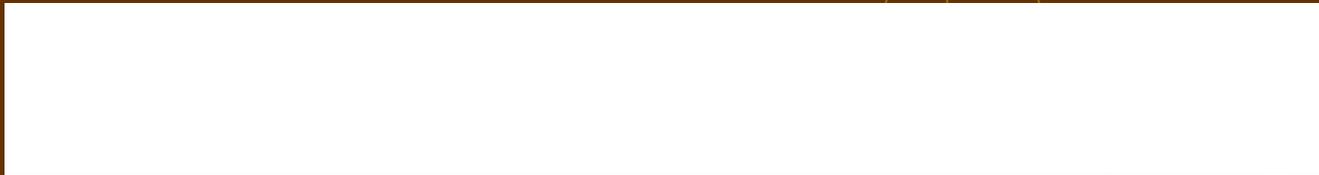


Тангенс двойного аргумента



Доказательство. ■

Рассмотрим выражение $\operatorname{tg} 2x$.



Тождество доказано.



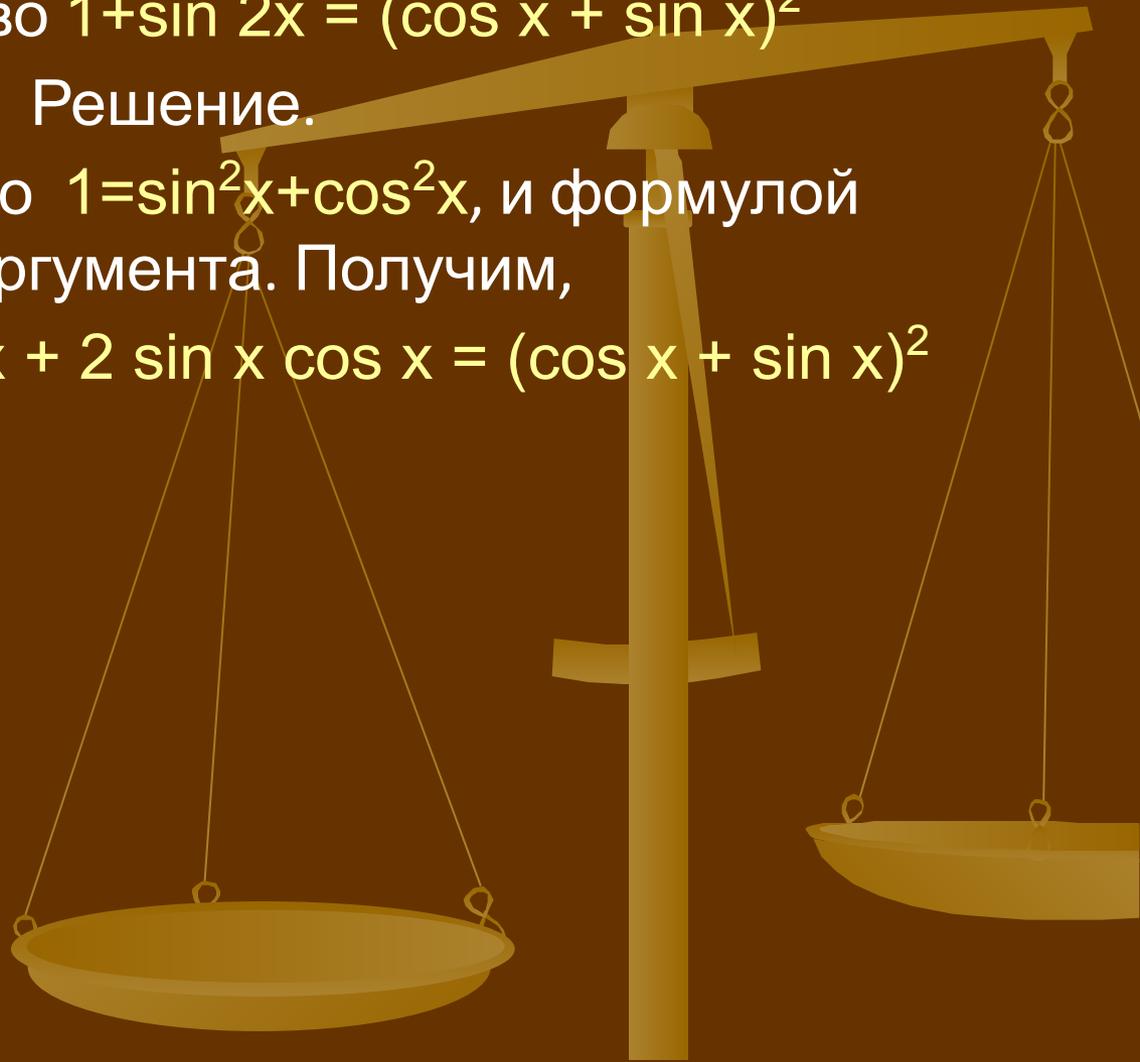
Примеры

1. Доказать тождество $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$

Решение.

Воспользуемся тем, что $1 = \sin^2 x + \cos^2 x$, и формулой синуса двойного аргумента. Получим,

$$1 + \sin 2x = \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = (\cos x + \sin x)^2$$



Примеры

2. Сократить дробь 

Решение.

В числителе дроби воспользуемся тождеством $1 + \sin 2x = (\cos x + \sin x)^2$, а в знаменателе формулой косинуса двойного аргумента. Получим,



Примеры

3. Вычислить



Решение.

Заданное выражение представляет собой правую часть формулы косинуса двойного аргумента, но только не хватает множителя 2. Введя его получим:



Примеры

4. Доказать тождество

Решение.

Преобразуем левую часть доказываемого тождества:



Умножив и числитель, и знаменатель последней дроби на 2, получим:



Что и требовалось доказать.



Примеры

5. Зная, что $\cos x = \frac{1}{2}$, найти $\sin 2x$.
Решение.

Значение $\cos x$ дано в условии, а значение $\sin x$ найдём следующим образом:

Это значит, что x принадлежит четвёртой четверти, а в ней синус отрицателен. Это значит надо выбрать $-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Теперь можно вычислить $\sin 2x$:

$\sin 2x = 2 \sin x \cos x = 2 \cdot \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

Примеры

5. Зная, что что ить

Решение.

Воспользуемся формулой приведения:

Применим к выражению $\cos 4x$ формулу косинуса двойного аргумента:

Из предыдущих примеров нам известны значения $\cos 2x$ и $\sin 2x$.

