

*ПРОГРЕССИИ.  
АРИФМЕТИЧЕСКАЯ И  
ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИИ.*



## Арифметическая прогрессия

$$a_1, a_2, a_3, \dots$$

## Геометрическая прогрессия

$$b_1, b_2, b_3, \dots$$

### Определения

**Арифметической прогрессией** называется числовая последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом.

$$a_{n+1} = a_n + d, n = 1, 2, \dots,$$

**d – разность прогрессии**

**Геометрической прогрессией** называется числовая последовательность, первый член которой отличен от нуля и каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, умноженному на одно и то же не равное нулю число.

$$b_{n+1} = qb_n, n = 1, 2, \dots,$$

**q ≠ 0, b<sub>1</sub> ≠ 0;**

**q – знаменатель прогрессии**

### Формулы общего члена

$$a_n = a_1 + d \cdot (n - 1),$$

**n = 1, 2, ...**

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1},$$

**n = 1, 2, ...**

### Характеристическое свойство

**a<sub>n-1</sub>, a<sub>n</sub>, a<sub>n+1</sub>** – последовательные члены арифметической прогрессии тогда и только тогда, когда

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

(среднее арифметическое)

**b<sub>n-1</sub>, b<sub>n</sub>, b<sub>n+1</sub> (b<sub>n</sub> > 0)** – последовательные члены геометрической прогрессии тогда и только тогда, когда

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

(среднее геометрическое)

# Формулы суммы $n$ первых членов

Арифметической  
прогрессии

Геометрической  
прогрессии

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}, q \neq 1$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n - 1)}{2} \cdot n$$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}, q \neq 1$$

## ЗАДАЧА №1

ЧЕТВЁРТЫЙ ЧЛЕН  
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ РАВЕН 4,5,  
А ЕЁ ДВЕНАДЦАТЫЙ ЧЛЕН  
РАВЕН -12. НАЙДИТЕ  
ДВАДЦАТЫЙ ЧЛЕН ЭТОЙ  
ПРОГРЕССИИ.

## РЕШЕНИЕ

### I СПОСОБ

ВОСПОЛЬЗУЕМСЯ ФОРМУЛОЙ  $n$ -ГО ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$A_n = A_1 + D(n - 1)$  И ВЫРАЗИМ ДАННЫЕ ЧЛЕНЫ ПРОГРЕССИИ  $A_4 = A_1 + 3D$ ,  $A_{12} = A_1 + 11D$ .

СОСТАВИМ И РЕШИМ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ:

$$A_1 + 11D = 4,5,$$

$$A_1 + 3D = -12;$$

$$-8D = 16,5, \quad 8D = -16,5$$

ЗАМЕТИМ, ЧТО  $A_{20} = A_{12} + 8D$ ,

$$A_{20} = -12 - 16,5,$$

$$A_{20} = -28,5$$

### II СПОСОБ

ЗАМЕТИМ, ЧТО  $A_{12} = A_4 + 8D$ ,  $A_{20} = A_{12} + 8D$ . НАЙДЕМ  $8D$ .

$$8D = A_{12} - A_4 = -12 - 4,5 = -16,5$$

$$A_{20} = A_{12} + 8D = -12 - 16,5 = -28,5$$

ОТВЕТ.  $-28,5$

## ЗАДАЧА №2

В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ

$$B_{12} = 3^{15} \text{ И } B_{14} = 3^{17}.$$

НАЙДИТЕ  $B_1$ .

## РЕШЕНИЕ

ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ

$$B_{14} = B_{12} \cdot Q \Rightarrow q^2 = \frac{b_{14}}{b_{12}} = \frac{3^{17}}{3^{15}} = 3^2 = 9, \quad q = \pm\sqrt{9}, \quad q = \pm 3$$

ПО Ф  
ВНЕСЕНИЯ В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ  $B_N =$   
 $B_1 \cdot Q^{n-1}$   $b_{12} = b_1 \cdot q^{11} \Rightarrow b_1 = \frac{b_{12}}{q^{11}}$

$$b_1 = \frac{3^{15}}{-3^{11}} = -3^4 = -81$$

ЕСЛИ  $Q = -3$ ,  $b_1 = \frac{3^{15}}{3^{11}} = 3^4 = 81$

ЕСЛИ  $Q = 3$ , ТО

ОТВЕТ. – 81 ИЛИ 81

### ЗАДАЧА № 3

В АРИФМЕТИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ  $A_5 = -150$ ,  $A_6 = -147$ . НАЙДИТЕ НОМЕР  
ПЕРВОГО ПОЛОЖИТЕЛЬНОГО  
ЧЛЕНА ЭТОЙ ПРОГРЕССИИ



## РЕШЕНИЕ

### ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$$A_6 = A_5 + D, \quad D = A_6 - A_5, \quad D = -147 - (-150), \quad D = 3$$

