Примеры решения задач по геомерии на тему :«Осевая симметрия, параллельный перенос, скользящая симметрия»

Учитель математики и информатики
МБОУ СОШ №6 Г. Чебоксары
Мушлаева Татьяна Витальевна

Задача 1. **Доказать, что если в треугольнике две медианы равны, то треугольник равнобедренный.**

Задача 2. **Доказать, что сумма расстояний от любой точки, лежащей на основании равнобедренного треугольника, до его боковых сторон равна высоте треугольника, опущенной на боковую сторону.**

Задача 3. **Доказать, что из всех треугольников с данным основанием и данной высотой равнобедренный треугольник имеет наименьший периметр.**

Задача 4. **Доказать, что во всяком треугольнике сумма медиан, проведенных к двум сторонам, больше третьей стороны.**

Задача 5. Две точки A и B лежат по одну сторону от прямой l. Доказать, что на прямой существует единственная точка M_0, такая, что $AM_0 + BM_0 < AM + BM$, где M – произвольная точка прямой l, отличная от M_0.

Задача 1.

Решение. Рассмотрим параллельный перенос ΔABC на вектор $\overline{C_1B_1}$, в результате получаем $f(C) = C'$; $f(C_1) = B_1$. По свойствам движения $C_1C = B_1C' = BB_1 \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 2$ (как соответствующие) $\Rightarrow$ $\Delta C_1BC = \Delta B_1CB$ (по первому признаку неравенства треугольников) $\Rightarrow \angle B = \angle C$ $\Rightarrow \Delta ABC$ – равнобедренный, ч. т. д.

Просмотреть

Задача 2.

Решение. Рассмотрим осевую симметрию f с осью AB $f(C) = C'$, $\mathrm{f}D_2 = D_2'$. В силу того, что при осевой симметрии углы сохраняются $f(DD_2) = DD_2'$; $f(AC) = AC'$ $\Rightarrow$ $\angle CD_2B = \angle C'D_2'B = 90^\circ$ $\Rightarrow$ D_2', D и D_1 – лежат на общем перпендикуляре к CB и AC' $\Rightarrow$ $DD_1 + DD_2 = DD_1 + DD_2' = D_2'D_1$ $= AH$, ч. т. д.

Просмотреть

Задача 3.

Решение. Рассмотрим осевую симметрию с осью $l \parallel AB$. $BB' \perp AB$; $f(B) = B'$; расстояние от l до AB равно h. Пусть ΔABC – равнобедренный треугольник. ΔABC_1 – произвольный треугольник с основанием AB и высотой h. Докажем, что периметр ΔABC меньше периметра ΔABC_1.

Доказательство: $\Delta ABB'$ – прямоугольный треугольник, значит, вокруг него можно описать окружность с центром в точке C: $AC = CB' = CB$, т. е.

$$P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = AB + CB' + AC = AB', \qquad (1)$$

$$P_{\Delta ABC_1} = AB + AC_1 + C_1B = AB + AC_1 + C_1B'. \qquad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), имеем $AB' < AC_1 + C_1B'$, т. е. $P_{\Delta ABC} < P_{\Delta ABC_1}$. ч. т. д.

Просмотреть

Задача 4.

Решение. Рассмотрим параллельный перенос $A'A$ на $A'C'$ и получим $C'D$. $C'D \parallel A'A$, $A'C' = \frac{1}{2}AC$, $A'A \parallel C'D$, $A'A = C'D \Rightarrow ADC'A'$ – параллелограмм, значит $A'C' = AD = \frac{1}{2}AC$. $DC = AD + AC = \frac{1}{2}AC + AC = \frac{3}{2}AC \Rightarrow$

$\Delta\ DCC' : DC' + CC' = DC \Rightarrow A'A + C'C > \frac{3}{2}AC$. ч. т. д.

Просмотреть

Задача 5.

