Раздел III
Уравнения и неравенства

Уравнения и системы уравнений. Равносильность уравнений и систем линейных уравнений

1. $3x + 9 = 7$

2. $log_2 x \geq 3$

3. $\begin{cases} 2x - 1 = 3 \\ 2 + x = 7 \end{cases}$

4. $5x - 3 \leq 4$

5. $10x = 5$

6. $\begin{cases} 4x + 7 \geq 3 \\ 9 - 5x \leq 2 \end{cases}$

Свойства уравнений:

1. Слагаемые можно переносить из одной части уравнения в другую, поменяв при этом их знак.
2. Обе части уравнения можно умножить или разделить на одно и то же число, не равное нулю.
3. Произведение равно нулю тогда и только тогда, когда хотя бы один из множителей равен нулю.
4. Обе части уравнения можно возвести в одну и ту же степень.

Системы линейных уравнений:

Система линейных уравнений — это объединение из m линейных уравнений, каждое из которых содержит m переменных.

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \ldots + a_{mn}x_n = b_m, \end{cases}$$

Две системы называются равносильными, если множества их решений совпадают или обе системы не имеют решений.

Утверждения о равносильности систем уравнений:

1) если одно из уравнений системы заменить на равносильное уравнение, то получим систему, равносильную исходной;

2) если одно из уравнений системы заменить суммой каких-либо двух уравнений данной системы, то получим систему, равносильную исходной;

3) если одно из уравнений системы выражает зависимость какой-либо переменной, *например* $\boldsymbol{x}$, через другие переменные, то, заменив в каждом уравнении системы переменную $\boldsymbol{x}$ на ее выражение через другие переменные, получим систему, равносильную исходной.

Способы решения СЛУ

- Графический способ
- Способ подстановки
- Способ сложения
- Метод Крамера

Решить системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x = 10 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y - x = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Определители второго порядка:

Определитель 2 - го порядка это число, записанное в виде:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = \boxed{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}}$$

Главная диагональ определителя

Побочная диагональ определителя

из произведения элементов главной диагонали вычитается произведение элементов побочной диагонали.

Свойства определителя:

1. Определитель не изменится, если строки заменить столбцами, а столбцы строками.

2. Если поменять местами две строки, то определитель изменит только знак.

3. Если все элементы одной строки имеют общий множитель, то его можно вынести за знак определителя.

4. Определитель равен 0, если элементы одной строки равны или пропорциональны элементам другой строки.

4. Определитель не изменится, если к элементам одной строки прибавить элементы другой строки или числа, им пропорциональные.

Метод Крамера:

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y = b_1 \\ a_{21}x \ + a_{22}y = b_2 \end{cases}$$

a_{ij} - коэффициенты при неизвестных.

Номер неизвестного,

Номер уравнения

Свободные члены уравнения

<u>Решение данной системы</u> - это пара чисел ***x*** и ***y***, которая при подстановке обращает оба этих уравнения в тождества.

Метод Крамера:

При решении такой системы по формулам Крамера сначала вычисляют главный определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} \\ b_2 & a_{22} \end{vmatrix} = b_1 \cdot a_{22} - a_{12} \cdot b_2$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 \\ a_{21} & b_2 \end{vmatrix} = a_{11} \cdot b_2 - a_{21} \cdot b_1$$

Метод Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; \quad y = \frac{\Delta_2}{\Delta}$$

Вспомогательные определители системы

Главный определитель системы

Формулы Крамера

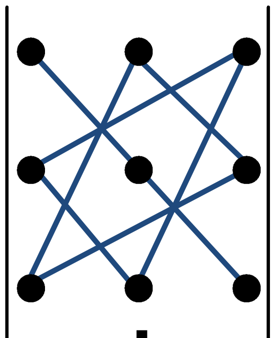
Решить системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 3x + 2y = 14 \\ x - 3y = 1 \end{cases}$$

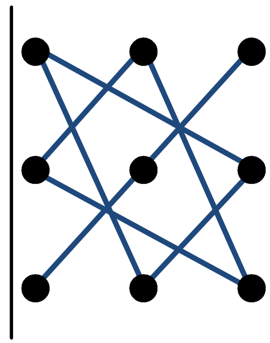
$$\begin{cases} 5x = 10 \\ x + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6y - x = 1 \\ x + y = 4 \end{cases}$$

Вычисление определителей третьего порядка



+



−

$$\begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 2 & -1 & 4 \\ 5 & 6 & 1 \end{vmatrix} = 1\cdot(-1)\cdot 1 + 3\cdot 4\cdot 5 + 2\cdot 6\cdot 0 - 5\cdot(-1)\cdot 0 - 2\cdot 3\cdot 1 - 1\cdot 6\cdot 4 = 29$$

Метод треугольника применим только для определителей 3 порядка

Домашнее задание: