Геометрия 9 класс.

Тригонометрические функции любого угла.

Определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса.

Учитель математики ГБОУ ЦО №170 Кондаурова Т.Г. 2014г.

Место урока в теме: первый урок по теме.

Цели урока:

-формирование понятий тригонометрических функций sin , cos, tg, ctg угла и некоторых свойств этих функций;

-

-научить строить угол произвольной градусной меры и определять принадлежность угла к координатной четверти;

- научить находить по значению одной тригонометрической функции остальные функции, используя основное тригонометрическое тождество;

-развитие умения делать обобщающие выводы.

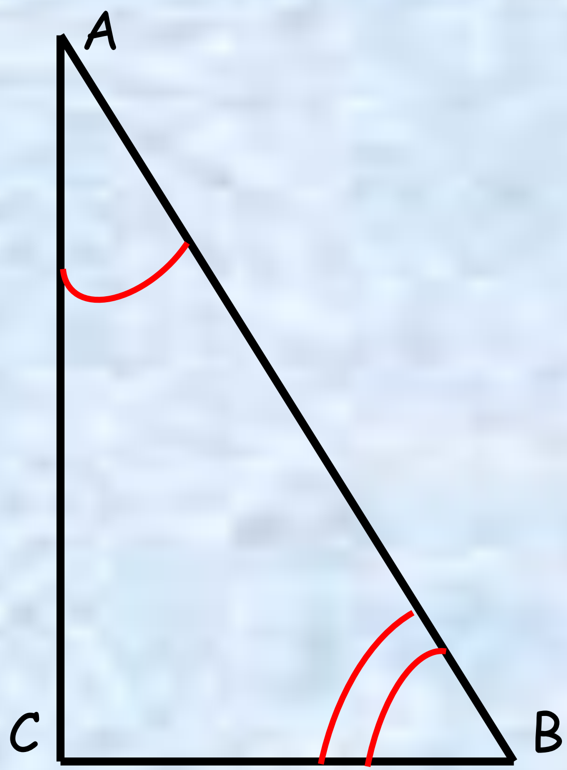
Тип урока: комбинированный урок, т.е. изучения нового материала и формирование умений на базе нового материала.

Метод :диалогическое *изложение* материала с использованием ИТ, с репродуктивным решением стереотипных задач.

Структура урока: 1.Актуализация знаний.
2.Формирование новых понятий и способов действий.
3.Формирование умений и навыков.

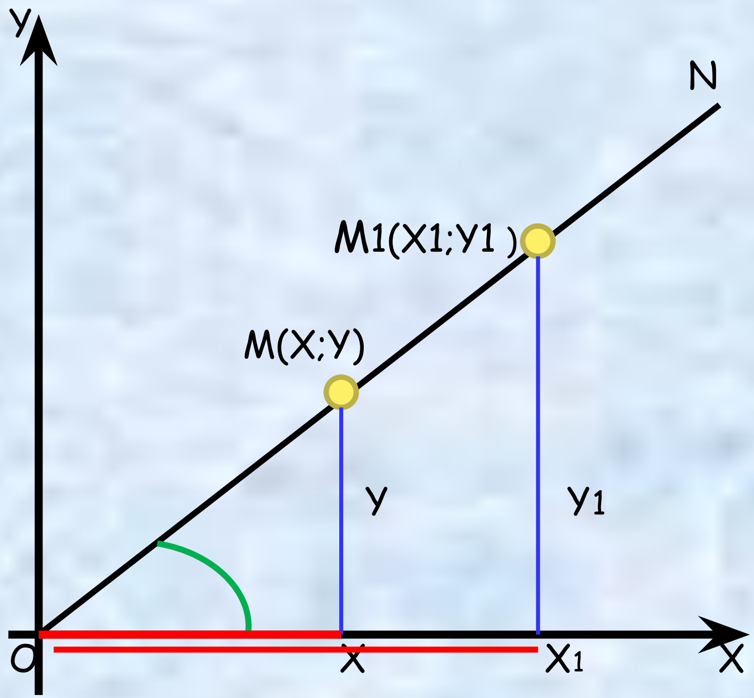
Виды деятельности: групповая, индивидуальная (учитывая особенности класса).

Геометрическое определение функций синуса, косинуса, тангенса, котангенса острого угла прямоугольного треугольника.



