

***Примеры решения задач по
геометрии на тему :«Осевая
симметрия, параллельный
перенос, скользящая
симметрия»***

Учитель математики и информатики
МБОУ СОШ №6 Г. Чебоксары
Мушлаева Татьяна Витальевна

Задача 1. Доказать, что если в треугольнике две медианы равны, то треугольник равнобедренный.

Задача 2. Доказать, что сумма расстояний от любой точки, лежащей на основании равнобедренного треугольника, до его боковых сторон равна высоте треугольника, опущенной на боковую сторону.

Задача 3. Доказать, что из всех треугольников с данным основанием и данной высотой равнобедренный треугольник имеет наименьший периметр.

Задача 4. Доказать, что во всяком треугольнике сумма медиан, проведенных к двум сторонам, больше третьей стороны.

Задача 5. Две точки A и B лежат по одну сторону от прямой l . Доказать, что на прямой существует единственная точка M_0 , такая, что $AM_0 + BM_0 < AM + BM$, где M – произвольная точка прямой l , отличная от M_0 .

Задача 1.

Решение. Рассмотрим параллельный перенос ΔABC на вектор $\overline{C_1B_1}$, в результате получаем $f(C) = C'$; $f(C_1) = B_1$. По свойствам движения $C_1C = B_1C' = BB_1 \Rightarrow \angle 1 = \angle 2$; $\angle 3 = \angle 2$ (как соответствующие) $\Rightarrow \Delta C_1BC = \Delta B_1CB$ (по первому признаку равенства треугольников) $\Rightarrow \angle B = \angle C \Rightarrow \Delta ABC$ – равнобедренный, ч. т. д.

[Просмотреть](#)

Задача 2.

Решение. Рассмотрим осевую симметрию f с осью AB
 $f(C) = C'$, $fD_2 = D'_2$. В силу того, что при осевой симметрии
углы сохраняются $f(DD_2) = DD'_2$; $f(AC) = AC' \Rightarrow$
 $\angle CD_2B = \angle C'D'_2B = 90^\circ \Rightarrow D'_2, D$ и D_1 - лежат на общем
перпендикуляре к CB и $AC' \Rightarrow DD_1 + DD_2 = DD_1 + DD'_2 = D'_2D_1$
 $= AH$, ч. т. д.

[Просмотреть](#)

Задача 3.

Решение. Рассмотрим осевую симметрию с осью $l \parallel AB$.
 $BB' \perp AB$; $f(B) = B'$; расстояние от l до AB равно h . Пусть $\triangle ABC$ – равнобедренный треугольник, $\triangle ABC_1$ – произвольный треугольник с основанием AB и высотой h . Докажем, что периметр $\triangle ABC$ меньше периметра $\triangle ABC_1$.

Доказательство: $\triangle ABB'$ – прямоугольный треугольник, значит, вокруг него можно описать окружность с центром в точке C :
 $AC = CB' = CB$, т. е.

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + CA = AB + CB' + AC = AB', \quad (1)$$

$$P_{\triangle ABC_1} = AB + AC_1 + C_1B = AB + AC_1 + C_1B'. \quad (2)$$

Сравнивая (1) и (2), имеем $AB' < AC_1 + C_1B'$, т. е.

$$P_{\triangle ABC} < P_{\triangle ABC_1}. \text{ ч. т. д.}$$

[Посмотреть](#)

Задача 4.

Решение. Рассмотрим параллельный перенос $A'A$ на $A'C'$ и получим $C'D$. $C'D \parallel A'A$, $A'C' = \frac{1}{2}AC$, $A'A \parallel C'D$,

$A'A = C'D \Rightarrow ADC'A'$ – параллелограмм, значит

$$A'C' = AD = \frac{1}{2}AC. \quad DC = AD + AC = \frac{1}{2}AC + AC = \frac{3}{2}AC \Rightarrow$$