Вычисляем:

Примеры

6. Решить уравнение $\sin 4x - \cos 2x = 0$

Решение.

$$\sin 4x - \cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x \cos 2x - \cos 2x = 0$$

$$\cos 2x (2 \sin 2x - 1) = 0$$

$$\cos 2x = 0 \text{ или } 2 \sin 2x - 1 = 0$$

$$\cos 2x = 0$$

$$2 \sin 2x - 1 = 0$$

Ответ:



Задания. 1 блок.

1. Упростите выражение 

Ответы: а) sint Ответы: а) sint; б) cost Ответы: а) sint; б) cost;
с) tgt Ответы: а) sint; б) cost; с) tgt; д) sin²t

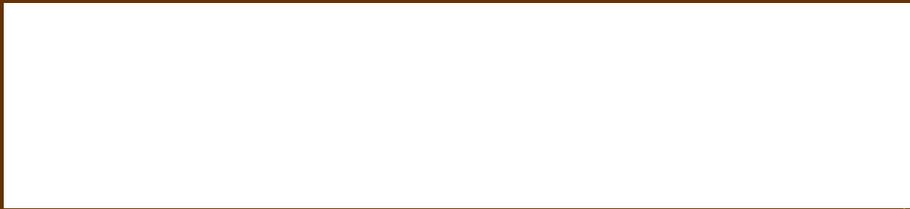
2. Известно, что  найдите 

Ответы: а) 120/169 Ответы: а) 120/169; б) -120/169 Ответы:
а) 120/169; б) -120/169; с) 150/333 Ответы: а) 120/169; б)
-120/169; с) 150/333; 

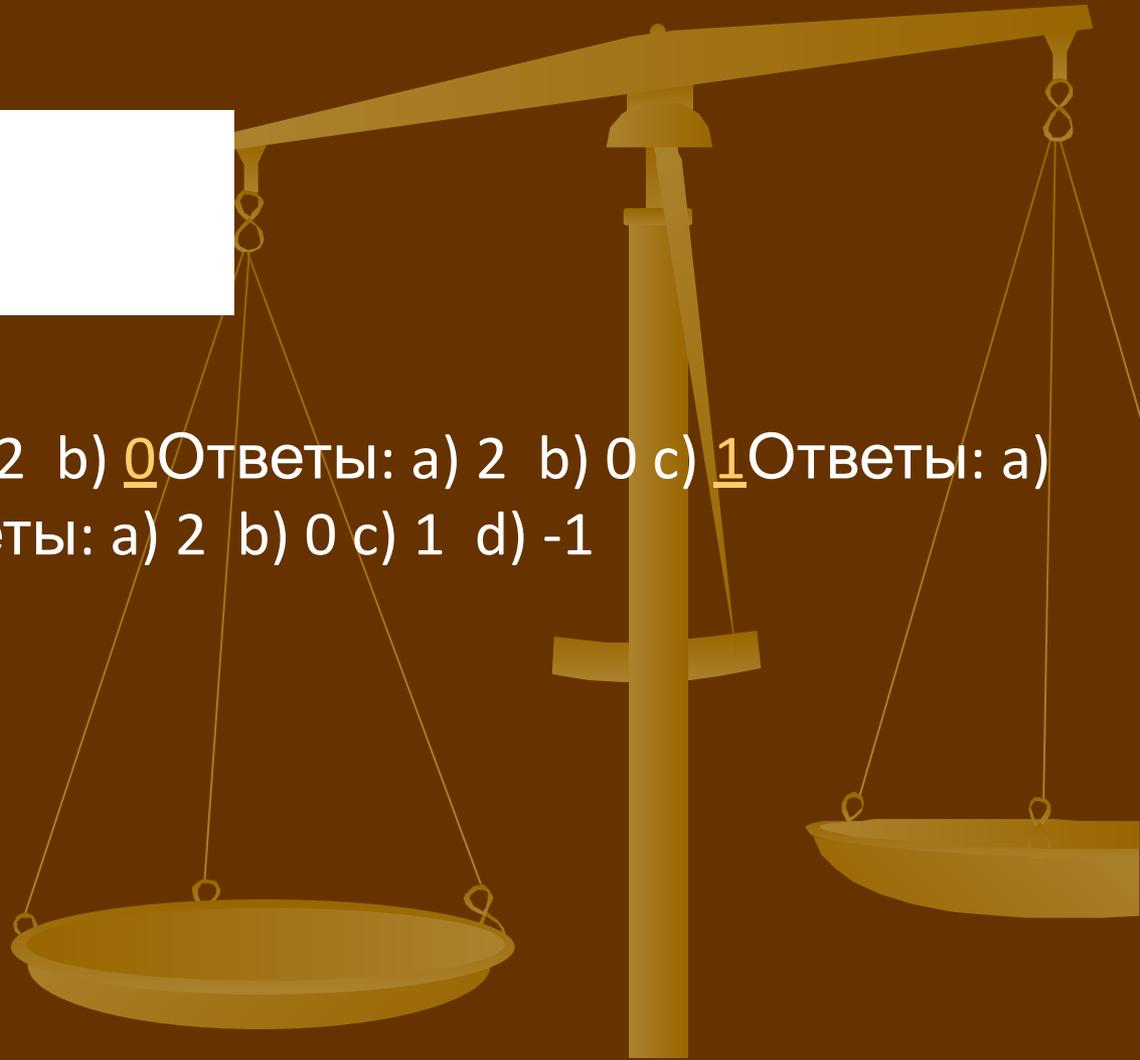
3. Решите уравнение    

Задания. 2 блок.

Вычислите



Ответы: а) 2 Ответы: а) 2 б) 0 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1



Задания. 3 блок.