- **Синусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.
- Sin A = BC/AB, Sin B = AC/AB.
- **Косинусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.
- Cos A = AC/AB, Cos B = CB/AB.
- **Тангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к прилежащему катету.
- tg A = CB/AC, tg B = AC/CB.
- **Котангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к противолежащему.
- ctg A = AC/CB, ctg B = CB/FC.
- Задание№1. Экзаменационный сборник ГИА
- 2014г №2.5.3; №2.5.9.

Почему эти отношения назвали тригонометрическими функциями углов?



Точка М перемещается по лучу ON, занимая последовательно положения М(Х,У) и М1(Х 1; У1). Треугольники МХО и М1Х1О - подобны по теореме Фалеса, следовательно их сходственные стороны пропорциональны.

У/ОМ = У1/ОМ1 = Sin (NOX)

X/OM = X1/OM1 = Cox (NOX)

У/X = У1 /X1 = tg (NOX)

X/У = X1 /У1 = ctg (NOX)

Рассматриваемые отношения не зависят от расстояния точки М до начала координат, а зависят только от величины угла поворота NOX.

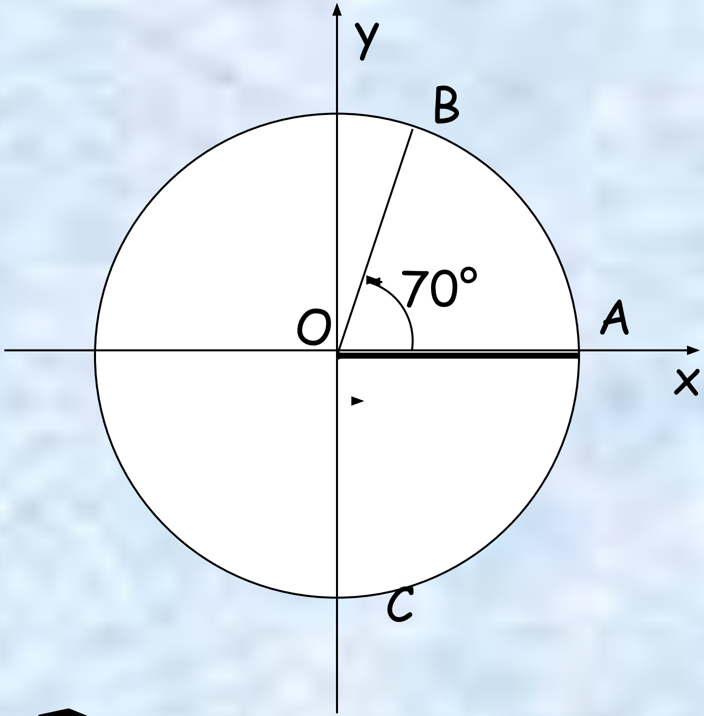
Существует однозначное соответствие между углами поворота луча ON и величинами приведённых отношений.

Вывод: Эти отношения можно считать функциями угла поворота NOX и их называют **тригонометрическими функциями**, а расстояние точки М от начала координат можно принять равным «1».

Построим окружность единичного радиуса с центром в начале прямоугольной системы координат ,т.е. точке (О;О).

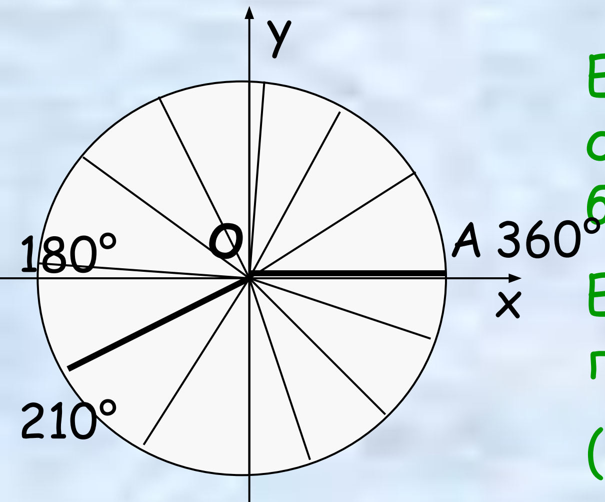
Радиус R=1.   Ось ОХ- ось абсцисс; ось ОУ- ось ординат.

