

*Способы решения  
логарифмических  
уравнений*

**Учитель математики:  
Зенина А.Н.**

# Определение

Логарифмом положительного числа  $b$  по основанию  $a$ , где  $a > 0$ ,  $a \neq 1$ , называется такой показатель степени  $c$ , в которую надо возвести  $a$ , чтобы получить  $b$ .

$$\log_a b = c, a^c = b$$

$$a > 0, a \neq 1, b > 0$$

# *Свойства логарифмов*

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (x y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \cdot \log_a x$$

*Формулы перехода к  
другому основанию*

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\log_{a^k} b = \frac{1}{k} \log_a b$$

$$\log_{\frac{1}{a}} b = -\log_a b$$

***Вычислите:***

$$\log_8 14 + \log_8 \frac{32}{7}$$

$$\log_3 \sqrt{3} \quad \log_2 16$$

$$\log_7 1$$

$$25^{-\log_5 10}$$

$$5^{\log_5 49}$$

$$\log_2 11 - \log_2 44$$

$$8^{\log_8 5} - 1$$

$$\log_3 5 \cdot \log_5 3$$

$$\log_5 \frac{1}{625}$$

# *Сравните*

$$\log_2 \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ и } \log_2 \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\log_{\frac{1}{2}} e \text{ и } \log_{\frac{1}{2}} \pi$$

*Определите знак  
числа:*

$$\log_{0,8} 3 \cdot \log_6 \frac{2}{3}$$



*Основные методы  
решения  
логарифмических  
уравнений*


# *1. Использование определения логарифма*

$$\log_2 128 = x \quad \log_x 27 = 3 \quad \log_{16} x = \frac{3}{4}$$

*Решим следующие уравнения*

а)  $\log_7(3x-1)=2$

б)  $\log_2(7-8x)=2$


$$3\frac{1}{3}$$


$$\frac{3}{8}$$

## *2. Метод потенцирования*

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x - 1) = \log_{\frac{1}{2}}(6x + 8)$$

*Решим следующее уравнение:*

$$\lg(x^2 - 2) = \lg x \quad 2$$

### ***3. Уравнения, решаемые с помощью применения основного логарифмического тождества***

$$x^{\log_x \log_2 x^2} = \log_2 (6 - x)$$

***Решим следующее уравнение:***

$$2^{\log_2 7^x} = 3^{\log_3 (6 + 7^{x-1})}$$

1

## **4. Метод приведения логарифмов к одному и тому же основанию**

$$\log_{16} x + \log_4 x + \log_2 x = 7$$

*Решим следующее уравнение:*


$$\log_{\frac{3}{5}} x + \log_{\frac{5}{3}} x = 3$$




**5. Уравнения, решаемые с помощью  
применения свойств логарифма**

$$\log_2 (x + 1) - \log_2 (x - 2) = 2$$

**Решим следующие уравнения:**

а)  $\log_5 (x + 1) + \log_5 (x + 5) = 1$   0

б)  $\log_9 (37 - 12x) \log_{7-2x} 3 = 1$   1

в)  $\lg(x^2 - 6x + 9) - 2\lg(x - 7) = \lg 9$   9

**6. Уравнения, решаемые введением  
новой переменной**

$$\lg^2 x - 6\lg x + 5 = 0$$

***Решим следующие уравнения:***

$$\log_6^2 x + \log_6 x + 14 = (\sqrt{16 - x^2})^2 + x^2$$


$$\frac{1}{36}$$

**7. Уравнения, решаемые с помощью  
разложения на множители**

$$\log_4(2x-1) \cdot \log_4 x = 2 \log_4(2x-1)$$

***Решим следующие уравнения:***

$$\log_3 x \cdot \log_3(3x-2) = \log_3(3x-2)$$


1



## 8. Метод логарифмирования

$$x^{\log_3 x^2} = 3x$$

*Решим следующее уравнение:*

$$x^{\log_2 x^{-1}} = 64$$


$\frac{1}{4}; 16$

## 9. *Функционально – графический метод*

$$\log_3 x = 12 - x$$

*Решим следующее уравнение:*

$$1 - \sqrt{x} = \ln x$$

1

# Определить метод решения уравнения:

| Уравнение:  | Метод решения                          |
|---|--|
| $\log_3(5x - 1) = 2$                                | <i>по определению логарифма</i>        |
| $\log_2 x - 2 \log_x 2 = -1$                        | <i>переход к другому основанию</i>     |
| $\log_{\sqrt{3}}(x - 2) \log_5 x = 2 \log_3(x - 2)$ | <i>разложение на множители</i>         |
| $\log_3(5x + 3) = \log_3(7x + 5)$                   | <i>потенцирование</i>                  |
| $\log_2^2 x - 3 \log_2 x = 4$                       | <i>введение новой переменной</i>       |
| $\log_3 x = 9 \log_{27} 8 - 3 \log_3 4$             | <i>переход к другому основанию</i>     |
| $\log_2(x - 2) + \log_2(x - 3) = 1$                 | <i>использование свойств логарифма</i> |
| $x^{\lg^3 x - 5 \lg x} = 0,0001$                    | <i>логарифмирование</i>                |
| $\log_{\frac{1}{2}} x = 2^x$                        | <i>графический</i>                     |