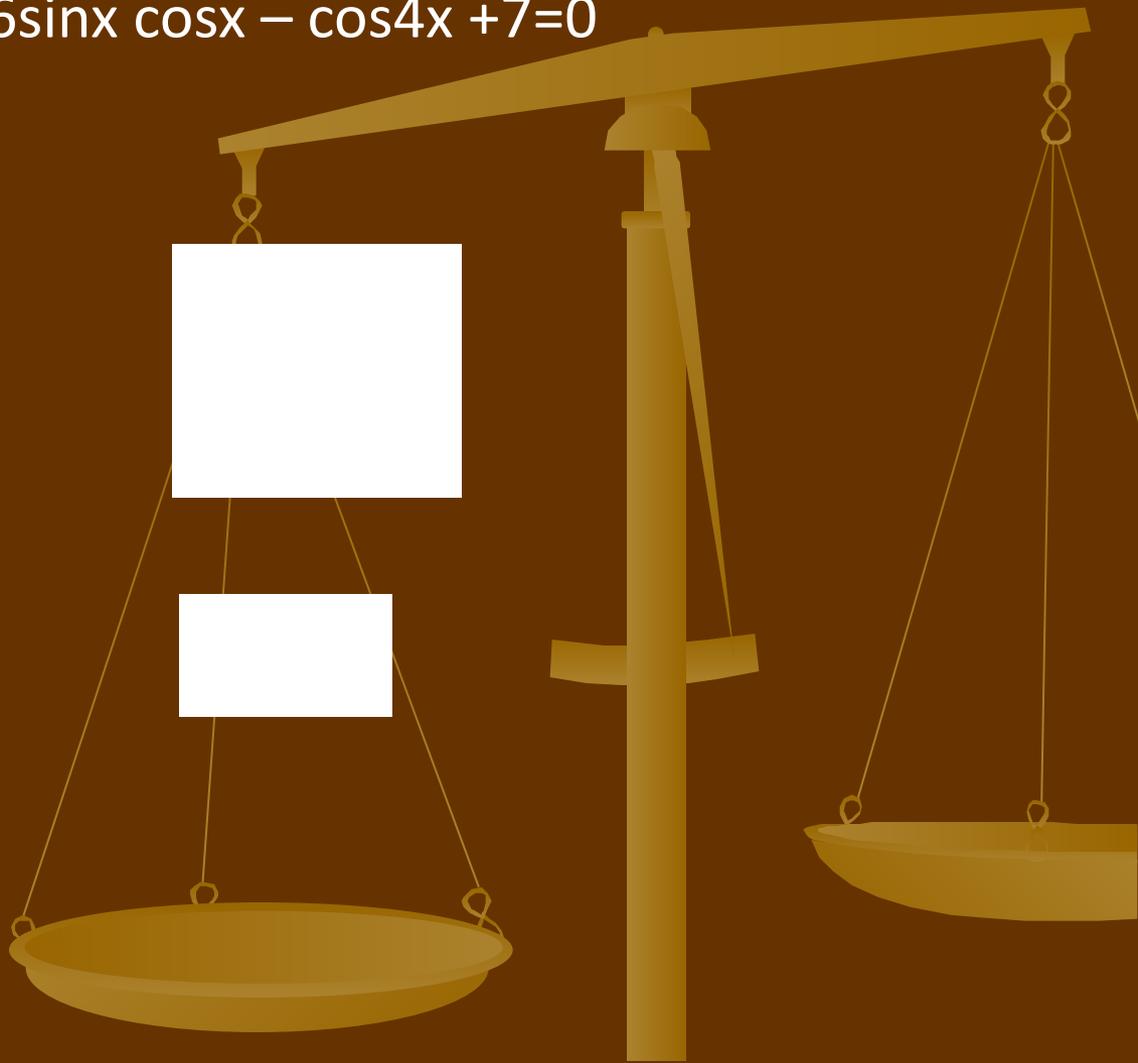
Решите уравнение $26\sin x \cos x - \cos 4x + 7 = 0$

Ответы: a)

b)

c)

d)



Творческое задание.

Решите уравнение $\sin 2x + 2\sin x = 2 - 2\cos x$



Задания. 1 блок.

1. Упростите выражение

Ответы: а) sint Ответы: а) sint; б) cost Ответы: а) sint; б) cost;
с) tgt Ответы: а) sint; б) cost; с) tgt; д) sin²t

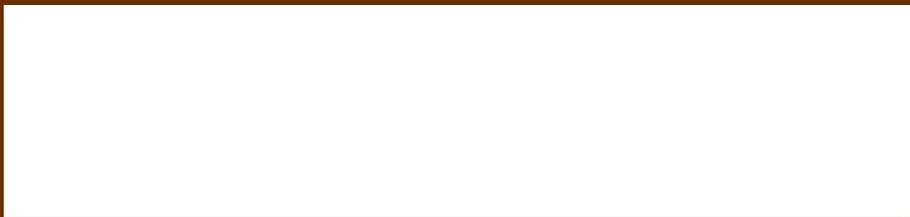
2. Известно, что найдите

Ответы: а) 120/169 Ответы: а) 120/169; б) -120/169 Ответы:
а) 120/169; б) -120/169; с) 150/333 Ответы: а) 120/169; б)
-120/169; с) 150/333,

