Матрицы

Подготовили студентки группы БУ-23

Юрченко Марина и Виктория

ГПОУ «Амвросиевский индустриально-экономический колледж», 2016 г.

Цель работы:

повторить основные положения матричной теории и рассмотреть примеры применения матриц в будущей профессии

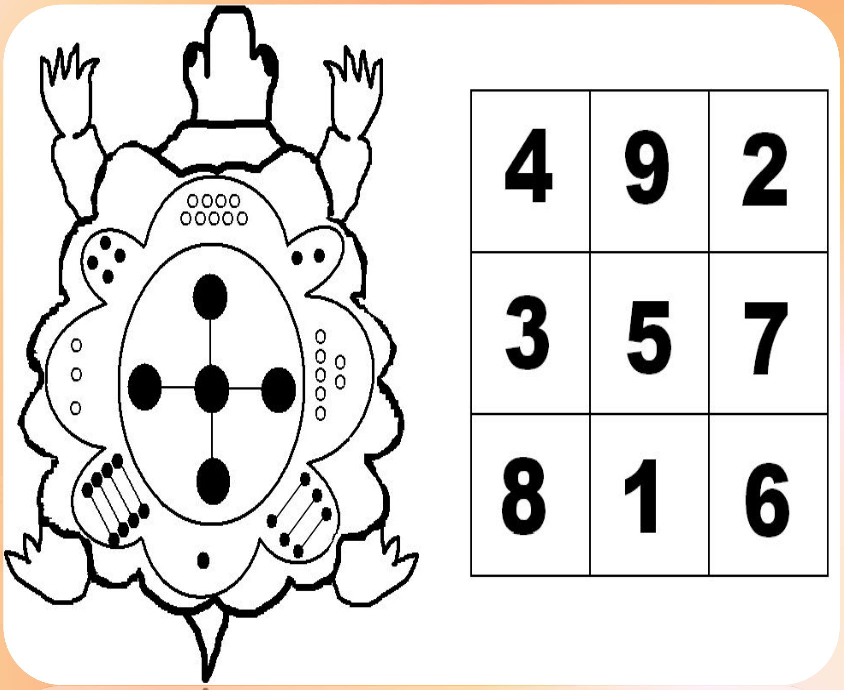
«Математику надо знать уже затем, что она в порядок ум приводит»- слова знаменитого и гениального М. Ломоносова

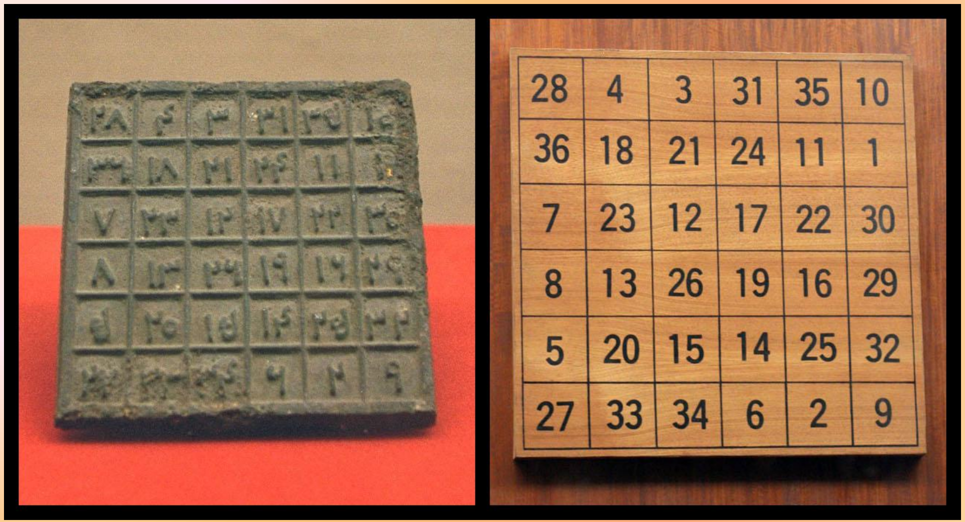
Гаусс признавал, что « В науке и жизни без математики –никуда!»

