

Решение задач по теме: "Объемы тел"

Учебник Л.С. Атанасяна «Геометрия
10-11»

Учитель: Пудрик Анна Александровна
МБОУ «СОШ № 37»
г. Норильск



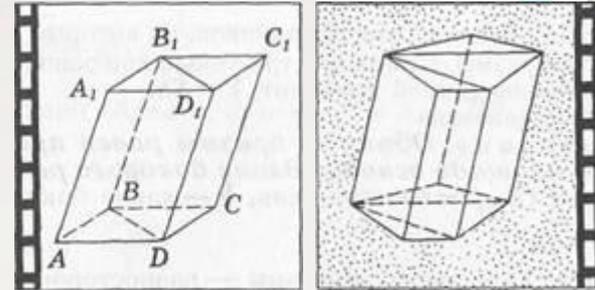
Свойства объема

1. Каждое тело имеет определенный объем, выраженный положительным числом.
2. Равные тела имеют равные объемы.
3. Если тело разбито на несколько частей, то его объем равен сумме объемов всех его частей.



Объем призмы

Объем любого цилиндра можно найти по формуле:
 $V = S \cdot h$, где S – площадь основания, h – высота



Доказательство:

1 СЛУЧАЙ:

Для произвольной треугольной призмы $ABDA_1B_1D_1$.

Рассмотрим в пространстве точки C и C_1 такие, что $ABCD$ — параллелограмм, а $CC_1 = AA_1$ и $CC_1 \parallel AA_1$. Тогда получим параллелепипед $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ который диагональным сечением $BB_1 D_1 D$ разбивается на две призмы $ABDA_1 B_1 D_1$ и $BCDB_1 C_1 D_1$ (рис. 43, а). Эти призмы равны (если совместить их равные основания ABD и CDB и равные ребра AA_1 и CC_1 , тогда призмы совместятся), следовательно, равны их объемы. Таким образом, объем построенного параллелепипеда равен удвоенному объему данной призмы.

Объем V_0 параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту. Площадь основания параллелепипеда равна удвоенной площади треугольника ABD , а его высота равна высоте h данной призмы. Следовательно, объем данной призмы равен произведению площади ее основания на высоту:



Объем пирамиды

Объем пирамиды вычисляется по формуле:

где S – площадь основания, H – высота пирамиды.

Доказательство:

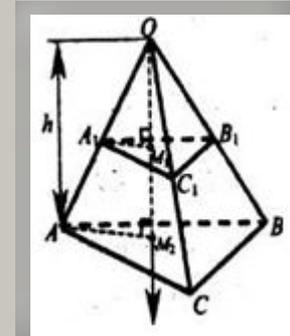
1 СЛУЧАЙ

Дополним треугольную пирамиду $PABC$ до треугольной призмы $ABCPED$, у которой такие же высота и основание. Эта призма состоит из трех пирамид: $PABC$, $PBDE$ и $PBCD$. Докажем, что их объемы равны.

У пирамид $PABC$ и $PBDE$ равные высоты и равновеликие основания.

Согласно лемме эти пирамиды имеют равные объемы. У пирамид $PBCD$ и $PBDE$ общая высота и равновеликие основания, так как $\Delta BCD = \Delta BDE$.