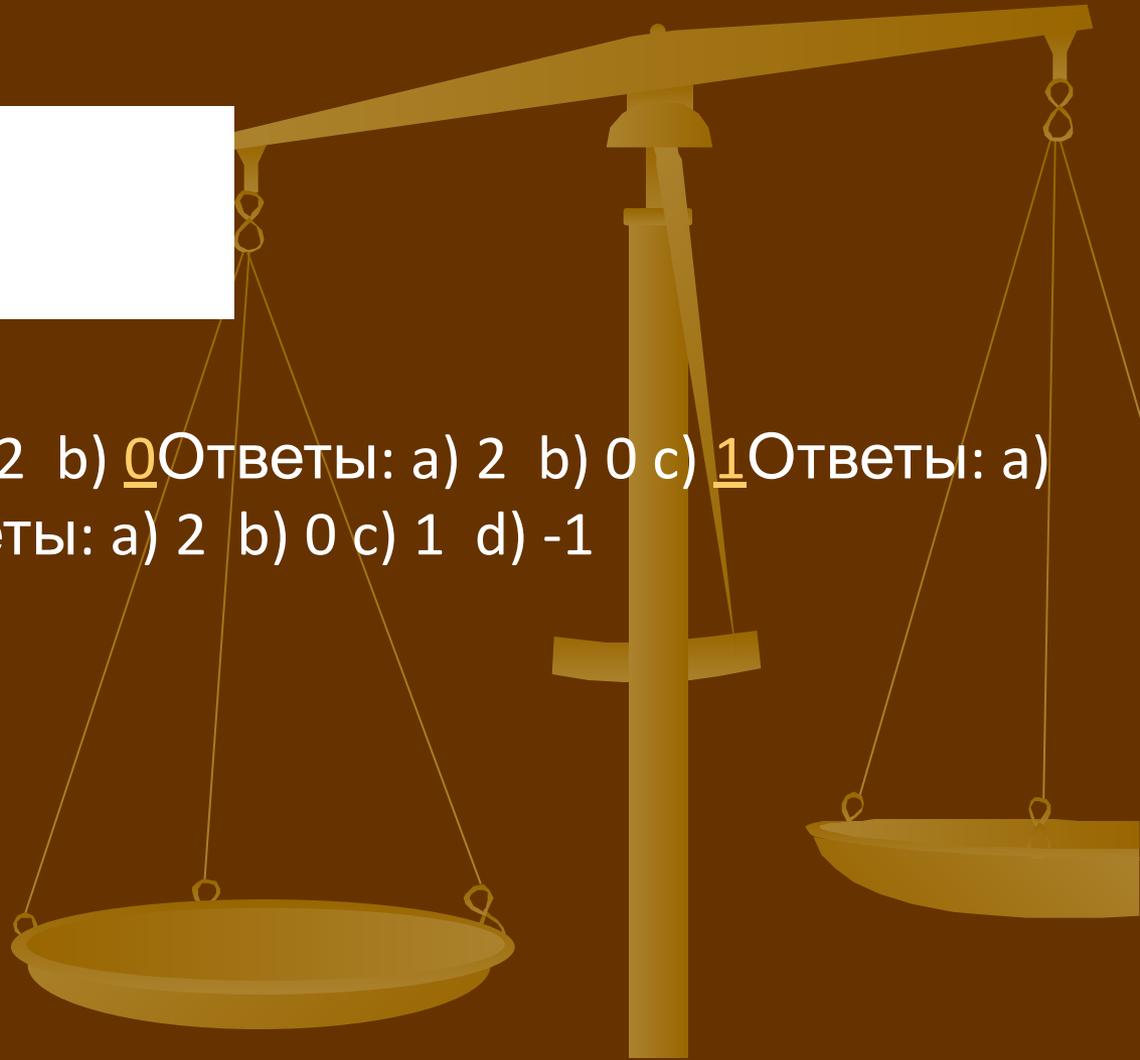
3. Решите уравнение

Задания. 2 блок.

Вычислите



Ответы: а) 2 Ответы: а) 2 б) 0 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1 Ответы: а) 2 б) 0 с) 1 д) -1



Задания. 3 блок.

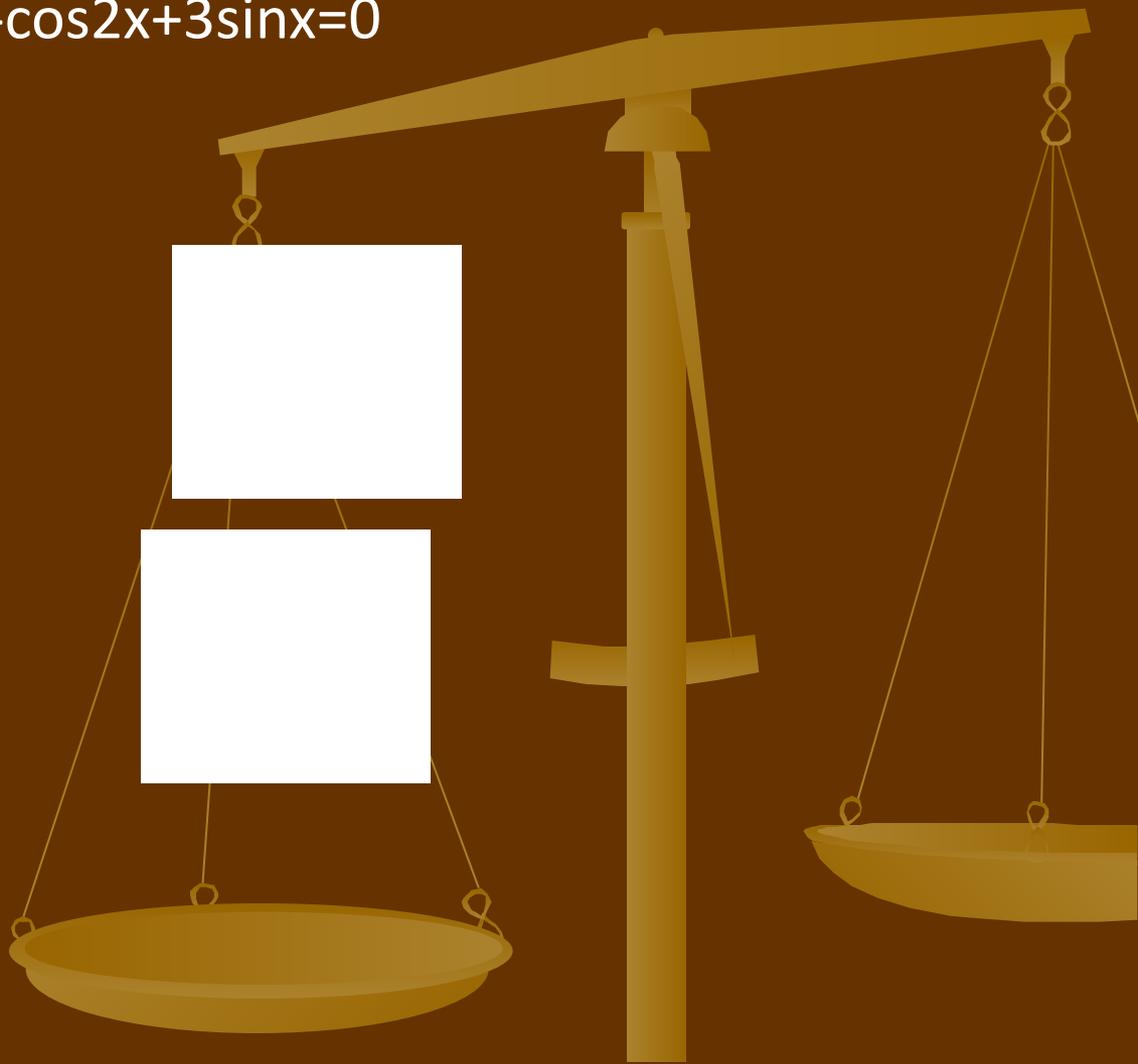
Решите уравнение $2 - \cos 2x + 3 \sin x = 0$