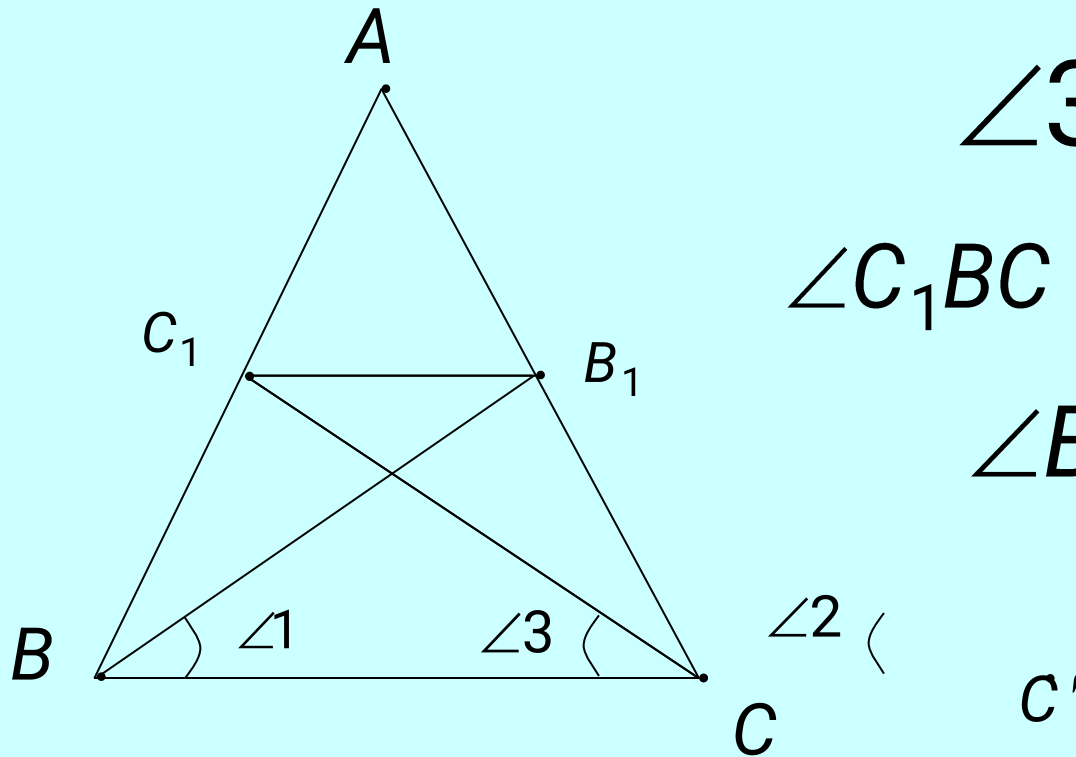
$$\Delta DCC' : DC' + CC' = DC \Rightarrow A'A + C'C > \frac{3}{2}AC. \text{ ч. т. д.}$$

Задача 5.

Решение. Рассмотрим точку $M_0 = AB' \cap BA'$, где f – осевая симметрия относительно l , $f(A) = A'$, $f(B) = B'$. Пусть M – произвольная точка, тогда $BM = BM'$, $BM_0 = A'M_0$; $AM = A'M$, $AM_0 = A'M_0$.

л. ч. $\equiv AM_0 + BM_0 = AM_0 + B'M_0 > AB'$.

пр. ч. $\equiv AM + BM = AM + B'M > AB'$. ч. т. д.]