«Искусство - это скрытая алгебра. Она отнимает все время и саму жизнь у тех, кто хочет проникнуть в ее тайну»

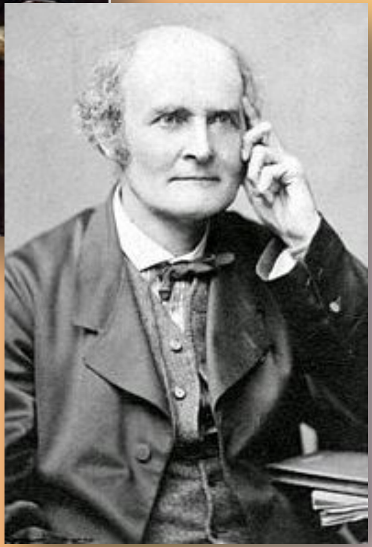
Эмиль Антуан Бурдель, французский скульптор

Впервые матрица под названием "волшебный квадрат" упоминается еще в Древнем Китае.





Подобные квадраты чуть позже были известны и у арабских математиков



Как отдельная теория, теория матриц получила свое активное развитие в середине 19 века в работах ирландского математика и физика Уильяма Гамильтона (1805 - 1865) и английского математика Артура Кэли (1821 - 1895).

Современное название "матрица" было введено английским математиком Джеймсом Сильвестром (1814 - 1897) в 1850 году.

Понятие матрицы

Матрицей называется прямоугольная таблица из чисел, расположенных в n строк и m столбцов. Для записи матрицы используются двойные вертикальные или круглые скобки.

Для краткого обозначения используют большую латинскую букву (например: А) и символ с разъяснением: $A = (a_{ij})$, где
i – текущий номер строки
($i = 1,2,3,\dots n$),
j – текущий номер столбца
($j = 1,2,3,\dots,m$)

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1m} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nm} \end{pmatrix}$$

Виды матриц

Матрицы

Вектор-столбец.

$$B = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Нулевая

$$\Theta = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Квадратная матрица

$$\mathbf{A_{2\times 2}} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{-3} \\ \mathbf{7} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$$

Вектор строка;

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Диагональная

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix} = diag(1;0;3)$$

Единичная матрица второго порядка.

$$E_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Матрицы

Верхняя треугольная матрица.

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 & -8 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Прямоугольная

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ 3 & -5 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Ступенчатая матрица

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1r} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2r} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & a_{3r} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{rr} & \dots & a_{rn} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

ДЕЙСТВИЯ НАД МАТРИЦАМИ

$$A+B=\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & a_{13}+b_{13} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & a_{23}+b_{23} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & b_{13} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} a_{11}b_{11}+a_{12}b_{21} & a_{11}b_{12}+a_{12}b_{22} & a_{11}b_{13}+a_{12}b_{23} \\ a_{21}b_{11}+a_{22}b_{21} & a_{21}b_{12}+a_{22}b_{22} & a_{21}b_{13}+a_{22}b_{23} \end{pmatrix}$$

$$kA=k\cdot\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \\ a_{31} & a_{32} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} ka_{11} & ka_{12} \\ ka_{21} & ka_{22} \\ ka_{31} & ka_{32} \end{pmatrix}$$

Транспонирование матрицы

Если $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ . & . & . & . \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$ ***, то*** $B = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{m1} \\ a_{12} & \dots & a_{m2} \\ . & . & . \\ a_{1n} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$

ОБРАТНАЯ МАТРИЦА

$$A^{-1} \cdot A = A \cdot A^{-1} = E$$

где E - единичная матрица

Если квадратная матрица А невырожденная, то для нее существует обратная матрица

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|}\begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

Сложности и риски

- Когда говорите о размерах матрицы, то сначала указывайте количество строк, а только потом – количество столбцов.
- Чем больше минусов – тем больше путаницы и ошибок. Выносите минус за пределы матрицы, сменив у КАЖДОГО элемента матрицы знак.
- Вносить дробь в матрицу НЕ НУЖНО. Это только затрудняет дальнейшие действия с матрицей. Тем более, НЕ НАДО делить каждый элемент матрицы на число, если в результате деления получаются бесконечные десятичные дроби.

