



Длина окружности.

Губайдуллин Урал Фаилевич
«Сорок - Сайдакской ООШ БМР РТ»

2016 г.

Длина окружности.

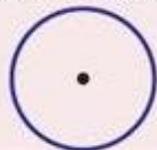
- Длина окружности обозначается буквой C и вычисляется по формуле:
■ $C = 2\pi R$,
где R — радиус окружности.
- Установлено, что какой бы ни была окружность, отношение ее длины к диаметру является постоянным числом. Это число принято обозначать буквой π (читается - "пи").
Обозначим длину окружности буквой S , а ее диаметр буквой d и запишем формулу $\pi = \frac{S}{d}$
- Число π приблизительно равно 3.14
Более точное его значение $\pi = 3,1415926535897932$
- Исходя из формулы выше, выведем, чему равна окружность, если известен диаметр (d) $S = \pi d$
- Если известен радиус (r), то формула длины окружности будет выглядеть так: $S = 2\pi r$
- Площадь круга вычисляется по формуле
где: S — площадь круга r — радиус

8

ПЛАНИМЕТРИЯ. ОКРУЖНОСТЬ

ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

Длина окружности



$$L = 2\pi R$$

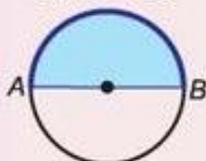
$$\pi = \frac{L}{2R} \approx 3,1416$$

Площадь круга



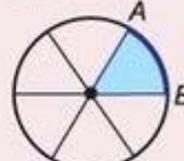
$$S = \pi R^2$$

ДЛИНА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ СЕКТОРА

 $\cup AB = 180^\circ$ 

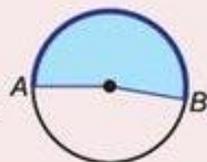
$$l = \frac{1}{2} L = \pi R$$

$$S = \frac{1}{2} \pi R^2$$

 $\cup AB = 60^\circ$ 

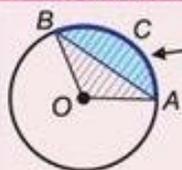
$$l = \frac{1}{6} L = \frac{\pi R}{3}$$

$$S = \frac{1}{6} \pi R^2$$

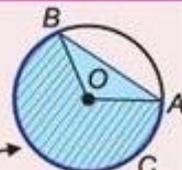
 $\cup AB = m^\circ$ 

$$l = \frac{m}{360} L = \frac{m}{180} \pi R \quad S = \frac{m}{360} \pi R^2$$

ПЛОЩАДЬ СЕГМЕНТА



$$S_{\text{сегм. } ABC} = S_{\text{сект. } AOB} - S_{\Delta AOB}$$



$$S_{\text{сегм. } ABC} = S_{\text{сект. } AOB} + S_{\Delta AOB}$$

РАДИАННАЯ МЕРА УГЛА

$$\pi \leftrightarrow 180^\circ$$

$$\frac{\pi}{2} \leftrightarrow 90^\circ$$

$$\frac{\pi}{3} \leftrightarrow 60^\circ$$

$$\frac{\pi}{4} \leftrightarrow 45^\circ$$

$$\frac{\pi}{6} \leftrightarrow 30^\circ$$

$$1^\circ \leftrightarrow \frac{\pi}{180}$$

$$17^\circ \leftrightarrow 17 \cdot \frac{\pi}{180}$$

$$1 \leftrightarrow \frac{180^\circ}{\pi}$$

$$25 \leftrightarrow 25 \cdot \frac{180^\circ}{\pi}$$

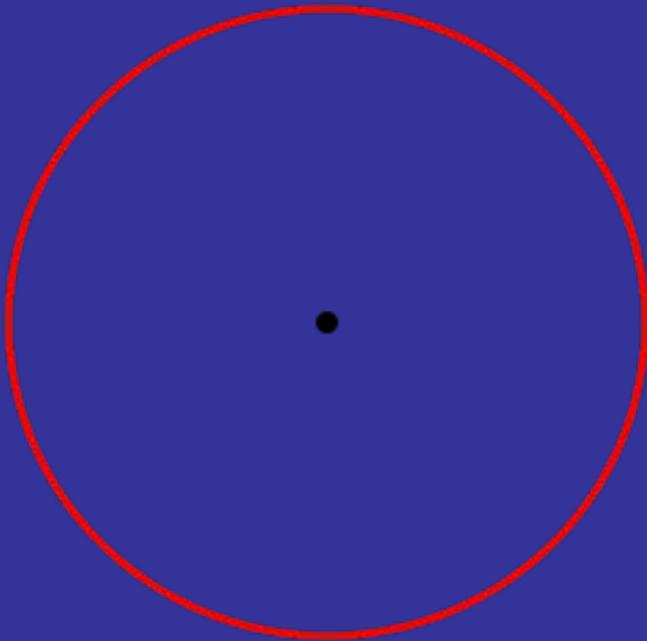
Вывод формулы, выражающей длину окружности.