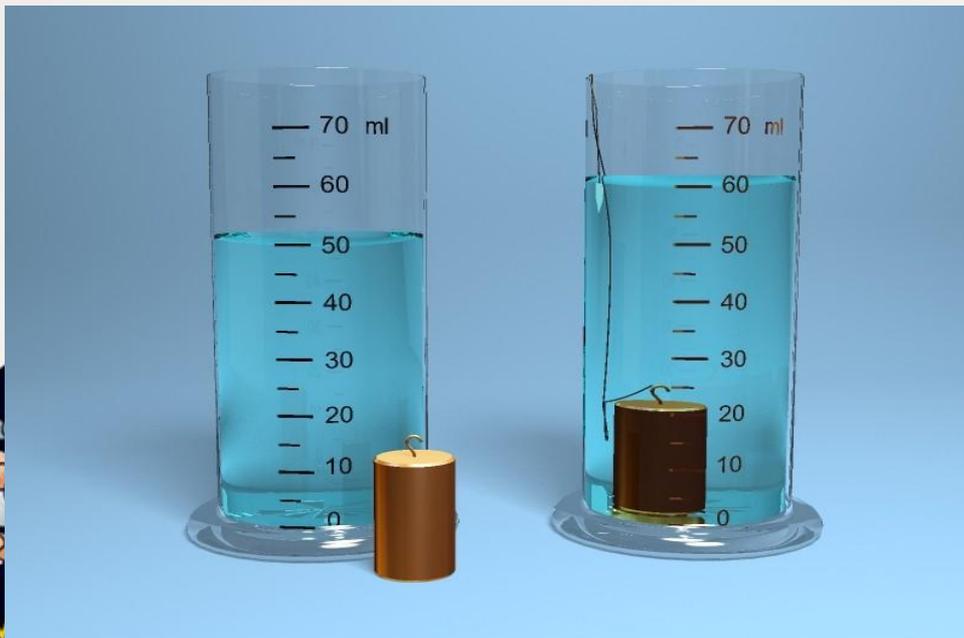
Таким образом, объем пирамиды $PABC$ втрое меньше объема призмы $ABCPED$:



что и требовалось доказать.

Объем тела

измеря



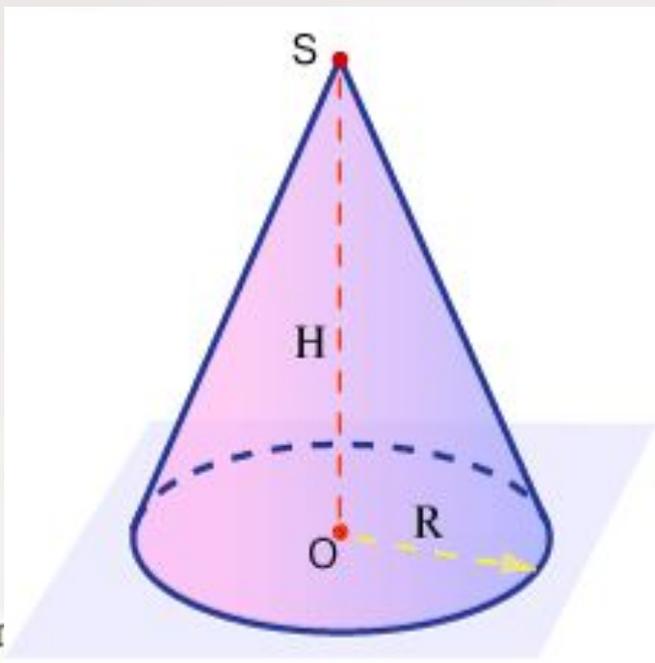
вычисля

ют

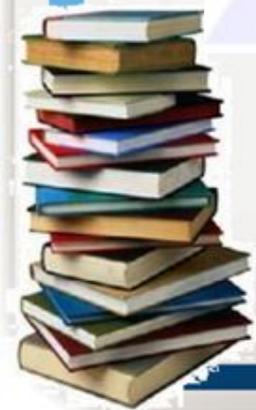
$$V = \pi R^2 h$$

Объем конуса.

Теорема. Объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту.



$$V_{\text{кон.}} = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot H$$



Объем шара

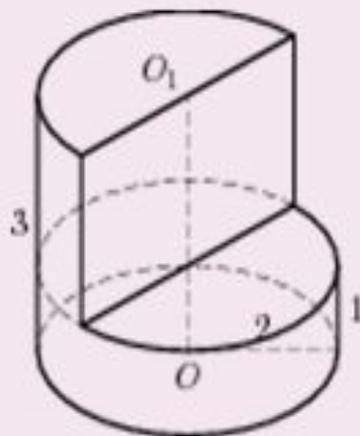
Объем шара вычисляется по формуле:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

, где R – радиус шара.

