

Иордан Ирина Ивановна  
МБОУ СОШ №50  
Новосибирск-2016

# «Начала» Евклида

«Это удивительнейшее произведение мысли дало человеческому разуму ту уверенность в себе, которая была необходима для его последующей деятельности. Тот не рожден для теоретических исследований, кто в молодости не восхищался этим творением»

Альберт Эйнштейн

# Евклидова геометрия

**Евклидова геометрия** - геометрия, систематическое построение которой было впервые дано в III в. до н. э. *Евклидом*. Система аксиом **евклидовой геометрии** опирается на следующие основные понятия: точка, прямая, плоскость, движение и следующие отношения: «точка лежит на прямой на плоскости», «точка лежит между двумя другими». В современном изложении систему аксиом **евклидовой геометрий** разбивают на пять групп.

# «Начала» Евклида

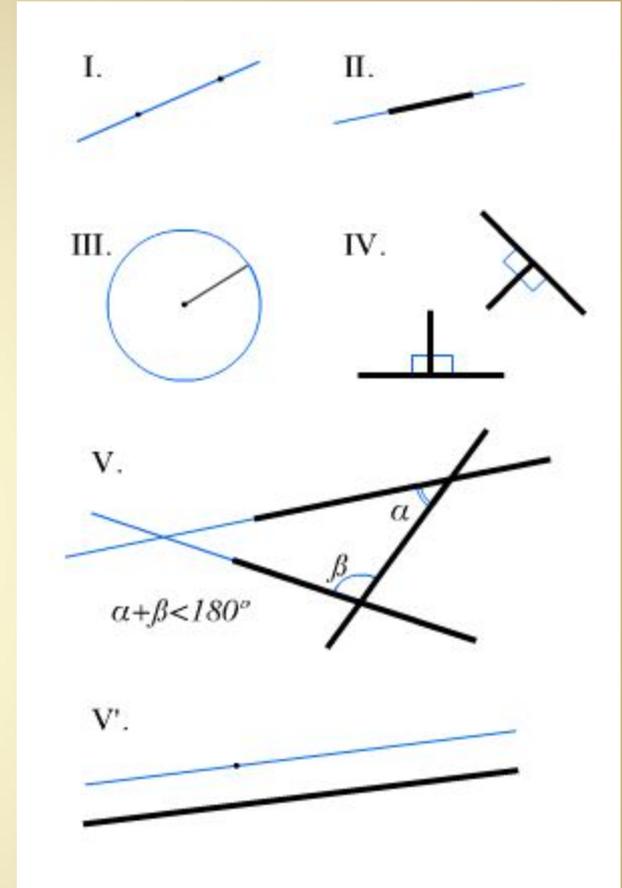
В *Началах* излагаются планиметрия, стереометрия, арифметика, отношения по Евдоксу. В классической реконструкции Гейберга весь труд состоит из 13 книг. Изложение в *Началах* ведётся строго дедуктивно. Каждая книга начинается с определений. В первой книге за определениями идут аксиомы и постулаты. Затем следуют предложения, которые делятся на задачи (в которых нужно что-то построить) и теоремы (в которых нужно что-то доказать).

**Первая книга** начинается определениями, из которых первые семь гласят:

1. Точка есть то, что не имеет частей («Точка есть то, часть чего ничто»).
2. Линия — длина без ширины.
3. Края же линии — точки.
4. Прямая линия есть та, которая равно лежит на всех своих точках.
5. Поверхность есть то, что имеет только длину и ширину.
6. Края же поверхности — линии.
7. Плоская поверхность есть та, которая равно лежит на всех своих линиях.

За определениями Евклид приводит постулаты:

1. От всякой точки до всякой точки можно провести прямую.
2. Ограниченную прямую можно непрерывно продолжать по прямой.
3. Из всякого центра всяким раствором может быть описан круг.
4. Все прямые углы равны между собой.
5. Если прямая, пересекающая две прямые, образует внутренние односторонние углы, меньшие двух прямых, то, продолженные неограниченно, эти две прямые встретятся с той стороны, где углы меньше двух прямых.



За постулатами следуют аксиомы, которые имеют характер общих утверждений, относящихся в равной мере как к числам, так и к непрерывным величинам:

1. Равные одному и тому же равны и между собой.
2. И если к равным прибавляются равные, то и целые будут равны.
3. И если от равных отнимаются равные, то остатки будут равны.
4. И если к неравным прибавляются равные, то целые будут не равны.
5. И удвоенные одного и того же равны между собой.
6. И половины одного и того же равны между собой.
7. И совмещающиеся друг с другом равны между собой.
8. И целое больше части.
9. И две прямые не содержат пространства.

Затем рассматриваются различные случаи равенства и неравенства треугольников; теоремы о параллельных прямых и параллелограммах; так называемые «местные» теоремы о равенстве площадей треугольников и параллелограммов на одном основании и под одной высотой. Заканчивается I книга теоремой Пифагора.