- Путь C и C' — длины окружностей радиусов R и R' . Впишем в каждую из них правильный n -угольник и обозначим через P_n и P'_n их периметры, а через a_n и a'_n их стороны. Используя формулу для вычисления стороны правильного n -угольника $a_n = 2R \sin(180^\circ/n)$ получаем:
$$P_n = n \cdot a_n = n \cdot 2R \sin(180^\circ/n),$$
$$P'_n = n \cdot a'_n = n \cdot 2R' \sin(180^\circ/n).$$
Следовательно,
$$P_n / P'_n = 2R / 2R'. \quad (1)$$
Это равенство справедливо при любом значении n . Будем теперь неограниченно увеличивать число n . Так как $P_n \rightarrow C$, $P'_n \rightarrow C'$, $n \rightarrow \infty$, то предел отношения P_n / P'_n равен C / C' . С другой стороны, в силу равенства (1) этот предел равен $2R / 2R'$. Таким образом, $C / C' = 2R / 2R'$. Из этого равенства следует, что $C / 2R = C' / 2R'$, т. е. **отношение длины окружности к ее диаметру есть одно и то же число для всех окружностей**. Это число принято обозначать греческой буквой π ("пи"). Из равенства $C / 2R = \pi$ получаем формулу для вычисления длины окружности радиуса R

Как найти длину окружности?

- С помощью рулетки измерьте длину окружности.
- Сделайте запись $C = \dots$
- Линейкой измерьте диаметр окружности.
- Сделайте запись $D = \dots$
- Найдите отношение длины окружности к её диаметру (разделите с помощью калькулятора длину окружности на диаметр).
- Сделайте запись π . Ответ округлите до десятых.
- Занесите полученные результаты в таблицу на доске.
- Подумайте, как найти C , зная D и π . Запишите соответствующую формулу.
- В полученной формуле запишите вместо D - $2R$.

Окружность.



- **Окружность** — геометрическое место точек плоскости, удалённых от некоторой точки — центра окружности — на заданное расстояние, называемое радиусом окружности.
- Окружность нулевого радиуса (вырожденная окружность) является точкой, иногда этот случай исключается из определения.

- Если две хорды окружности пересекаются, то произведение отрезков одной хорды равно произведению отрезков другой хорды.
- Основные формулы
- Длина окружности:
■ $C = 2 \cdot \pi \cdot R$
- Длина дуги окружности:
■ $R = C / (2 \cdot \pi) = D / 2$
- Диаметр:
■ $D = C / \pi = 2 \cdot R$
- Длина дуги окружности:
■ $l = (\pi \cdot R) / 180 \cdot \alpha$,
где α — градусная мера длины дуги окружности)
- Площадь круга:
■ $S = \pi \cdot R^2$
- Площадь кругового сектора:
■ $S = ((\pi \cdot R^2) / 360) \cdot \alpha$
- Уравнение окружности
- В прямоугольной системе координат уравнение окружности радиуса r с центром в точке $C(x_0; y_0)$ имеет вид:
■ $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$

- Уравнение окружности радиуса r с центром в начале координат имеет вид:
■ $x^2 + y^2 = r^2$

Связанные определения.

- **Радиус** — не только величина расстояния, но и отрезок, соединяющий центр окружности с одной из её точек.
- Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется её **хордой**. Хорда, проходящая через центр окружности, называется **диаметром**.
- Окружность называется **единичной**, если её радиус равен единице. Единичная окружность является одним из основных объектов тригонометрии.
- Любые две не совпадающие точки окружности делят её на две части. Каждая из этих частей называется **дугой окружности**. Дуга называется **полуокружностью**, если отрезок, соединяющий её концы, является диаметром.
- Геометрическое место точек плоскости, расстояние от которых до данной точки не больше, чем заданное ненулевое, называется **кругом**.

Площадь круга.

- Напомним, что *кругом* называется часть плоскости, ограниченная окружностью. Круг радиуса R с центром O содержит точку O и все точки плоскости, находящиеся от точки O на расстоянии, не большем R .
- Выведем формулу для вычисления площади круга радиуса R . Для этого рассмотрим правильный n -угольник $A_1 A_2 \dots A_n$, вписанный в окружность, ограничивающую круг (рис. 1). Очевидно, площадь S данного круга больше площади S_n данного многоугольника $A_1 A_2 \dots A_n$, так как этот многоугольник целиком содержится в данном круге. С одной стороны, площадь S'_n круга, вписанного в многоугольник, меньше S_n , так как этот круг целиком содержится в многоугольнике. Итак,
 $S'_n < S_n < S$. (1)
- Будем теперь неограниченно увеличивать число сторон многоугольника.
- где r_n — радиус вписанной в многоугольник окружности. При $\cos(180^\circ / n) \rightarrow 1$, поэтому . Иными словами, при неограниченном увеличении сторон многоугольника вписанная в него окружность «стремится» к описанной окружности, поэтому при . Отсюда из неравенств (1) следует, что при .
- По формуле $S_n = 1/2 P_n r_n$, где P_n — периметр многоугольника $A_1 A_2 \dots A_n$. Учитывая, что , , при , получаем . Итак, для вычисления площади S круга радиуса R мы получили формулу
- $S = \pi R^2$

Из истории.

- Число π относится к старейшим понятиям математики (много старше Библии).
- Ещё в древности математики пытались решить задачи, связанные с кругом: измерить длину окружности или её дуги, площадь круга или сектора.
- Первые попытки делались ещё до нашей эры. В глубокой древности считалось, что окружность ровно в 3 раза длиннее диаметра. Эти сведения содержатся в глинописных табличках Древнего Междуречья.
- Впервые Архимед (около 287-212 гг. до н.э.) вычислил отношение длины окружности к диаметру и нашёл, что оно есть число постоянное.
- Её стали называть числом π (“пи” – начальная буква греческого слова *perimetron*, которое и означает “окружность”).