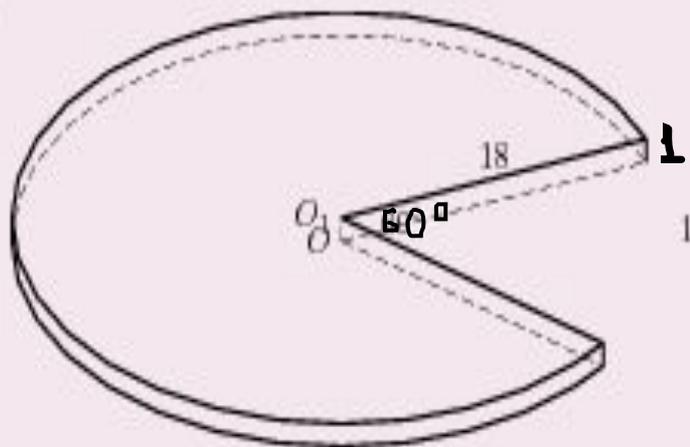


№ 25777 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π

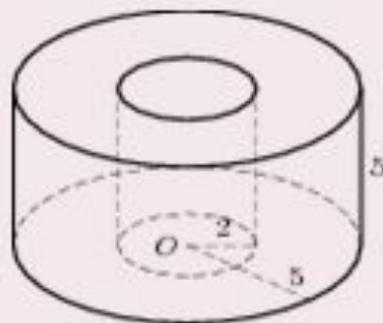


ответ: 8

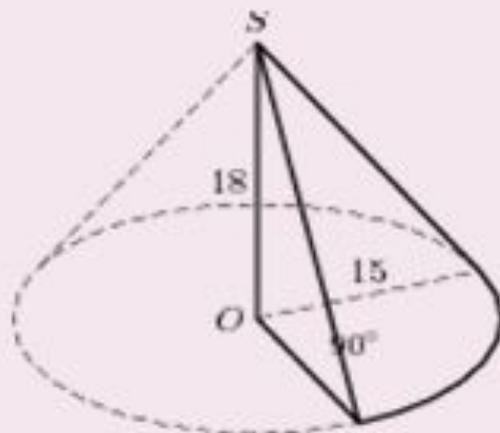
№ 25769 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



№ 25781 Найдите объем V части цилиндра, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



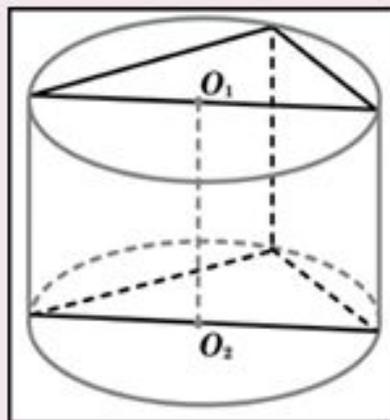
№ 25795 Найдите объем V части конуса, изображенной на рисунке. В ответе укажите V/π



ответ: 337,5

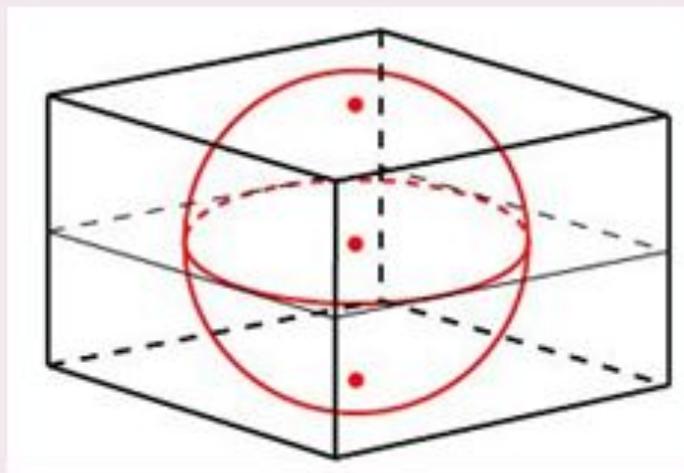


№ 4969 В основании прямой призмы лежит прямоугольный треугольник с катетами 3 и 3. Боковые ребра равны $\frac{5}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