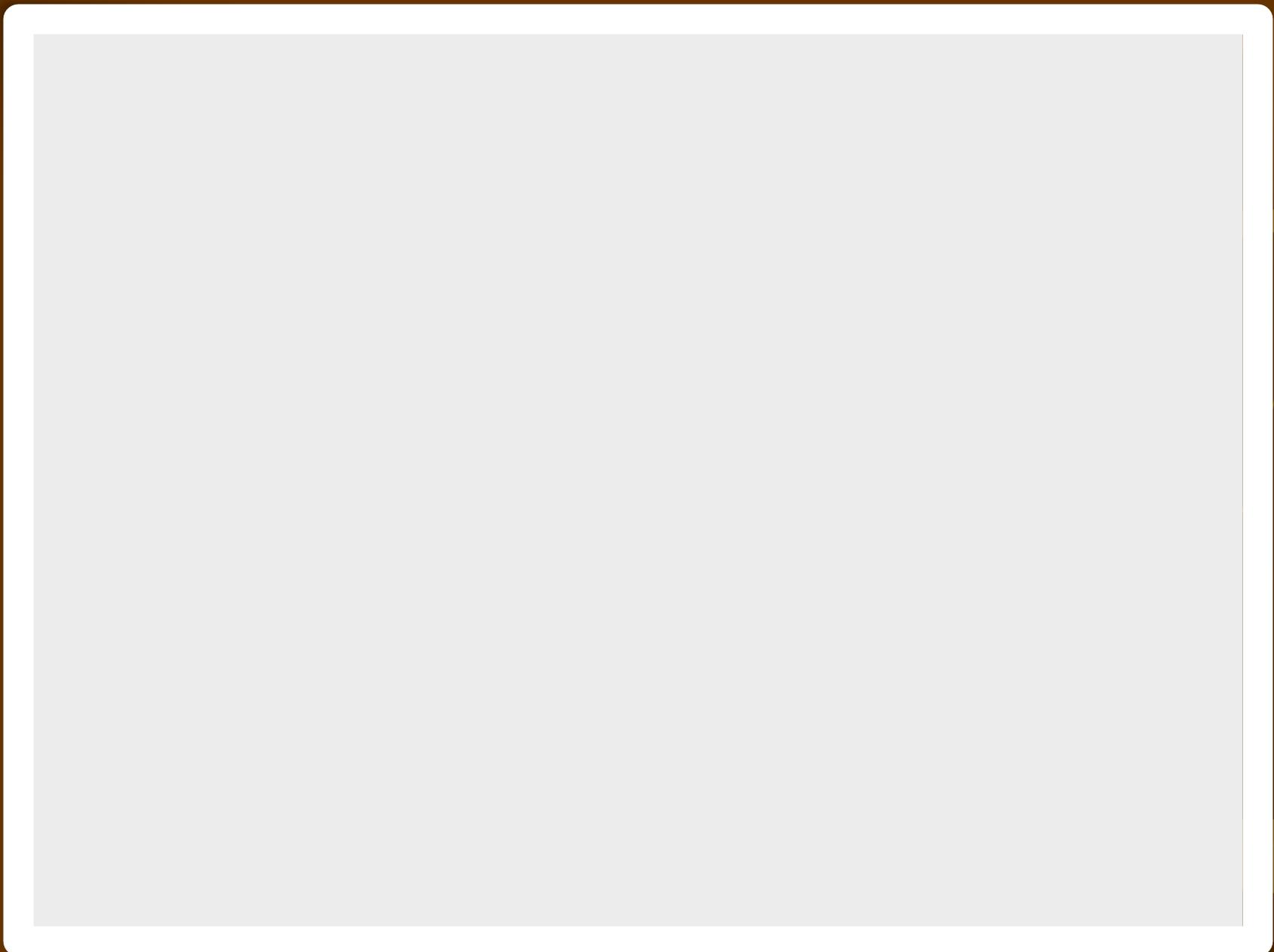
Ответы: а)

б)

с)

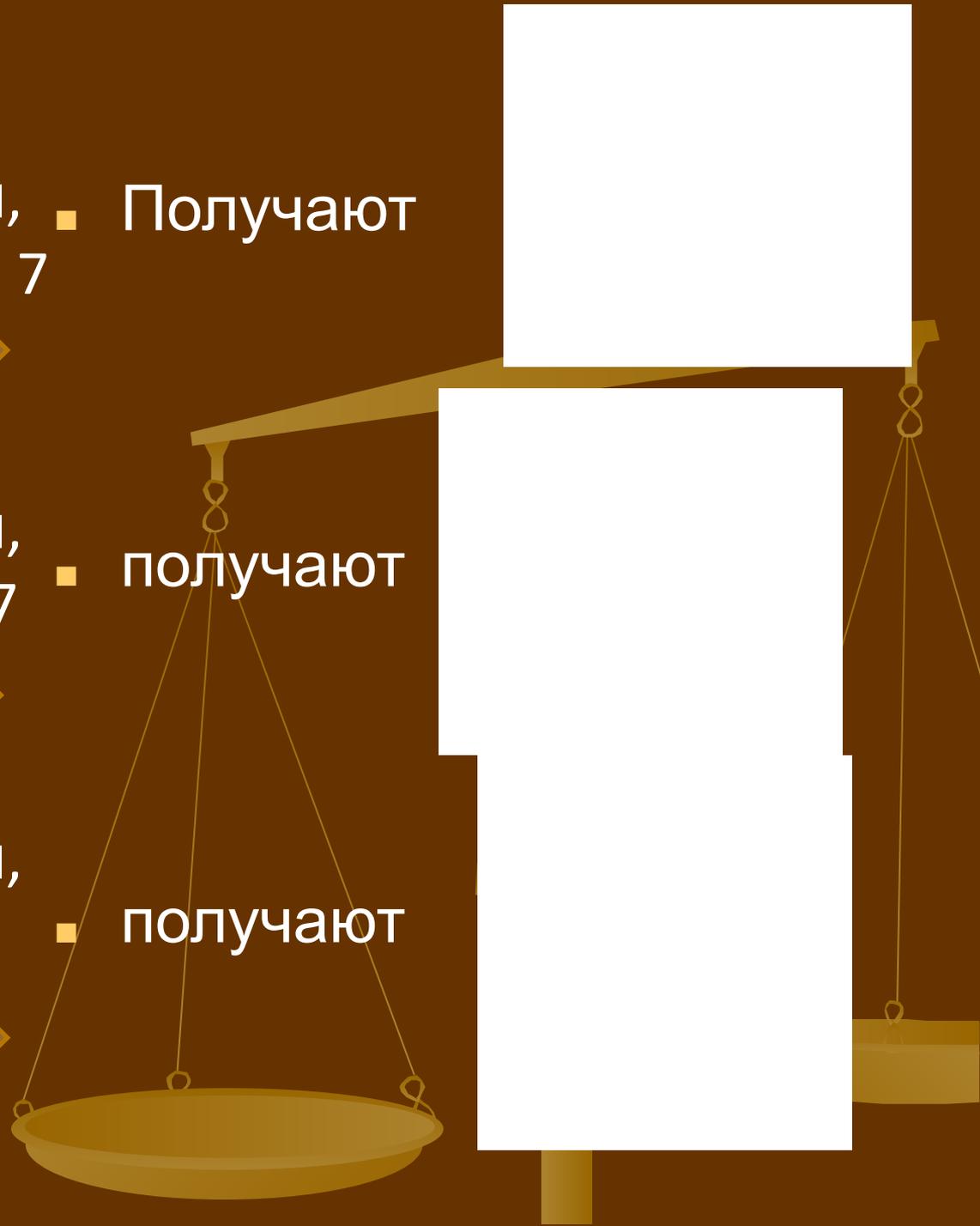
)