Решение. Рассмотрим точку $M_0 = AB' \cap BA'$, где f – осевая симметрия относительно l, $f(A) = A'$, $f(B) = B'$. Пусть M – произвольная точка, тогда $BM = BM'$, $BM_0 = A'M_0$; $AM = A'M$, $AM_0 = A'M_0$.

л. ч. $\equiv AM_0 + BM_0 = AM_0 + B'M_0 > AB'$.

пр. ч. $\equiv AM + BM = AM + B'M > AB'$. ч. т. д.

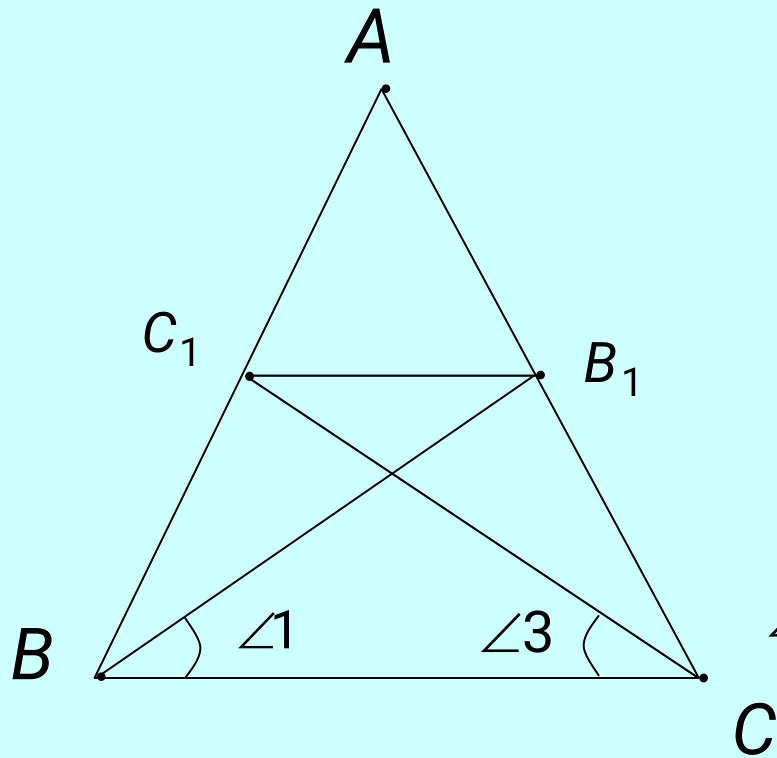
Просмотреть

$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 2$$

$$\angle C_1BC = \angle B_1CB$$

$$\angle B = \angle C$$



$\angle 2$

C'

$\Delta\ ABC$ - *равнобедренный*

$$f(C)=C'$$

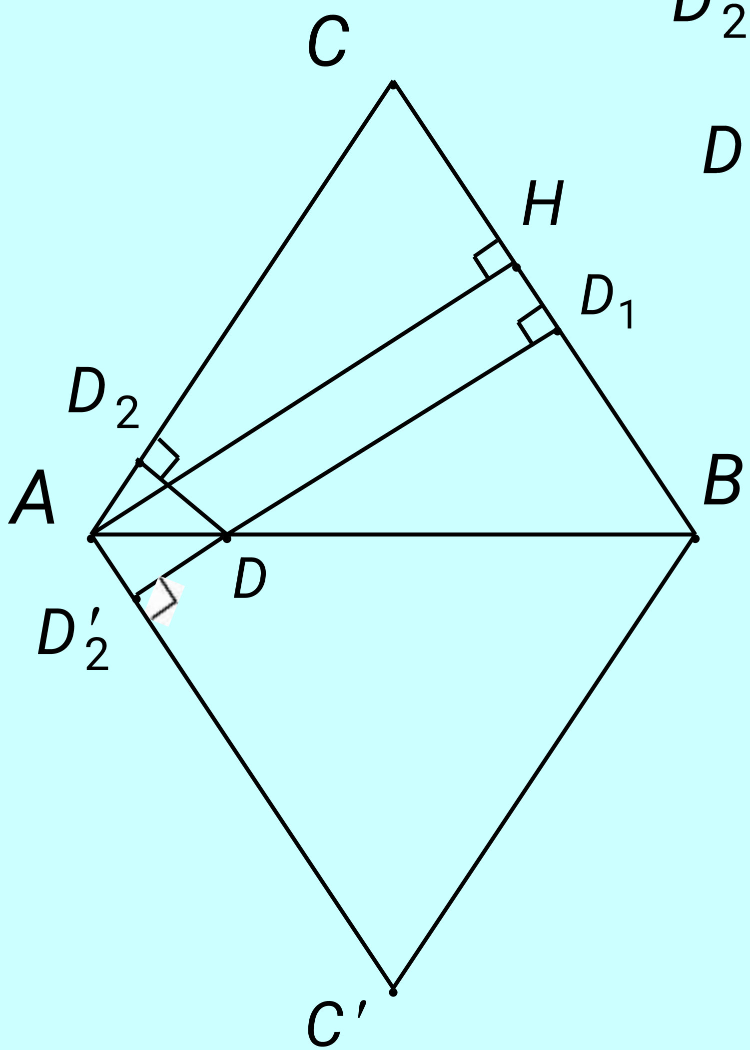
$$f(D_2)=D_2'$$

$$f(DD_2)=DD_2'$$

$$f(AC)=AC'$$

$$D_2', D, D_1 \in D_2'D_1$$

$$D_2'D_1 \perp CB, AC'$$

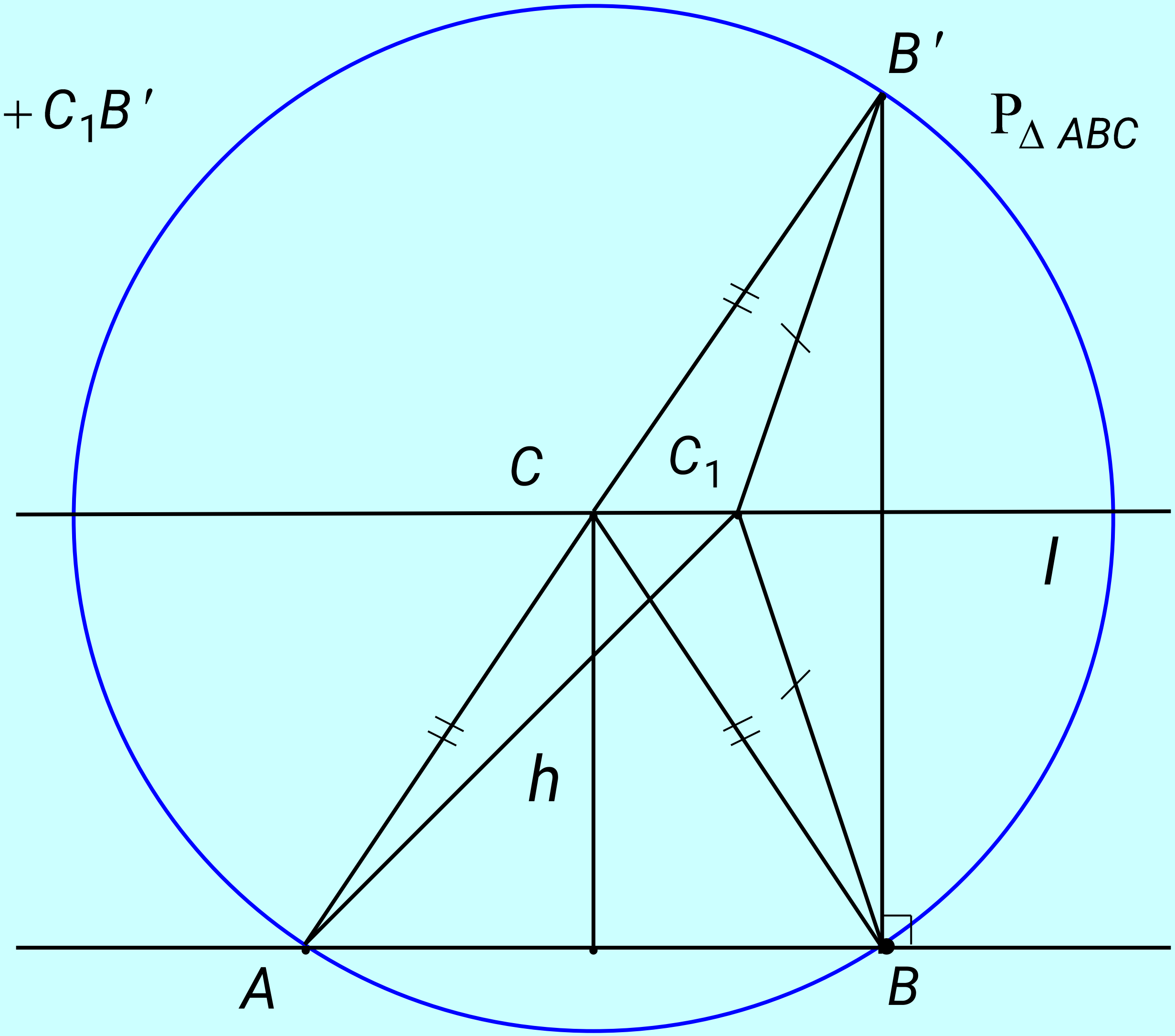