$$\angle 1 = \angle 2$$

$$\angle 3 = \angle 2$$

$$\angle C_1BC = \angle B_1CB$$

$$\angle B = \angle C$$

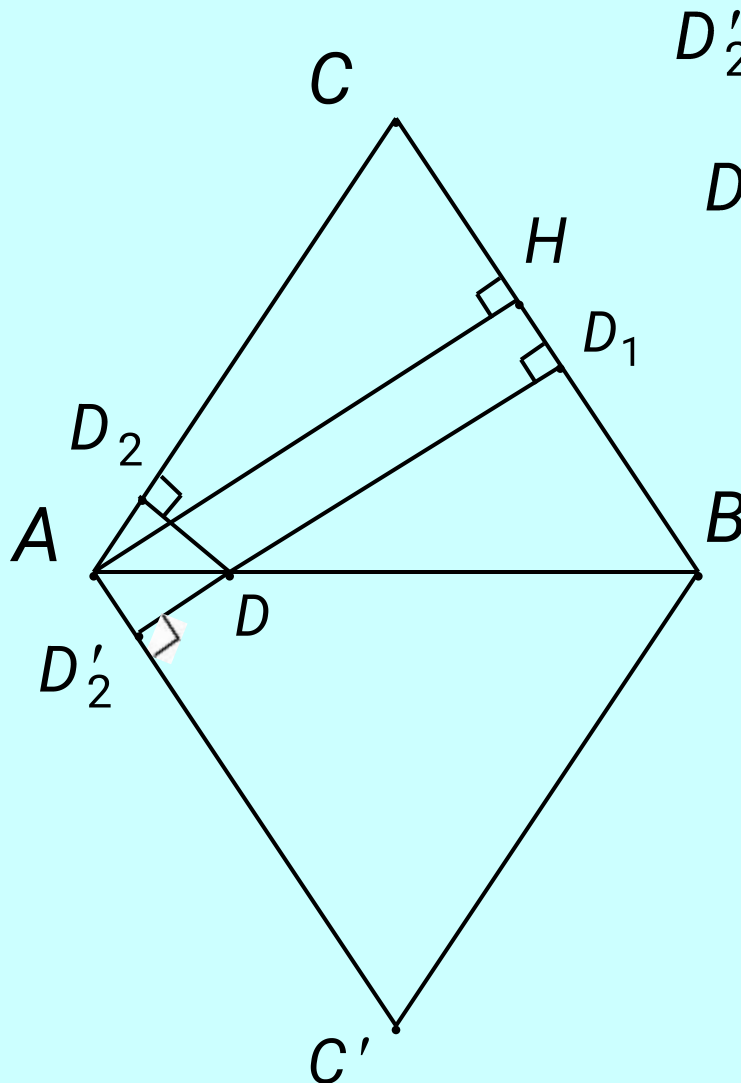
$\triangle ABC$ - *равнобедренный*

$$f(C) = C'$$

$$f(D_2) = D'_2$$

$$f(DD_2) = DD'_2$$

$$f(AC) = AC'$$



$$D'_2, D, D_1 \in D'_2D_1$$