Оценка:

- Участники команды, набравшие больше 7 баллов →
 - Участники команды, набравшие от 5 до 7 баллов →
 - Участники команды, набравшие ниже 5 баллов →
- Получают
 - получают
 - получают



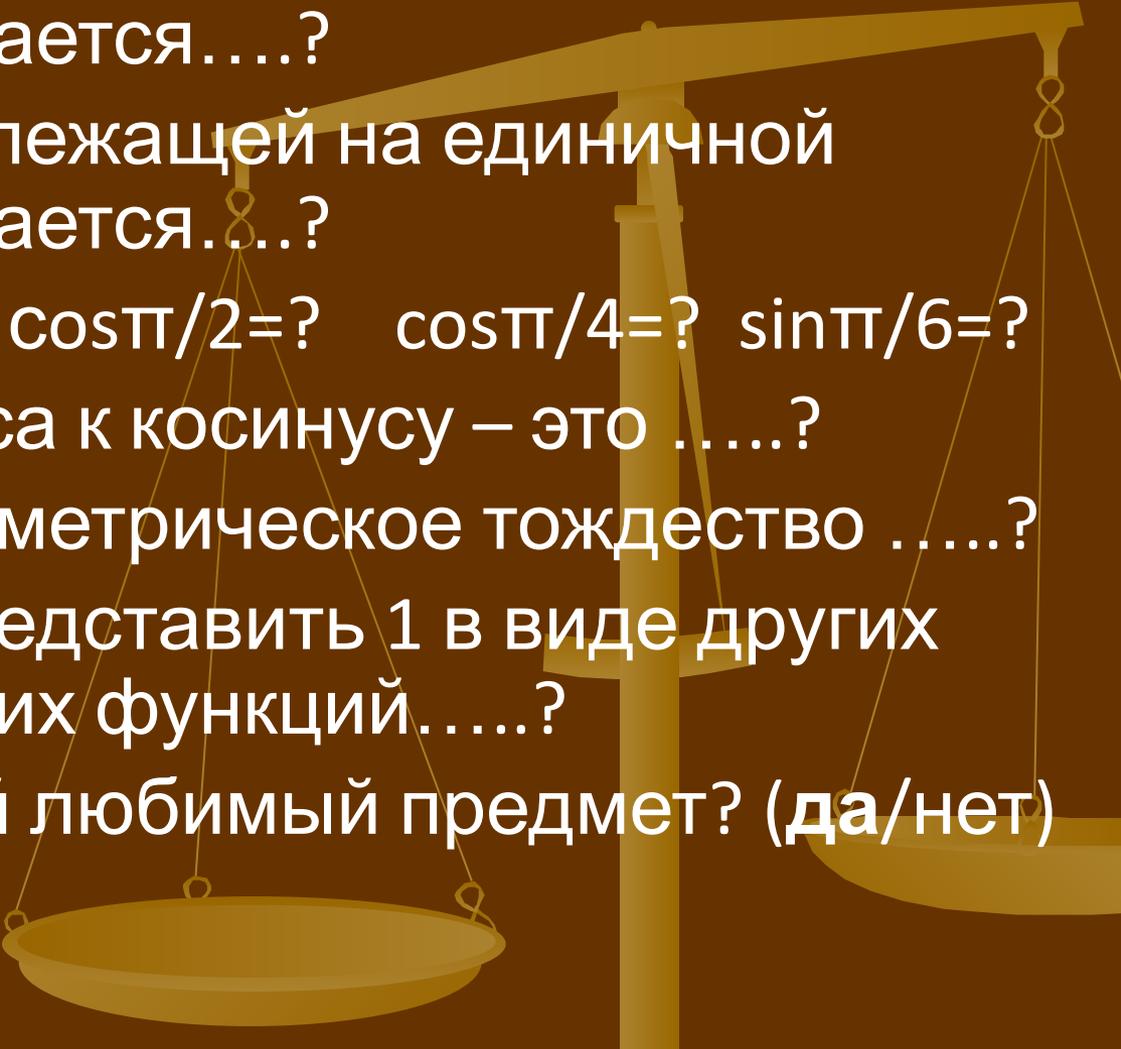
Древнегреческий поэт Нивей утверждал, что математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед.

Поэтому сегодня будем работать самостоятельно.

Историческая справка.

- Тригонометрия – слово греческое и в буквальном переводе означает измерение треугольников. Возникновение тригонометрии связано с землемерием, астрономией и строительным делом. Хотя название науки возникло сравнительно недавно, многие относимые сейчас к тригонометрии понятия и факты были известны