Повернем R на 70° против часовой стрелки вокруг точки О.



Существует бесконечное множество углов поворота.

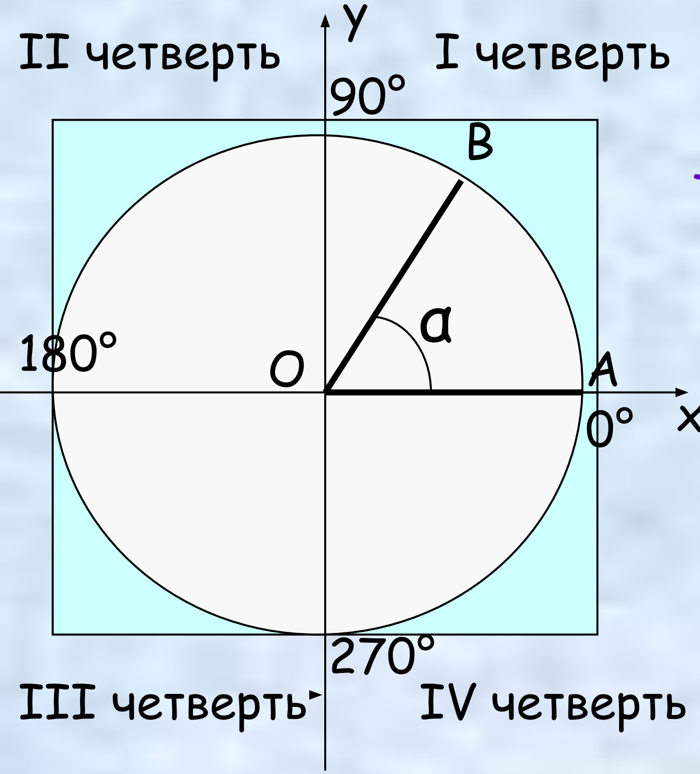
Так, если начальный **радиус** ОА повернуть на 180° , а потом еще на 30°, то угол **поворота** будет равен 210°.



Если начальный радиус ОА сделает полный оборот против часовой стрелки, то угол поворота будет равен 360° .

Если начальный радиус сделает полный оборот по часовой стрелке, то угол поворота будет равен (- 360°).

Вывод: угол поворота может выражаться каким угодно числом градусов от -∞ до + ∞.



Так, если $0° < \alpha < 90°$, то угол в I четверти;

- если $90° < \alpha < 180°$, то угол во II четверти;

-если $180° < \alpha < 270°$, то угол в III четверти;

-если $270° < \alpha < 360°$, то угол в IV четверти.

Углы $0°$, $\pm 90°$, $\pm 180°$, $\pm 270°$, $\pm 360°$ не относятся ни к какой четверти.

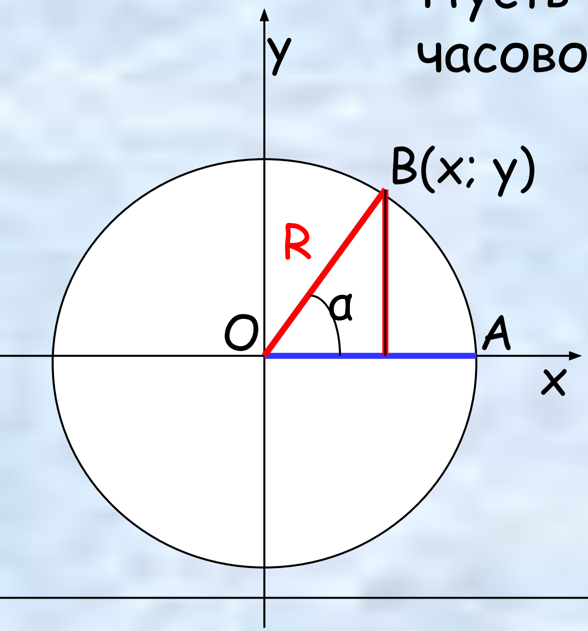
Задание №2. В какой четверти находиться угол $420°$? Чему равен синус этого угла?

т.к. $420° = 360° + 60°$ и $0° < 60° < 90°$, то этот угол лежит в I четверти.

Пользуясь таблицей значений тригонометрических функций, находим: синус $60°$ равен $\sqrt{3}/2$.