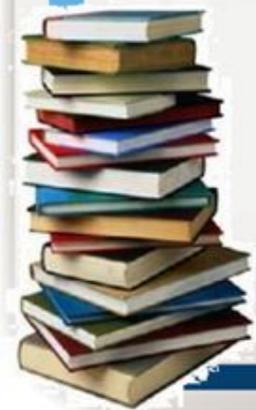
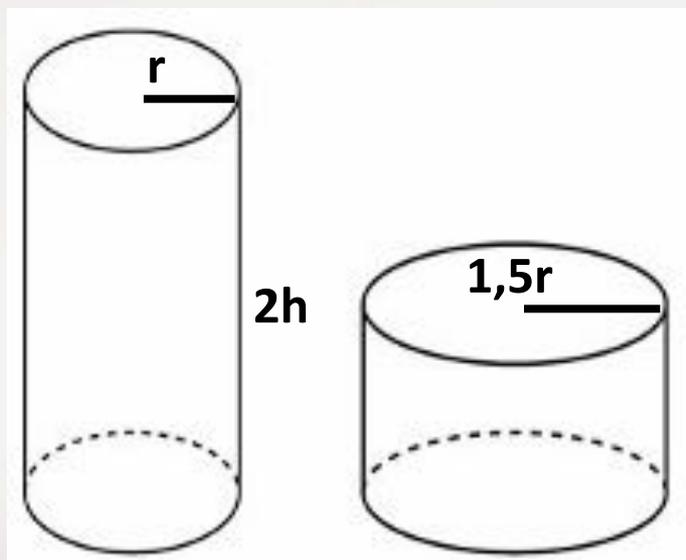
ответ: 22,5

№ 27105 Объем прямоугольного параллелепипеда, описанного около сферы, равен 216. Найдите радиус сферы.

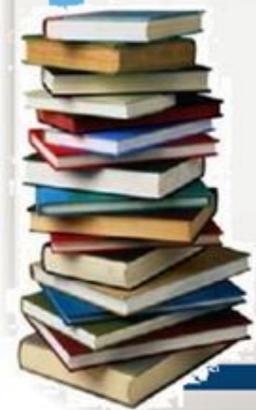
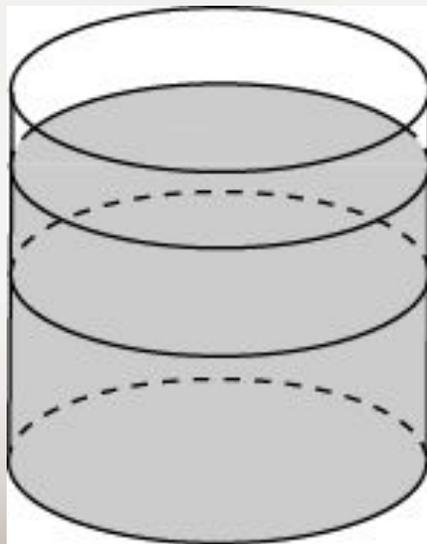
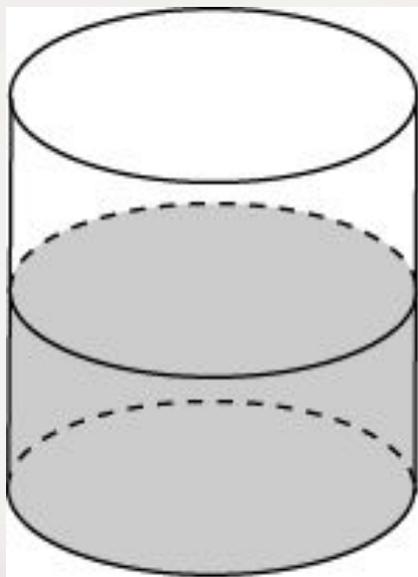