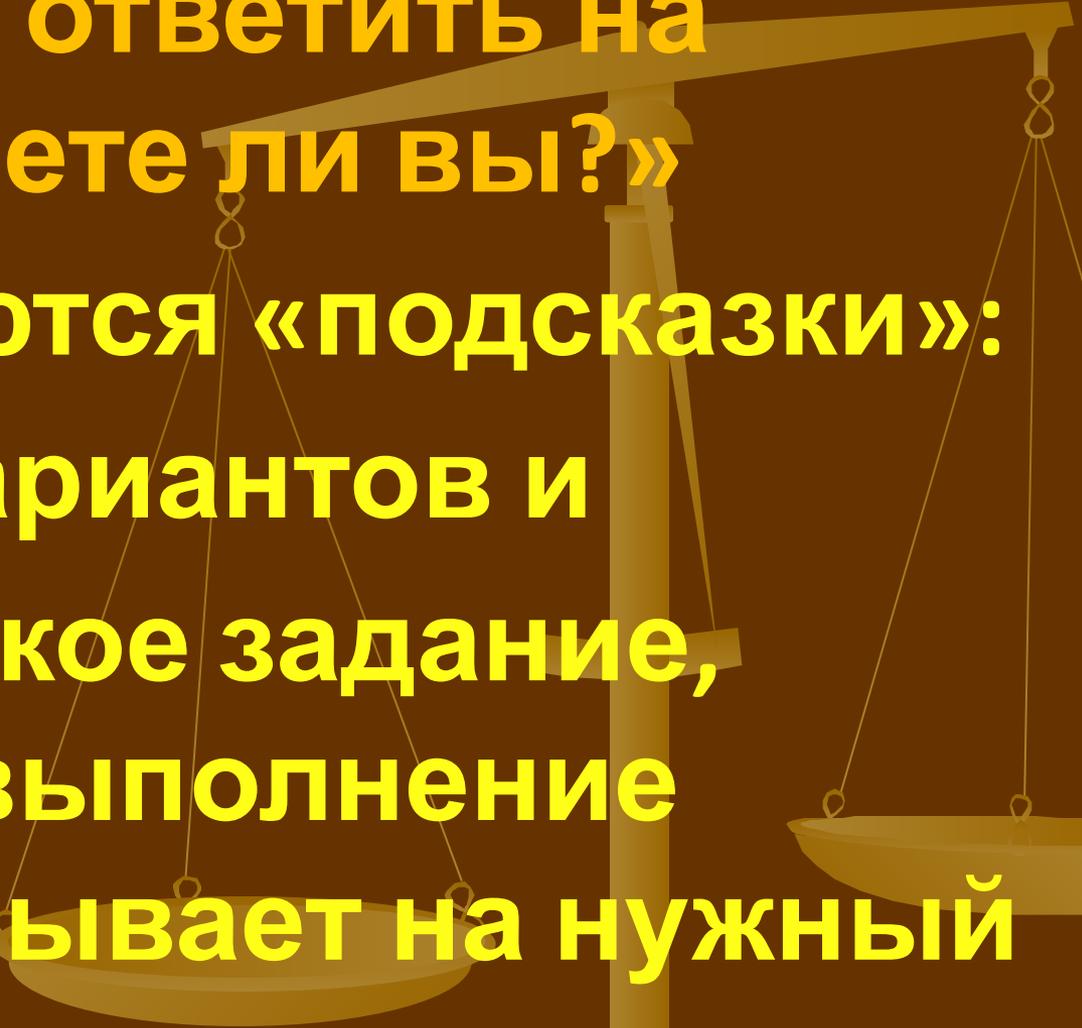
ДИКТАНТ

- Какой раздел математики вы изучаете?
 - Абсцисса точки, лежащей на единичной окружности называется....?
 - Ордината точки, лежащей на единичной окружности называется....?
 - $\sin\pi/3=?$ $\sin 0=?$ $\cos\pi/2=?$ $\cos\pi/4=?$ $\sin\pi/6=?$
 - Отношение синуса к косинусу – это
 - основное тригонометрическое тождество
 - как можно еще представить 1 в виде других тригонометрических функций.....?
 - Математика – мой любимый предмет? (да/нет)
- 

- Впервые способы решения треугольников, основанные на зависимостях между сторонами и углами треугольника, были найдены древнегреческими астрономами.
- Позднее зависимости между отношениями сторон треугольника и его углами начали называть тригонометрическими функциями.

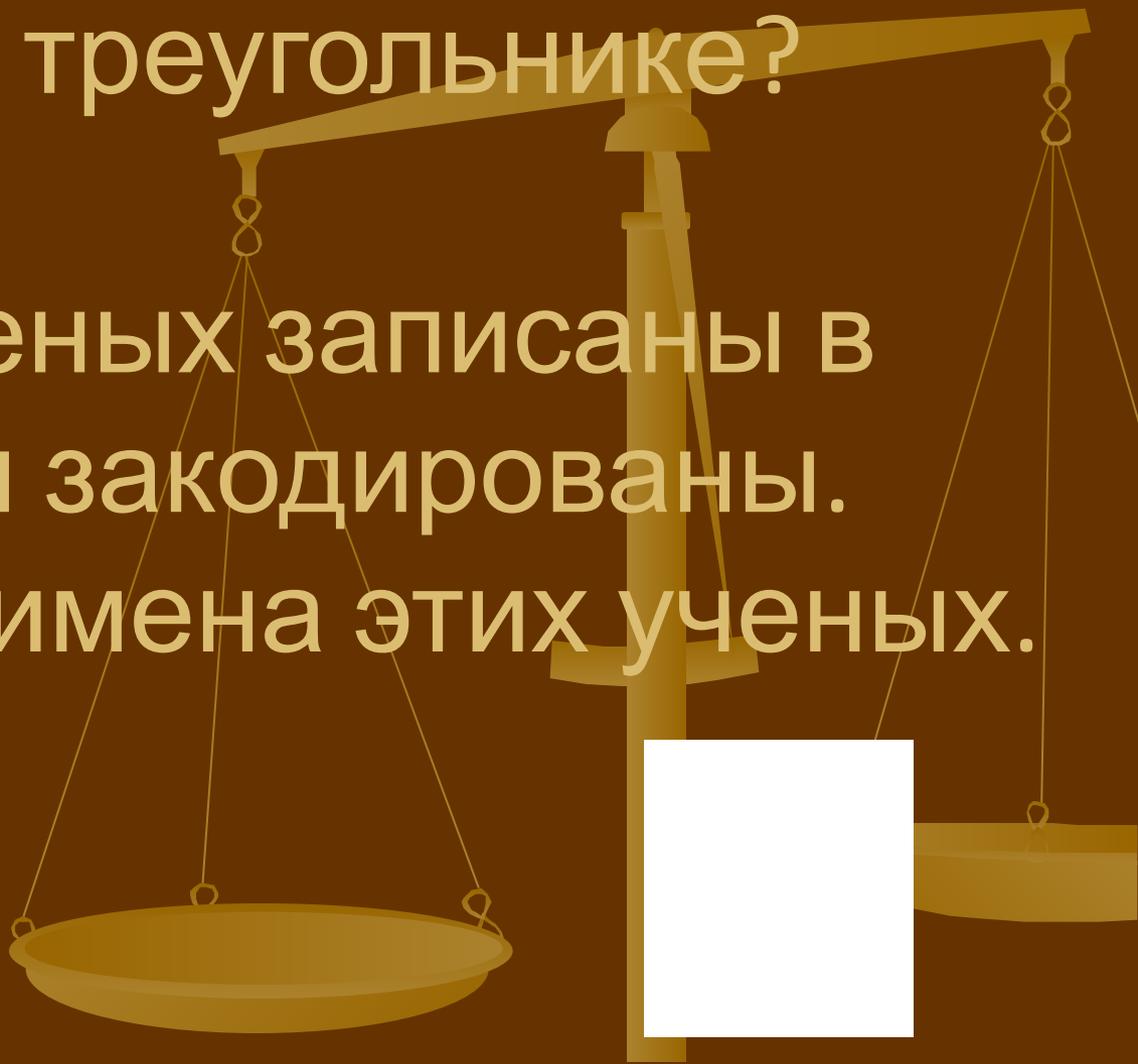




- 
- В заданиях, которые будут предложены, вам необходимо ответить на вопрос «Знаете ли вы?»
 - К ответу даются «подсказки»:
 - несколько вариантов и
 - математическое задание, правильное выполнение которого указывает на нужный выбор

Знаете ли вы кто нашел
зависимости между сторонами и
углами в треугольнике?