## **Обзор содержания книг II—XIII**

**II книга** — теоремы так называемой «геометрической алгебры».

**III книга** — предложения об окружностях, их касательных и хордах.

**IV книга** — предложения о вписанных и описанных многоугольниках.

**V книга** — общая теория отношений, разработанная Евдоксом Книдским.

**VI книга** — учение о подобии геометрических фигур.

**VII, VIII и IX книги** посвящены теоретической арифметике (теории целых и рациональных чисел).

**X книга** — классификация несоизмеримых величин (квадратичные иррациональности).

**XI книга** — начала стереометрии.

**XII книга** — теоремы о пирамидах и конусах, доказываемые с помощью метода исчерпывания (площади и объёмы).

**XIII книга** — построение правильных многогранников; доказательство того, что существует ровно пять правильных многогранников.

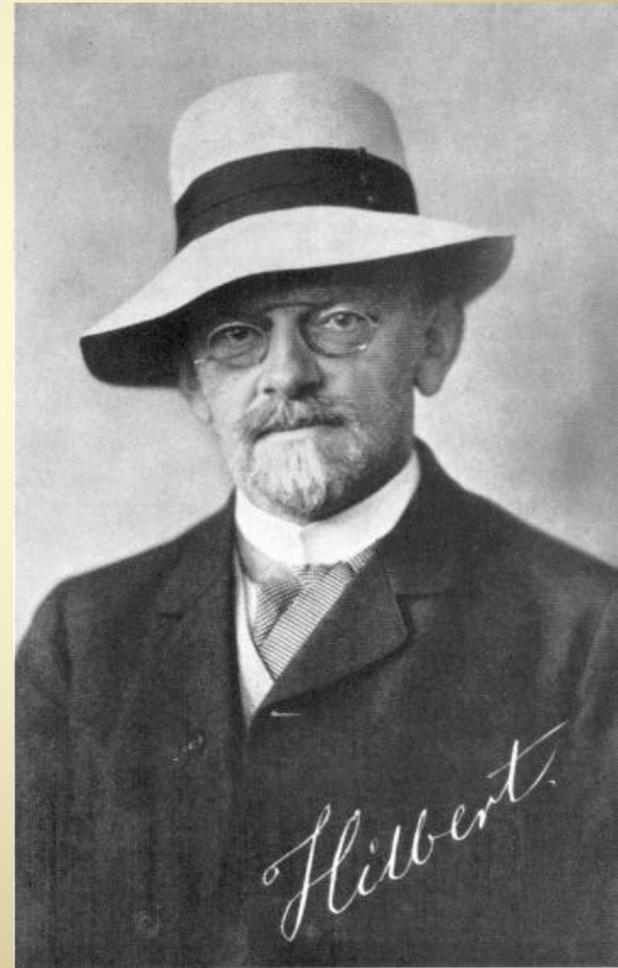
# Другие сочинения

Вторым после «Начал» сочинением Евклида обычно называют «Данные», введение в геометрический анализ. Евклиду принадлежат также «Явления», посвященные элементарной сферической астрономии; «Оптика», посвященное теории перспективы; «Катоптрика», посвященное математической теории зеркал; небольшой трактат «Сечения канона» (содержит десять задач о музыкальных интервалах); сборник задач по делению площадей фигур «О делениях» (дошел до нас в арабском переводе). Изложение во всех этих сочинениях, как и в «Началах», подчинено строгой логике, причем теоремы выводятся из точно сформулированных физических гипотез и математических постулатов. Много произведений Евклида утеряно, об их существовании в прошлом нам известно только по ссылкам в сочинениях других авторов.

Исследование системы аксиом Евклида во второй половине XIX века показало её неполноту.

В 1899 году Д. Гильберт предложил первую достаточно строгую аксиоматику евклидовой геометрии. Попытки улучшения евклидовой аксиоматики предпринимались до Гильберта многими учеными, однако подход Гильберта, при всей его консервативности в выборе понятий, оказался более успешным.

**Давид Гильберт** (1862 —1943) — выдающийся немецкий математик-универсал, внёс значительный вклад в развитие многих математических разделов. В 1910—1920-е годы был признанным мировым лидером математиков.



Возникновение Евклидовой геометрии тесно связано с наглядными представлениями об окружающем нас мире (прямые линии — натянутые нити, лучи света и т. п.). Длительный процесс углубления наших представлений привёл к более абстрактному пониманию геометрии. Открытие Н. И. Лобачевским геометрии, отличной от Евклидовой геометрии, показало, что наши представления о пространстве не являются априорными. Иными словами, Евклидова геометрия не может претендовать на роль единственной геометрии, описывающей свойства окружающего нас пространства. Развитие естествознания (главным образом физики и астрономии) показало, что Евклидова геометрия описывает структуру окружающего нас пространства лишь с определённой степенью точности и не пригодна для описания свойств пространства, связанных с перемещениями тел со скоростями, близкими к световой. Т. о., Евклидова геометрия может рассматриваться как первое приближение для описания структуры реального физического пространства.