Не допускайте ошибок

Сложности и риски

- *в теории высшей математики школьного понятия «деление» нет. Вместо деления всегда можно умножить на дробь. То есть, деление – это частный случай умножения.*
- Не так уж редко встречаются задания с подвохом, когда предлагается умножить матрицы, умножение которых заведомо невозможно.
- При умножении переставлять матрицы нельзя!

Не допускайте ошибок

Применение матри

В математике

для компактной записи систем линейных алгебраических уравнений. Матричный аппарат позволяет свести решение СЛАУ к операциям над матрицами.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{pmatrix} \longleftarrow$$ **Основная матрица системы**

Расширенная матрица системы $$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \end{array}\right)$$

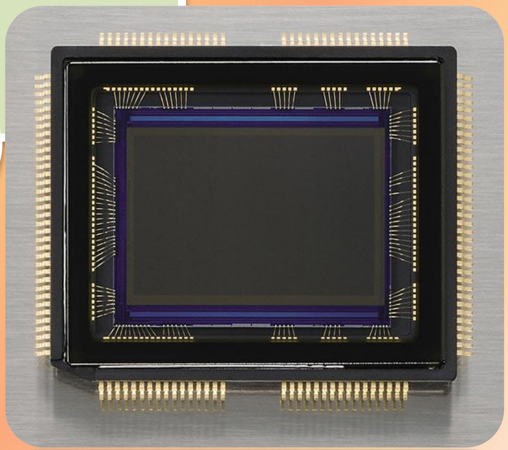
3D-моделирование, моделирование графов

В технике

Любая картинка на экране – это двумерная матрица, элементами которой являются цвета точек.

В физике и в программировании

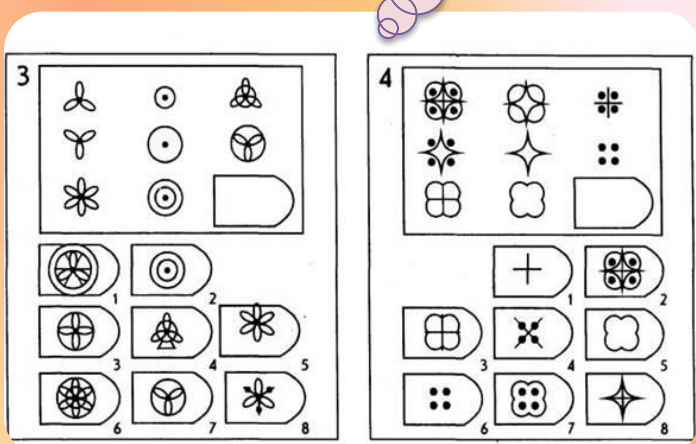
Матрицы – средство записи данных и их преобразований. Программирование графики в основе содержит матричные преобразования.