Имена ученых записаны в
таблице и закодированы.
Определите имена этих ученых.



- Значительный вклад в развитие тригонометрии внесли арабские ученые, которые составили таблицы синусов и тангенсов.
- Теорему синусов уже знали индийский ученый Бхаскара (р. 1114, год смерти неизвестен) и азербайджанский астроном и математик Насиреддин Туси Мухамед (1201-1274).



Знаете ли вы имя арабского ученого,
составившего таблицу синусов и тангенсов?
Оно записано в таблице:

Аль- Батани (850-929)	Абу-ль-Вафа, Мухамед-бен Мухамед (940-998)	Абу-хусейн- ибн-Сина (1024-1037)
3	4	5

Число, записанное под названием имен арабских ученых, равно количеству верных формул:

■ $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

■ $\sin x / \cos x = \operatorname{ctg} x$

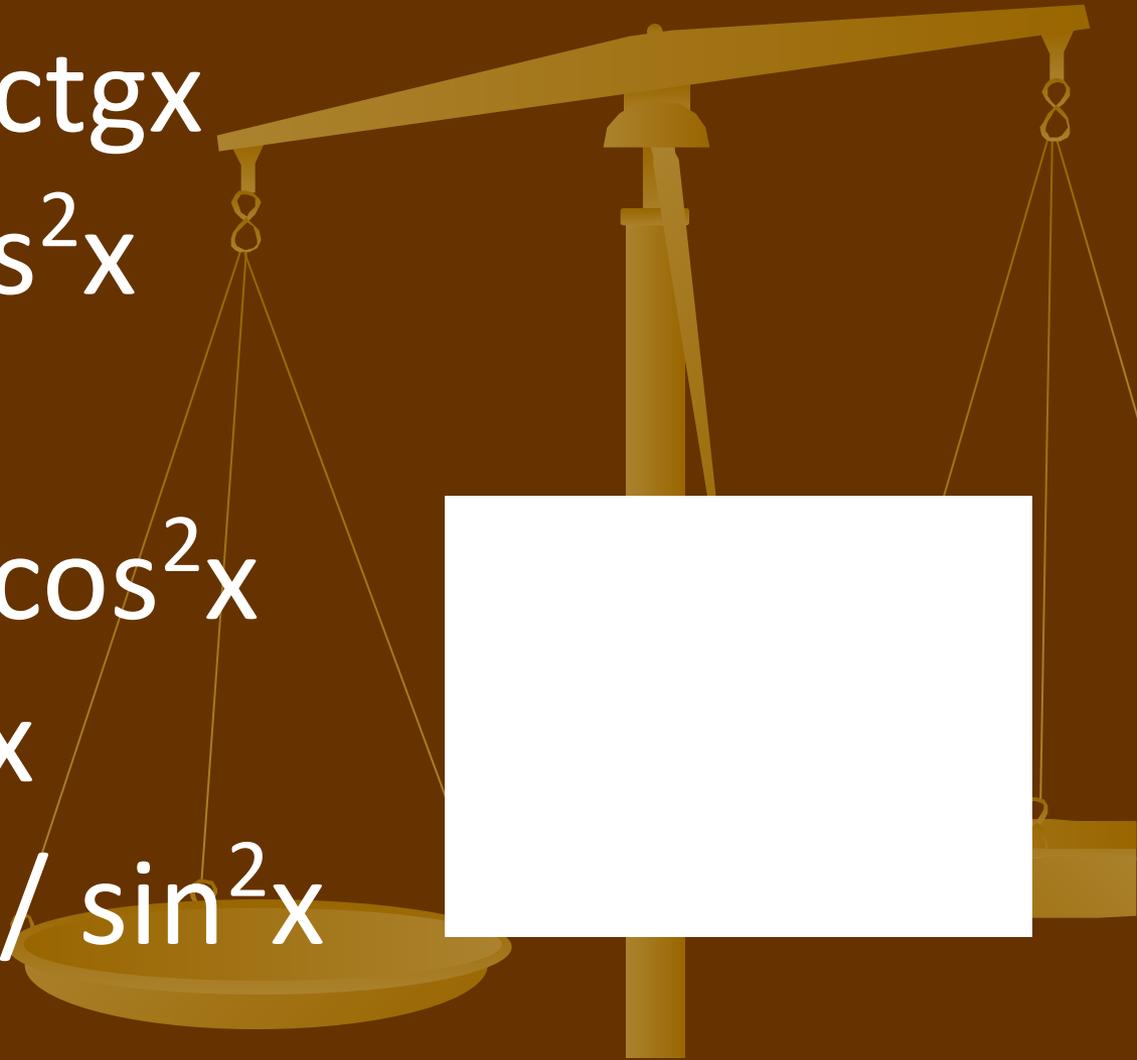
■ $1 - \sin^2 x = \cos^2 x$

■ $\operatorname{tg} x \cdot \operatorname{ctg} x = 1$

■ $\sin^2 x - 1 = -\cos^2 x$

■ $\sin(-x) = -\sin x$

■ $1 + \operatorname{tg}^2 x = 1 / \cos^2 x$



SINX



COSX



Tgx

- Тангенсы возникли в связи с решением задачи об определении длины тени. Тангенс (а также котангенс) введен в X веке арабским математиком Абу-ль-Вафой, который составил и первые таблицы для нахождения тангенсов и котангенсов. Однако эти открытия долгое время оставались неизвестными европейским ученым, и тангенсы были заново открыты лишь немецким математиком, астрономом Регимонтаном. Название «тангенс», происходит от латинского *tanger* (касаться).

Решите примеры и определите
год открытия функции ТАНГЕНС.

СПАСИБО

ЗА

УРОК!

