Длина окружности.

Губайдуллин Урал Фаилевич
«Сорок - Сайдакской ООШ БМР РТ»

2016 г.

Длина окружности.

- Длина окружности обозначается буквой **C** и вычисляется по формуле:
- **C = 2πR,**
  где **R** — *радиус окружности.*

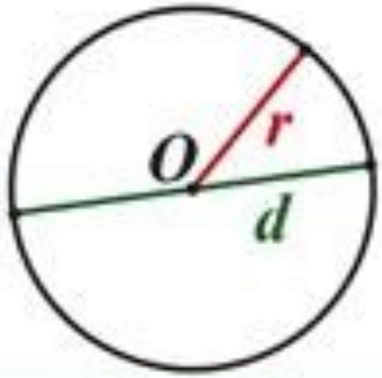
- ***Установлено, что какой бы ни была окружность, отношение ее длины к диаметру является постоянным числом. Это число принято обозначать буквой π (читается - "пи").***
  Обозначим длину окружности буквой S, а ее диаметр буквой d и
- ***запишем формулу π=S***
- ***d***
- ***Число π приблизительно равно 3.14***
  Более точное его значение π = 3,1415926535897932

  Исходя из формулы выше, выведем, чему равна окружность, если известен диаметр (d) S= πd

- ***Если известен радиус (r) , то формула длины окружности будет выглядеть так: S=2 π r***
-

  Площадь круга вычисляется по формуле
  где: S — площадь круга r — радиус

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ



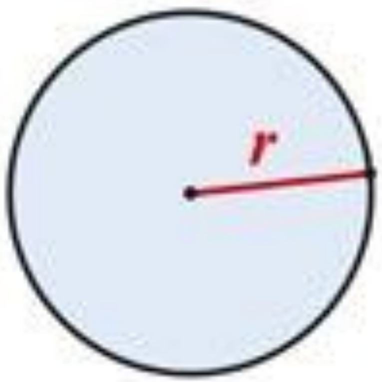
$$C = \pi d$$

$$C = 2\pi r$$

$$\pi = \frac{C}{d}$$

$\pi \approx 3{,}14$ $\pi \approx \frac{22}{7}$

ПЛОЩАДЬ КРУГА



$$S = \pi r^2$$

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

8 ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

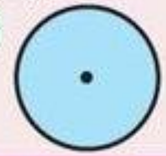
Длина окружности

$L = 2\pi R$

$\pi = \frac{L}{2R} \approx 3{,}1416$

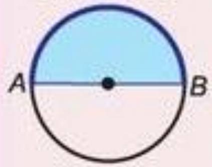
Площадь круга

$S = \pi R^2$



ДЛИНА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

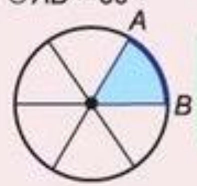
$\smile AB = 180°$



$l = \frac{1}{2}L = \pi R$

$S = \frac{1}{2}\pi R^2$

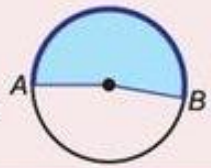
$\smile AB = 60°$



$l = \frac{1}{6}L = \frac{\pi R}{3}$

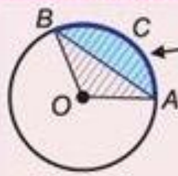
$S = \frac{1}{6}\pi R^2$

$\smile AB = m°$



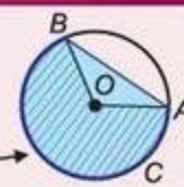
$l = \frac{m}{360}L = \frac{m}{180}\pi R \qquad S = \frac{m}{360}\pi R^2$

ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА



$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} - S_{\Delta AOB}$

$S_{\text{сегм.}ABC} = S_{\text{сект.}AOB} + S_{\Delta AOB}$



РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

$\pi \leftrightarrow 180°$

$\frac{\pi}{2} \leftrightarrow 90°$	$\frac{\pi}{3} \leftrightarrow 60°$
$\frac{\pi}{4} \leftrightarrow 45°$	$\frac{\pi}{6} \leftrightarrow 30°$

$1° \leftrightarrow \frac{\pi}{180}$

$17° \leftrightarrow 17 \cdot \frac{\pi}{180}$

$1 \leftrightarrow \frac{180°}{\pi}$

$25 \leftrightarrow 25 \cdot \frac{180°}{\pi}$

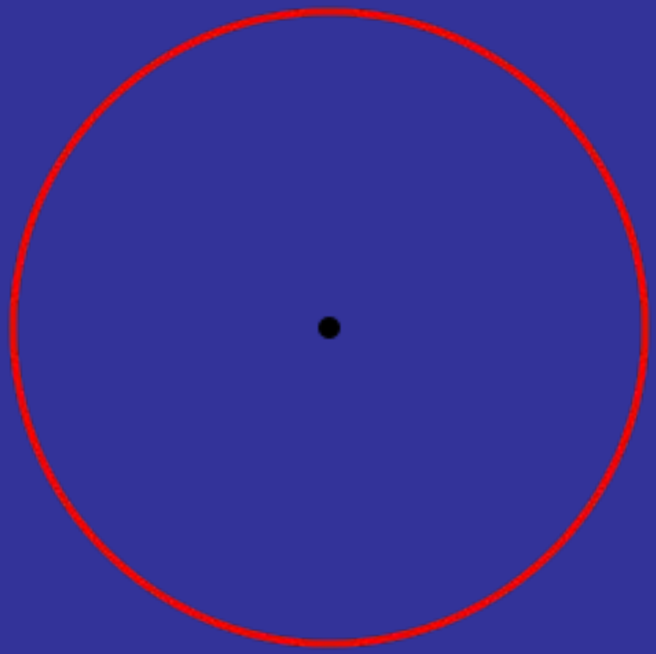
Вывод формулы, выражающей длину окружности.