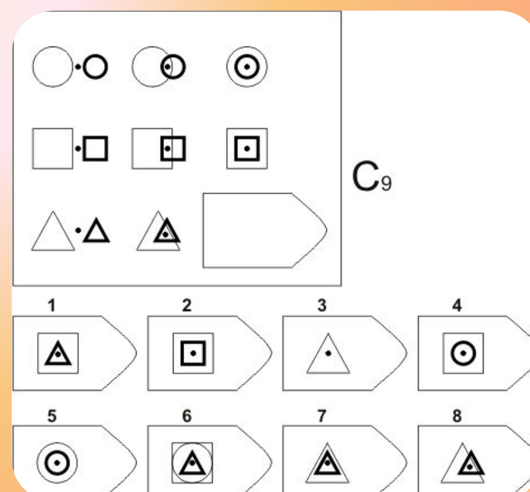


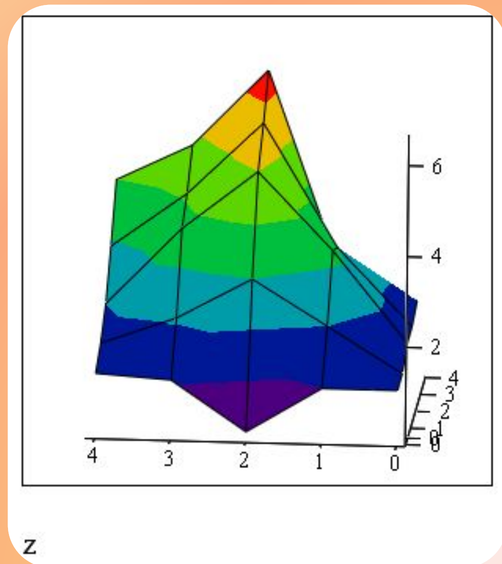
В психологии

взамен математических объектов подразумеваются «психологические объекты». Например, тесты.

Кроме того, в экономике, в биологии, в химии и даже в маркетинге.







Обратные матрицы используются при программировании трёхмерной графики.

С помощью матриц удобно записывать некоторые экономические зависимости.

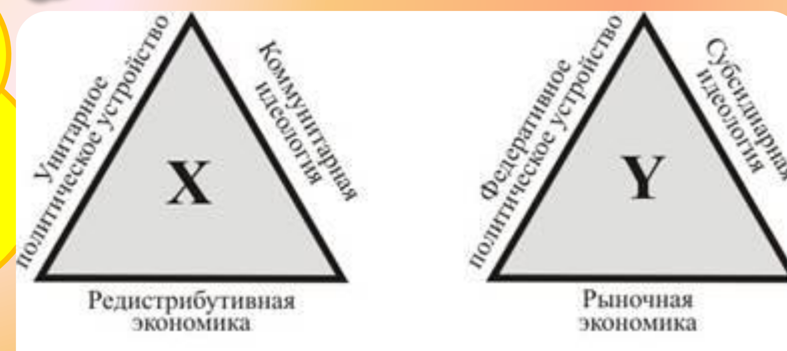


Рис. 2. Различие X- и Y- матриц

РЕКОМЕНДУЕМ:

Универсальный калькулятор *Microsoft Excel*

Данный калькулятор заменяет обычный калькулятор с множеством функций. Программа удобна и проста в использовании. Поможет избежать ошибок

Матрицы — одна из наиболее распространённых форм представления количественной экономической информации.

С помощью матриц удобно записывать некоторые экономические зависимости

Пример 1.
Таблица распределения ресурсов по отдельным отраслям экономики (условные единицы)

Ресурсы	Отрасли экономики	
	Промышленность	Сельское хозяйство
Электроэнергия	5,3	4,1
Трудовые ресурсы	2,8	2,1
Водные ресурсы	4,8	5,1

Эта таблица может быть записана в компактной форме в виде матрицы распределения ресурсов по отраслям :

$$A = \begin{pmatrix} 5,3 & 4,1 \\ 2,8 & 2,1 \\ 4,8 & 5,1 \end{pmatrix}$$

В этой записи, например, элемент $a_{11} = 5,3$ показывает, сколько электроэнергии потребляет промышленность, а элемент $a_{22} = 2,1$ показывает, сколько трудовых ресурсов потребляет сельское хозяйство

.

Используя записи в матричной форме, удобно выполнять однотипные арифметические операции с несколькими взаимосвязанными по содержанию списками, состоящими из одинакового количества чисел.

Например, имеется 2 завода, выпускающих 4 вида продукции.

Матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 7 & 9 \end{pmatrix}$ ***и*** $B = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 8 \\ 10 & 15 & 12 \end{pmatrix}$ ***- матрицы объёмов***

производства (в млн. долларов) в первом и во втором полугодии соответственно. Тогда матрица

$$C = A + B = \begin{pmatrix} 5 & 10 & 9 \\ 15 & 22 & 21 \end{pmatrix}$$

аналогичная матрица для всего календарного года

«Часто говорят, что цифры управляют миром. Даже если это не вполне так, нет никакого сомнения в том, что цифры показывают, как он управляется»

Иоганн Вольфганг фон Гёте

Спасибо за внимание!