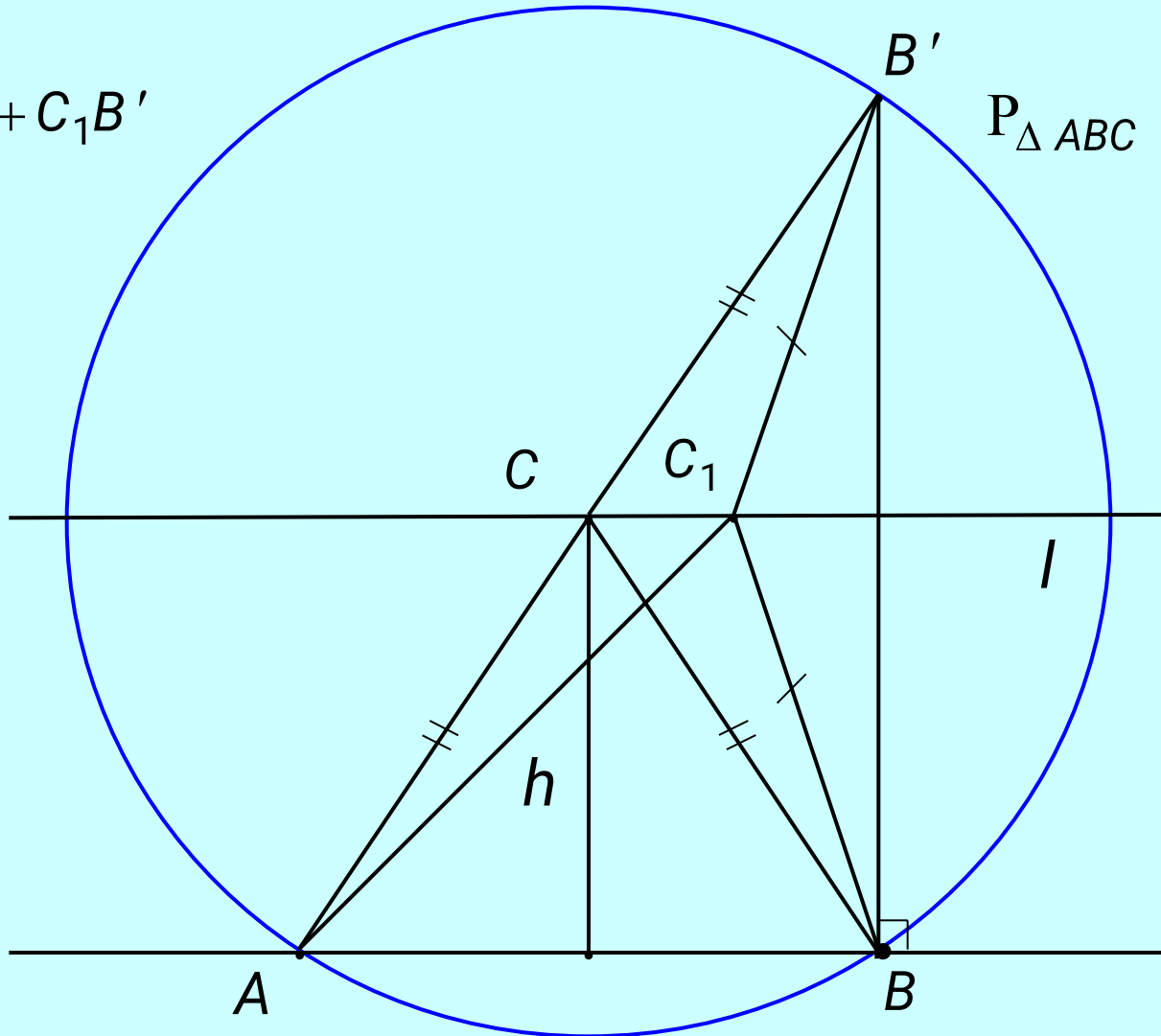
$$D'_2D_1 \perp CB, AC'$$

$$DD_1 + DD_2 = DD_1 + DD'_2 = D'_2D_1 = AH$$

$$AC = CB' = CB$$

$$AB' < AC_1 + C_1B'$$

$$P_{\Delta ABC} < P_{\Delta ABC_1}$$



$$P_{\Delta ABC} = AB + BC + CA = AB + CB' + AC = AB + AC_1 + C_1B' + AB' > AB + AC_1 + C_1B' = P_{\Delta ABC_1}$$