$$DD_1 + DD_2 = DD_1 + DD_2' = D_2'D_1 = AH$$

$$AC = CB' = CB$$

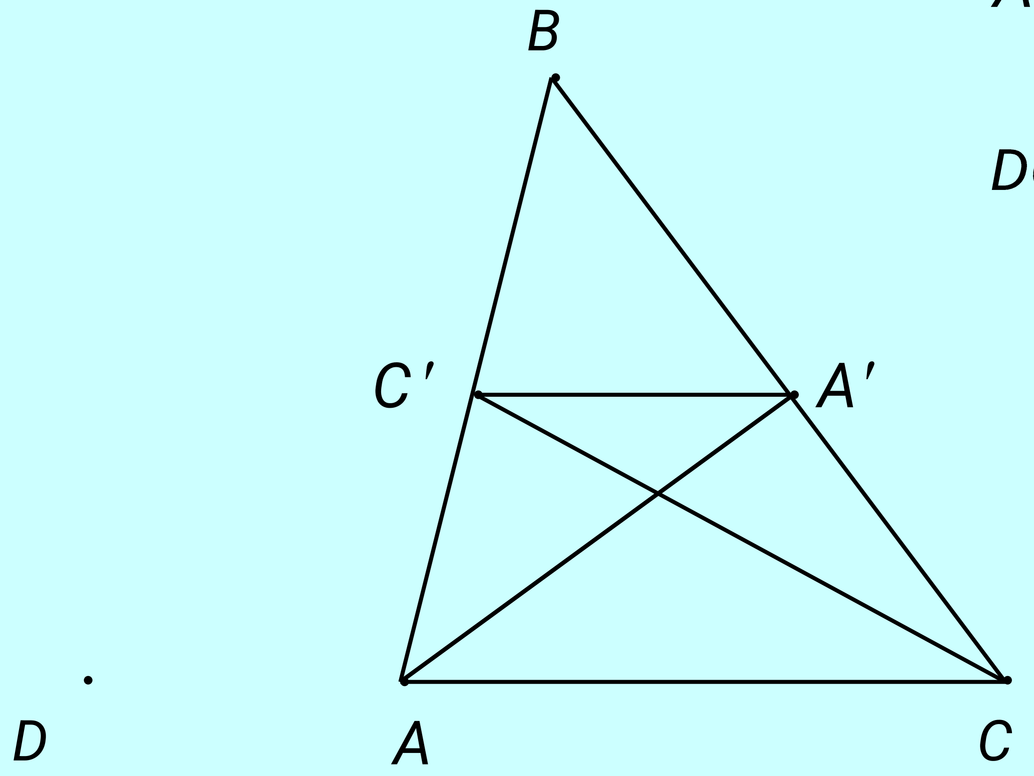
$$AB' < AC_1 + C_1B'$$

$$P_{\Delta ABC} < P_{\Delta ABC_1}$$



$$P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = AB + CB' + AC = AB + AB'$$