Тригонометрические определения функций синуса, косинуса, тангенса, котангенса

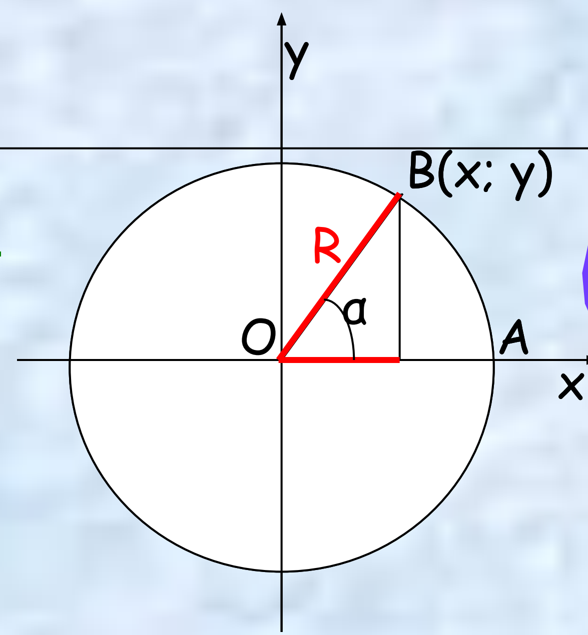
Пусть R =OA=1. Повернём радиус на угол а против часовой стрелки относительно точки (О;0)



Синусом угла а называется ордината точки единичной окружности, соответствующая углу поворота а.

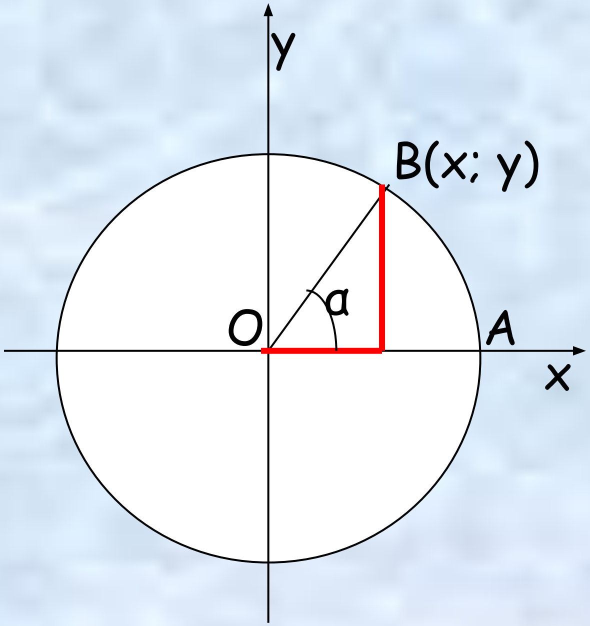
Sina=Y/R=Y

Косинусом угла а называется абсцисса точки единичной окружности,соответствующая углу поворота а.



Cosa=X/R=X

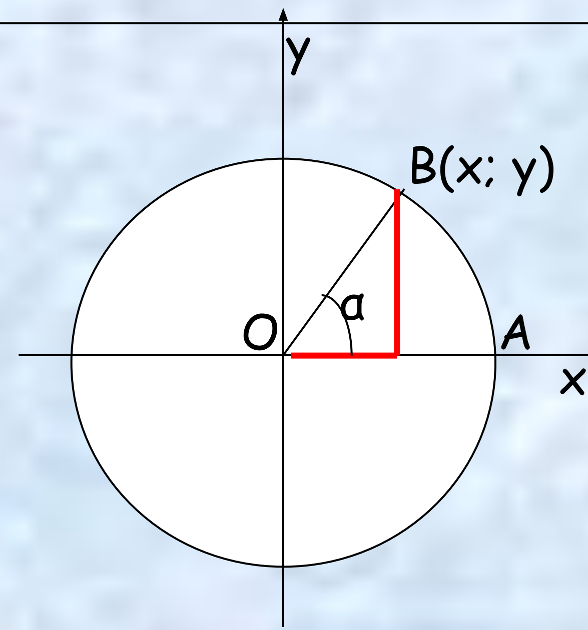
Тангенсом угла α называется отношение ординаты точки В к ее абсциссе.