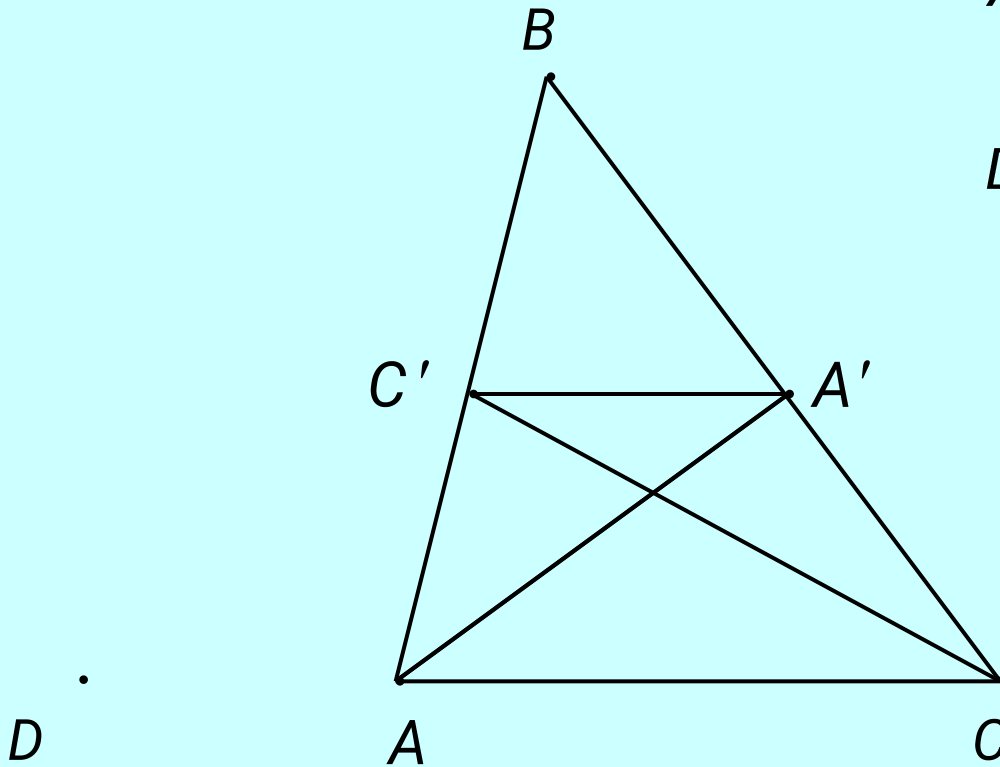
$AD C' A'$ - параллелограм

$$AD = \frac{1}{2} AC$$

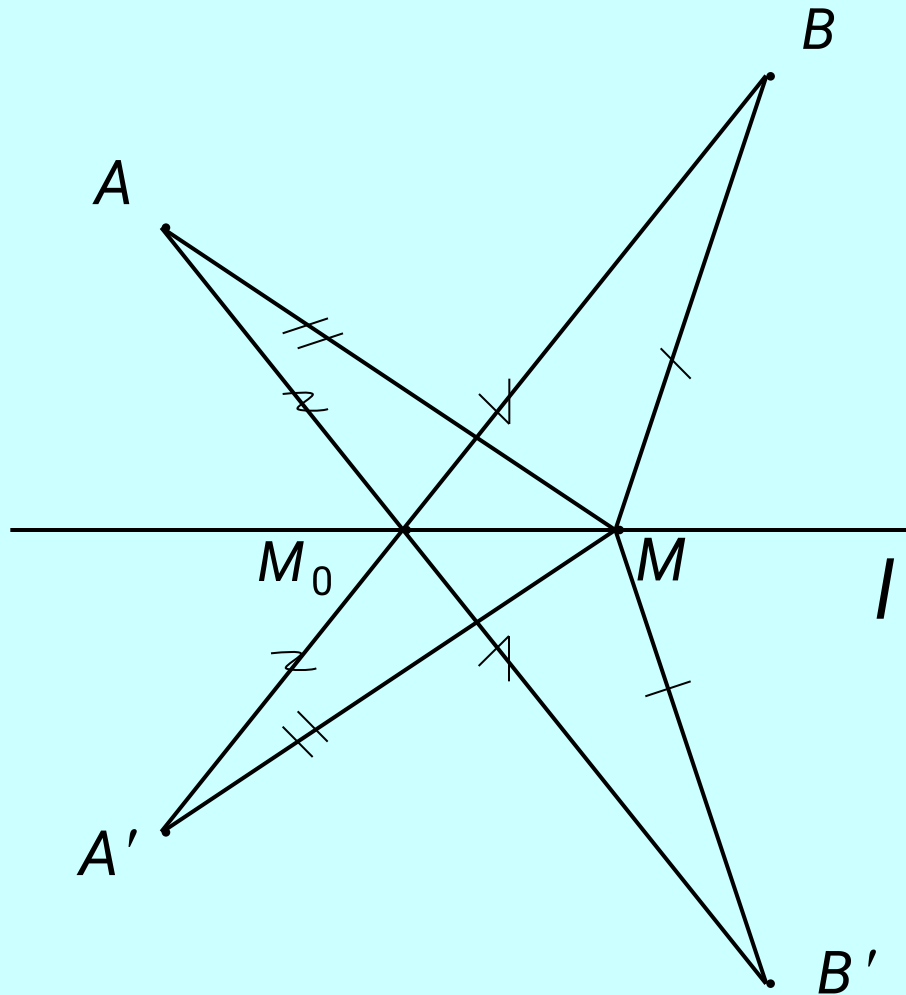
$$DC = \frac{3}{2} AC$$

$$DC' + C'C > DC$$

$$A'A + C'C > \frac{3}{2} AC$$



$$AM_0 + BM_0 = AM_0 + B'M_0 = AB'$$



$$AM + BM = AM + B'M > AB'$$