### ПО ФОРМУЛЕ N-ГО ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$$A_n = A_1 + D(n-1), \quad A_5 = A_1 + 4D, \quad A_1 = A_5 - 4D,$$

$$A_1 = -150 - 12, \quad A_1 = -162.$$

ТАК КАК  $A_N > 0$ , ТО  $A_1 + D(N-1) > 0$ , ЗНАЧИТ,

$$-162 + 3(N-1) > 0,$$

$$-162 + 3N - 3 > 0,$$

$$3N > 165,$$

$$N > 55,$$

$$N = 56.$$

**ОТВЕТ.** ПЕРВЫЙ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЙ ЧЛЕН ЭТОЙ  
ПРОГРЕССИИ СТОИТ НА 56 МЕСТЕ.

## ЗАДАЧА №4

СУЩЕСТВУЕТ ЛИ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКА  
Я ПРОГРЕССИЯ, В  
КОТОРОЙ

$$B_2 = -6, B_5 = 48 \text{ И} \\ B_7 = 192$$

## РЕШЕНИЕ

ПО ОПРЕДЕЛЕНИЮ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ

$$B_5 = B_2 \cdot Q^3 \quad \Rightarrow \quad q^3 = \frac{b_5}{b_2} = \frac{48}{-6} = -8, q = -2$$

$$B_7 = B_5 \cdot Q^2, \quad B_7 = 48 \cdot 4 = 192.$$

ОТВЕТ. СУЩЕСТВУЕТ.

## ЗАДАЧА № 5

НАЙДИТЕ СУММУ ВСЕХ  
НАТУРАЛЬНЫХ ЧИСЕЛ, НЕ  
ПРЕВОСХОДЯЩИХ 160, КОТОРЫЕ  
НЕ ДЕЛЯТСЯ НА 4.

## ЗАДАЧА № 6

В ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ СУММА ПЕРВОГО  
И ВТОРОГО ЧЛЕНОВ РАВНА 132, А  
СУММА ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО  
ЧЛЕНОВ РАВНА 110. НАЙДИТЕ  
ПЕРВЫЕ ТРИ ЧЛЕНА ЭТОЙ  
ПРОГРЕССИИ.

## **ПРЕДОСТЕРЕЖЕНИЕ.**

**74% ВСЕХ УЧАСТНИКОВ ЭКЗАМЕНА НЕ ПРИСТУПАЛИ ИЛИ НЕ СМОГЛИ РЕШИТЬ ЭТО ЗАДАНИЕ (НАИВЫСШИЙ БАЛЛ ПОЛУЧИЛИ 23% УЧАСТНИКОВ ЭКЗАМЕНА).**

**ЗАПИСАВ В ОТВЕТ ТОЛЬКО ДВА ЧЛЕНА ПРОГРЕССИИ, МОЖНО ПОТЕРЯТЬ ОДИН БАЛЛ.**

**ОБРАТИТЕ ВНИМАНИЕ НА КРИТЕРИИ ПРОВЕРКИ: ОДНА АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ОШИБКА – ПОТЕРЯ ОДНОГО БАЛЛА, А ДВЕ И БОЛЕЕ АРИФМЕТИЧЕСКИХ ОШИБОК – ПОТЕРЯ ВСЕХ БАЛЛОВ ЗА ЭТО ЗАДАНИЕ**

## ЗАДАЧА № 7

ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ  
( $A_N$ ) – АРИФМЕТИЧЕСКАЯ  
ПРОГРЕССИЯ.

ИЗВЕСТНО, ЧТО  $A_5 + A_9 = 40$ . НАЙДИТЕ  
 $A_3 + A_7 + A_{11}$ .

## ЗАДАЧА № 8

СУММА ТРЕТЬЕГО И  
ТРИНАДЦАТОГО  
ЧЛЕНОВ  
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ РАВНА  
11. НАЙДИТЕ СУММУ  
ПЕРВЫХ  
ПЯТНАДЦАТИ ЕЁ  
ЧЛЕНОВ



## ЗАДАЧА № 9

СУММА ПЕРВЫХ ПЯТИ  
ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ НА 200  
БОЛЬШЕ СУММЫ  
СЛЕДУЮЩИХ ЕЁ ЧЛЕНОВ.  
НА СКОЛЬКО СУММА  
ПЕРВЫХ ДЕСЯТИ ЧЛЕНОВ  
ЭТОЙ ПРОГРЕССИИ  
БОЛЬШЕ СУММЫ  
СЛЕДУЮЩИХ ДЕСЯТИ ЕЁ  
ЧЛЕНОВ?

## ЗАДАЧА № 10

ЧИСЛА  $\sqrt{7} + 3$  и  $\sqrt{2}$

ЯВЛЯЮТСЯ ЧЕТВЁРТЫМ  
И СЕДЬМЫМ ЧЛЕНАМИ  
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ  
ПРОГРЕССИИ НАЙДИТЕ  
СУММУ ЧЕТВЁРТОГО И  
ДЕСЯТОГО ЧЛЕНОВ  
ЭТОЙ ПРОГРЕССИИ.