ответ: 3

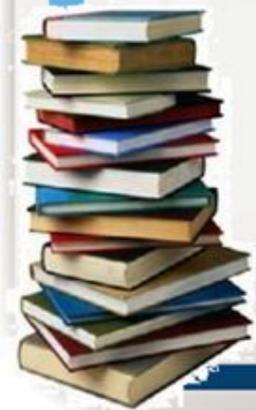
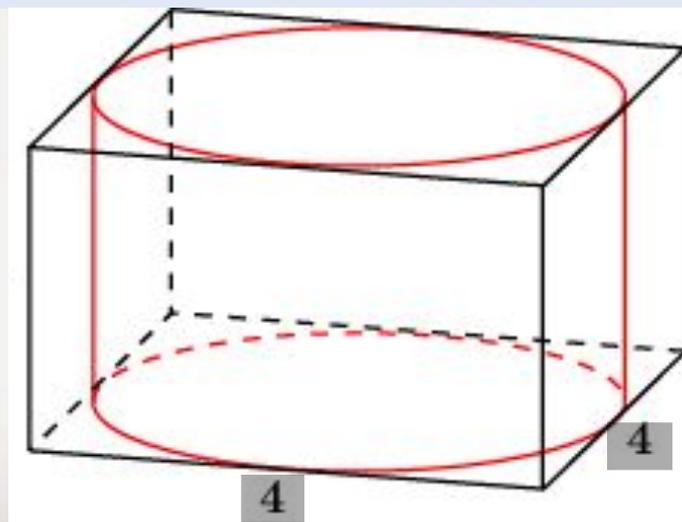
№ 27118. Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, зато вторая в полтора раза шире. Найдите отношение объема второй кружки к объему первой.



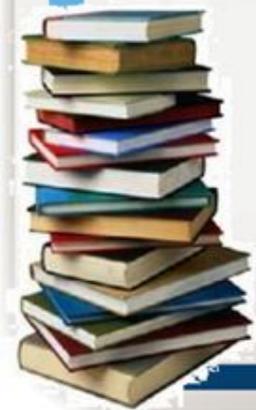
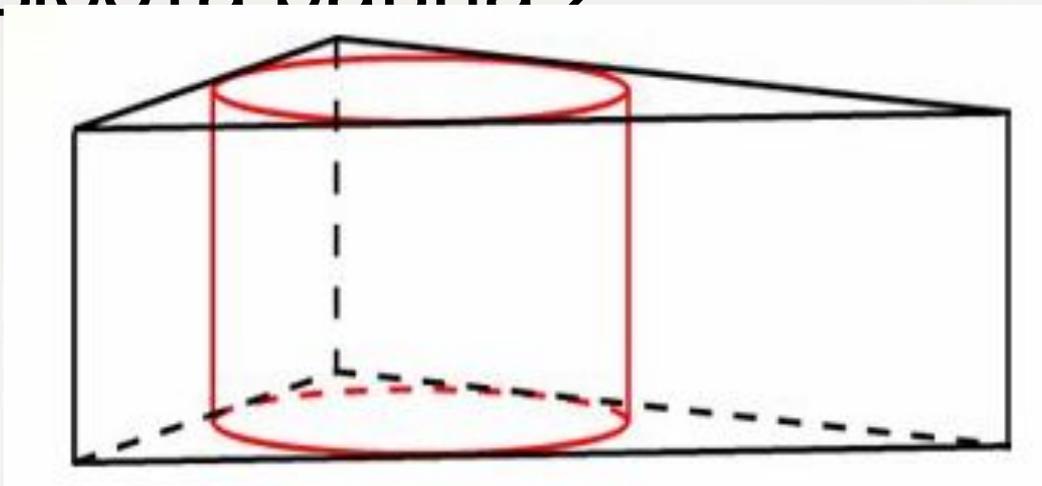
№ 27091 В цилиндрический сосуд, в котором находится 6 дм^3 воды, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся в 1,5 раза. Чему равен объем детали?