$$P_{\Delta ABC_1} = AB + AC_1 + C_1B = AB + AC_1 + C_1B'$$



$ADC'A'$ - параллелограм

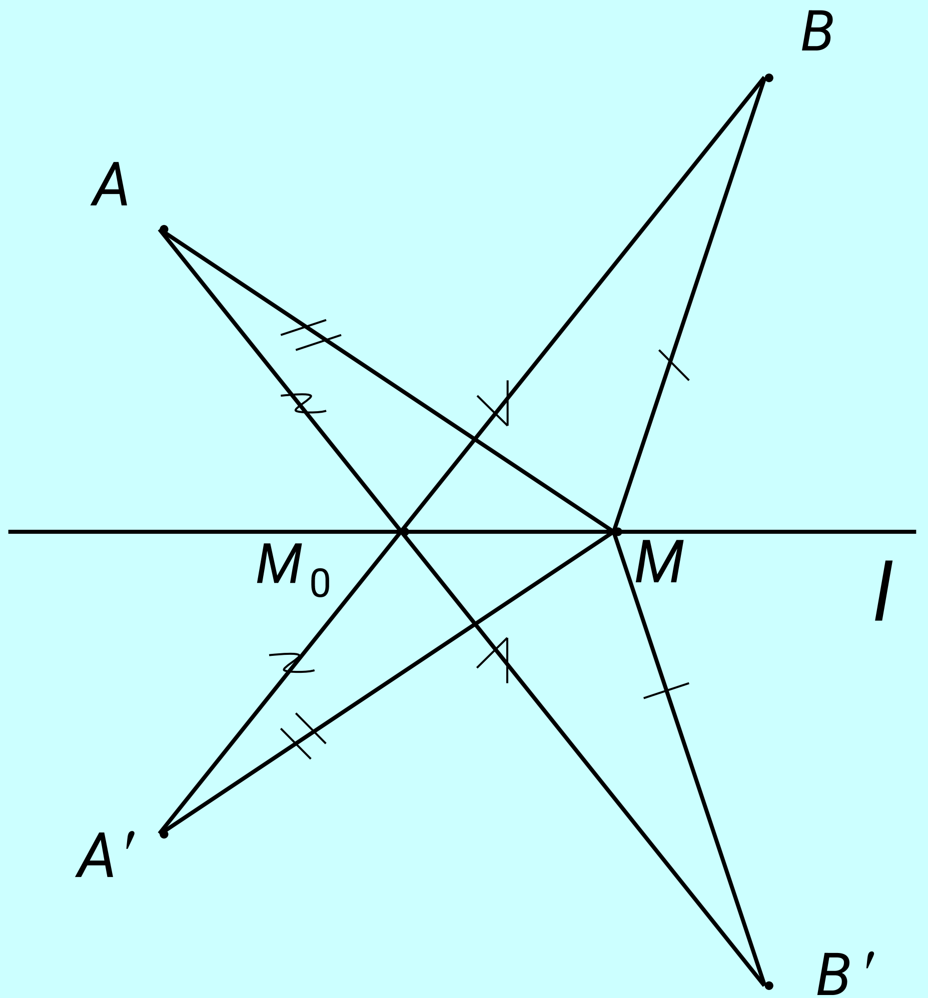
$$AD = \frac{1}{2}AC$$

$$DC = \frac{3}{2}AC$$

$$DC' + C'C > DC$$

$$A'A + C'C > \frac{3}{2}AC$$

$$AM_0 + BM_0 = AM_0 + B'M_0 = AB'$$



$$AM + BM = AM + B'M > AB'$$