$$tg\ \alpha = \frac{y}{x}$$

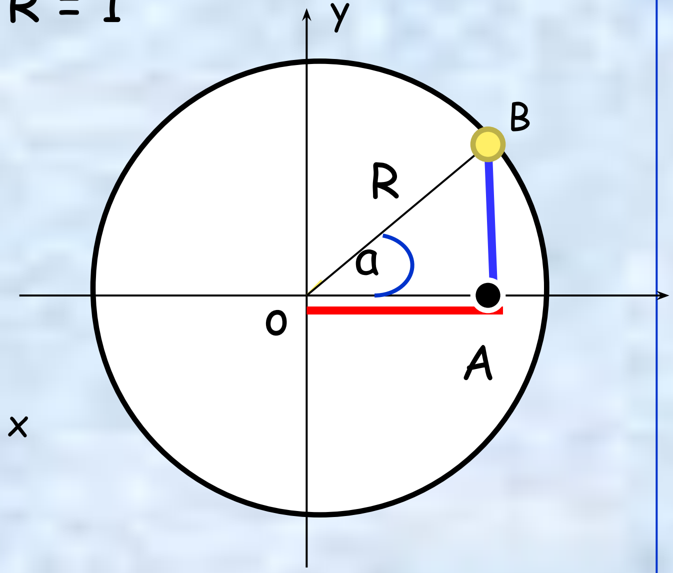
Котангенсом угла α называется отношение абсциссы точки В к ее ординате.

$$ctg\ \alpha = \frac{x}{y}$$



Основное тригонометрическое тождество (ОТТ)

$R = 1$



По теореме Пифагора для треугольника АОВ имеем:

$OB^2 = OA^2 + AB^2$, так как $OB = 1$,

$AO = \operatorname{Cos} a$,

$AB = \operatorname{Sin} a$, то

$$\operatorname{Sin}^2 a + \operatorname{Cos}^2 a = 1.$$

$\operatorname{Sin} a = \pm\sqrt{1 - \operatorname{Cos}^2 a}$;

$\operatorname{Cos} a = \pm\sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2 a}$

Задание №3

Вычислить Cos a, если

Sin a=1/2 и угол находиться

90° < a < 180° ,т.е. во второй четверти.

Решение:

$\operatorname{Cos} a = -\sqrt{1 - \operatorname{Sin}^2 a} = -\sqrt{1-(1/2)^2} = -\sqrt{1-1/4} =$

$= -\sqrt{3}/\sqrt{4} = -\sqrt{3}/2.$

Вывод: Выбор знака перед корнем определяется знаком функции, стоящей в левой части.

Решаем варианты заданий из сборника ГИА 2014года

Задания №2.5.1 Дано: ΔABC, угол $C = 90°$, $\sin a = \sqrt{3}/2$.

Найти: $\cos a$ -?

По ОТТ имеем $\cos a = \sqrt{1 - \sin^2 a} = \sqrt{1 - (\sqrt{3}/2)^2} = \sqrt{1 - 3/4} = 1/2 = 0{,}5$ Угол $a = 60°$.

Задание №2.5.6 Дано: ΔABC, угол $C = 90°$, $\cos a = \sqrt{2}/4$.

Найти: $\operatorname{tg} a$ -?

По ОТТ имеем $\sin a = \sqrt{1 - \cos^2 a} = \sqrt{1 - (\sqrt{2}/4)^2} = \sqrt{1 - 2/16} = \sqrt{14/16} = \sqrt{14}/4$.

$\operatorname{tg} a = \sin a : \cos a = \sqrt{14}/4 : \sqrt{2}/4 = \sqrt{14} : \sqrt{2} = \sqrt{7}$.

Задание № 2.5.8 Дано: ΔABC, угол $C = 90°$, $\sin a = 5/\sqrt{41}$.

Найти: $\operatorname{ctg} \beta$ -?

Так как, $\operatorname{ctg} \beta = \cos \beta : \sin \beta$ и $\cos \beta = \sin a = 5/\sqrt{41}$ по определению функций ,то $\sin \beta = \sqrt{1 - \cos^2 \beta} = \sqrt{1 - (5/\sqrt{41})^2} = \sqrt{16}/\sqrt{41} = 4/\sqrt{41}$.

Тогда $\operatorname{ctg} \beta = (5/\sqrt{41}) : (4/\sqrt{41}) = 5:4 = 1{,}25$

Спасибо за хорошую работу !