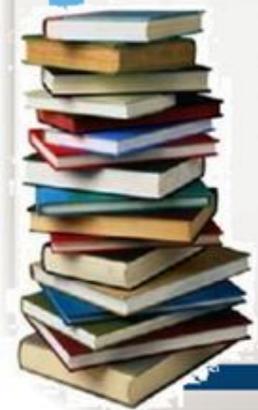
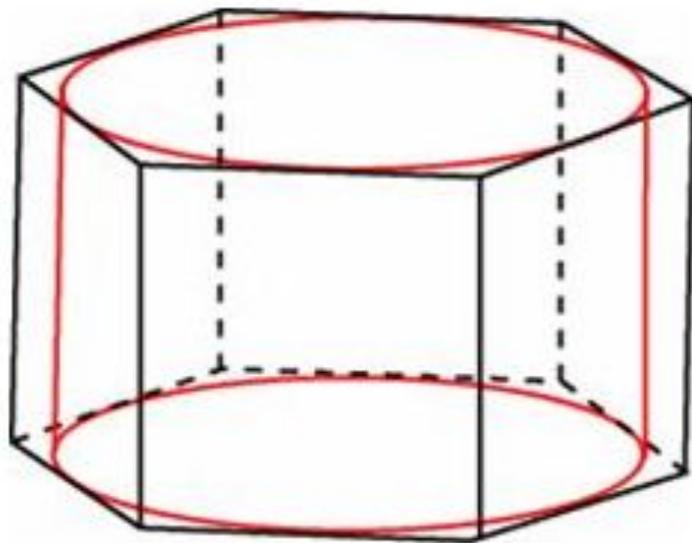
№ 27042. Прямоугольный параллелепипед описан около цилиндра, радиус основания которого равен 4. Объем параллелепипеда равен 16. Найдите высоту цилиндра.



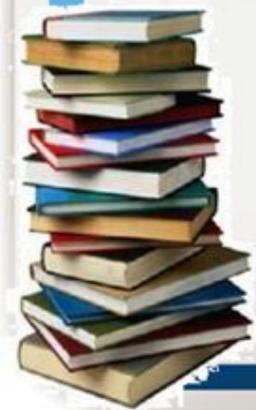
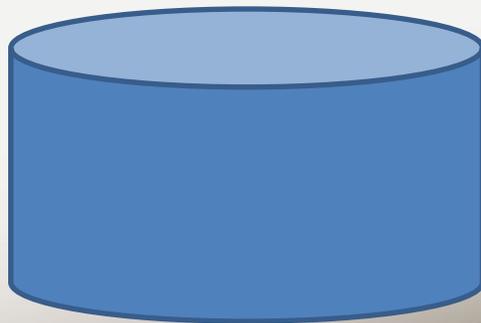
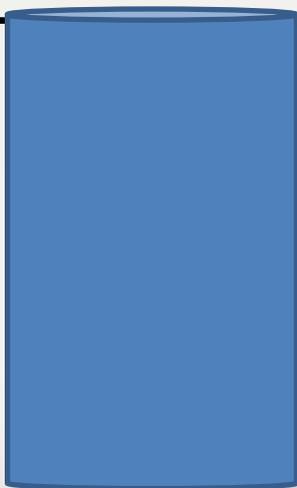
№ 27065. Найдите площадь боковой поверхности правильной треугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2



№ 27066. Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной призмы, описанной около цилиндра, радиус основания $\sqrt{3}$ и которого равен $\sqrt{3}$, а высота равна 2.



№ 27046. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй цилиндрический сосуд, диаметр которого в 2 раза больше диаметра первого? Ответ выразите в сантиметрах.



Источники использованных изображений:



<http://s58.radikal.ru/i162/1007/2d/0d2c12b4102c.png>



<http://www.rustrahovka.ru>
<http://www.rustrahovka.ru/upload>
<http://www.rustrahovka.ru/upload/iblock>
<http://www.rustrahovka.ru/upload/iblock/b8>
<http://www.rustrahovka.ru/upload/iblock/b8c>
<http://www.rustrahovka.ru/upload/iblock/b8c/.png>

http://www.grafamania.net/uploads/posts/2008-08/1219611582_7.jpg