- Путь C и C’ — длины окружностей радиусов R и R’. Впишем в каждую из них правильный n-угольник и обозначим через Pn и P'n их периметры, а через an и a'n их стороны. Используя формулу для вычисления стороны правильного n-угольника an = 2R sin (180°/n) получаем:
  Pn = n · an = n · 2R sin (180°/n),
  P'n = n · a'n = n · 2R' sin (180°/n).
  Следовательно,
  Pn / P'n = 2R / 2R'. (1)
  Это равенство справедливо при любом значении n. Будем теперь неограниченно увеличивать число n. Так как Pn → C, P'n → C', n → ∞, то предел отношения Pn / P'n равен C / C'. С другой стороны, в силу равенства (1) этот предел равен 2R / 2R'. Таким образом, C / C' = 2R / 2R'. Из этого равенства следует, что C / 2R = C' / 2R', т. е. **отношение длины окружности к ее диаметру есть одно и то же число для всех окружностей.** Это число принято обозначать греческой буквой π ("пи"). Из равенства C / 2R = π получаем формулу для вычисления длины окружности радиуса R

Как найти длину окружности?

- С помощью рулетки измерьте длину окружности.
- Сделайте запись C = …
- Линейкой измерьте диаметр окружности.
- Сделайте запись D =…
- Найдите отношение длины окружности к её диаметру (разделите с помощью калькулятора длину окружности на диаметр).
- Сделайте запись . Ответ округлите до десятых.
- Занесите полученные результаты в таблицу на доске.
- Подумайте, как найти C, зная D и . Запишите соответствующую формулу.
- В полученной формуле запишите вместо D - 2R.

Окружность.



- **Окружность** — геометрическое место точек плоскости, удалённых от некоторой точки — центра окружности — на заданное расстояние, называемое радиусом окружности.
- Окружность нулевого радиуса (вырожденная окружность) является точкой, иногда этот случай исключается из определения.

- **Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.**
- Основные формулы
- Длина окружности:
- **C = 2·π·R**
- Длина дуги окружности:
- **R = C/(2·π) = D/2**
- Диаметр:
- **D = C/π = 2·R**
- Длина дуги окружности:
- **l = (π·R) / 180·α**,
  где **α** — градусная мера длины дуги окружности)
- Площадь круга:
- **S = π·R2**
- Площадь кругового сектора:
- **S = ((π·R2) / 360)·α**
- Уравнение окружности
- В прямоугольной системе координат уравнение окружности радиуса **r** с центром в точке **C** (xo;yo) имеет вид:
- **(x - xo)2 + (y - yo)2 = r2**

- Уравнение окружности радиуса r с центром в начале координат имеет вид:
- **x2 + y2 = r2**

Связанные определения.

- **Радиус** — не только величина расстояния, но и отрезок, соединяющий центр окружности с одной из её точек.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется её **хордой**. Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром**.
- Окружность называется **единичной**, если её радиус равен единице. Единичная окружность является одним из основных объектов тригонометрии.
- Любые две не совпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется **дугой окружности**. Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.
- Геометрическое место точек плоскости, расстояние от которых до данной точки не больше, чем заданное ненулевое, называется **кругом**.

Площадь круга.

- Напомним, что *кругом* называется часть плоскости, ограниченная окружностью. Круг радиуса **R** с центром **O** содержит точку **O** и все точки плоскости, находящиеся от точки **O** на расстоянии, не большем **R**.
-
- Выведем формулу для вычисления площади круга радиуса **R**. Для этого рассмотрим правильный n-угольник **A1 A2 ... An**, вписанный в окружность, ограничивающую круг (рис. 1). Очевидно, площадь **S** данного круга больше площади **Sn** данного многоугольника **A1 A2 ... An**, так как этот многоугольник целиком содержится в данном круге. С одной стороны, площадь **S'n** круга, вписанного в многоугольник, меньше **Sn**, так как этот круг целиком содержится в многоугольнике. Итак,
- **S'n < Sn < S.** (1)
- Будем теперь неограниченно увеличивать число сторон многоугольника.
- ,
  где **rn** — радиус вписанной в многоугольник окружности. При cos (180° / n) → 1, поэтому . Иными словами, при неограниченном увеличении сторон многоугольника вписанная в него окружность «стремится» к описанной окружности, поэтому при . Отсюда из неравенств (1) следует, что при .
- По формуле **Sn = 1 / 2 Pn rn**,
  где **Pn** — периметр многоугольника **A1 A2 ... An**. Учитывая, что , , при , получаем . Итак, для вычисления площади **S** круга радиуса **R** мы получили формулу
- ***S = πR2***

Из истории.

- Число π относится к старейшим понятиям математики (много старше Библии).
- Ещё в древности математики пытались решить задачи, связанные с кругом: измерить длину окружности или её дуги, площадь круга или сектора.
- Первые попытки делались ещё до нашей эры. В глубокой древности считалось, что окружность ровно в 3 раза длинне е диаметра. Эти сведения содержатся в глинописных табличках Древнего Междуречья.
- Впервые Архимед (около 287-212 гг. дон.э.) вычислил отношение длины окружности к диаметру и нашёл, что оно есть число постоянное.
- Её стали называть числом π (“пи” – начальная буква греческого слова *perimetron*, которое и означает “**окружность**”.