

## Упростить:

$$\text{а) } \cos \alpha \cos 3\alpha - \sin \alpha \sin 3\alpha = \cos 4\alpha$$

$$\text{б) } \sin 2\alpha \cos \alpha + \cos 2\alpha \sin \alpha = \sin 3\alpha$$

$$\text{в) } \sin \alpha \cos 3\alpha + \cos \alpha \sin 3\alpha = \sin 4\alpha$$

$$\text{г) } \frac{\operatorname{tgy} + \operatorname{tg}3y}{1 - \operatorname{tgy}\operatorname{tg}3y} = \operatorname{tg}4y$$

# Формулы двойного аргумента

# Формула синуса двойного аргумента

В формуле синуса суммы двух аргументов:

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha \cos\beta + \cos\alpha \sin\beta$$

замените  $\beta$  на  $\alpha$ :

$$\sin(\alpha + \alpha) = \sin\alpha \cos\alpha + \sin\alpha \cos\alpha$$

получится формула синуса двойного аргумента.

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$$

## Формула косинуса двойного аргумента

В формуле косинуса суммы двух аргументов:

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha \cos\beta - \sin\alpha \sin\beta$$

замените  $\beta$  на  $\alpha$ :

$$\cos(\alpha + \alpha) = \cos\alpha \cos\alpha - \sin\alpha \sin\alpha$$

получится формула косинуса двойного аргумента.

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

## Другие формулы косинуса двойного аргумента

В формуле косинуса двойного аргумента

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \text{заменим } \cos^2 \alpha:$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \quad \text{получим:}$$

$$\cos 2\alpha = 1 - \sin^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha$$

## Другие формулы косинуса двойного аргумента

В формуле косинуса двойного аргумента

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad \text{заменим } \sin^2 \alpha :$$

$$\sin^2 \alpha = 1 - \cos^2 \alpha \quad \text{получим:}$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - 1 + \cos^2 \alpha$$

$$\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$$

## Формула тангенса двойного аргумента

Из формулы тангенса суммы двух аргументов, заменив  $\beta$  на  $\alpha$ , получить формулу тангенса двойного аргумента.

$$tg(\alpha + \beta) = \frac{tg\alpha + tg\beta}{1 - tg\alpha tg\beta} \quad tg(\alpha + \alpha) = \frac{tg\alpha + tg\alpha}{1 - tg\alpha tg\alpha}$$

получится формула тангенса двойного аргумента.

$$tg 2\alpha = \frac{2tg\alpha}{1 - tg^2\alpha}$$



Упростите выражение:

$$1) \frac{\sin 2t}{\cos t - \sin t} = \sin t \cdot \sin t.$$

Решение.

$$\frac{\cos 2t}{\cos t - \sin t} - \sin t = \frac{\cos^2 t - \sin^2 t}{\cos t - \sin t} - \sin t =$$
$$\frac{\cos t}{\cos t} = \frac{2 \sin t \cos t - \sin t}{\cos t - \sin t} - \sin t =$$

$$= \frac{(\cos t - \sin t)(\cos t + \sin t)}{\cos t - \sin t} = \frac{2 \sin t \cos t - \sin t}{\cos t - \sin t} = \sin t \cdot \sin t =$$

$$= \cos t + \sin t - \sin t = \cos t.$$





Упростите выражение:

$$2) \frac{\sin 40^\circ + \sin^2 18^\circ}{\sin 20^\circ \cos 18^\circ}$$

Решение.

$$\frac{\sin 40^\circ}{\sin 20^\circ \cos 18^\circ} \pm \frac{\sin 18^\circ \cdot 20^\circ}{\sin 20^\circ} \cdot \cos \frac{2 \cdot \sin 20^\circ \cos 20^\circ}{\sin 18^\circ + \sin^2 18^\circ} \equiv$$

$$= \frac{2 \cos 20^\circ}{\cos 18^\circ} - \sin^2 18^\circ + \sin^2 18^\circ = \frac{\cos 18^\circ}{\cos 18^\circ} =$$

$$= \frac{\cos^2 18^\circ}{\cos 18^\circ} =$$

$$= \cos 18^\circ.$$



**Вычислите:**

$$2 \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ} = \sin 30^{\circ}$$

**Ответ: 0,5**

$$\left( \cos 15^{\circ} + \sin 15^{\circ} \right)^2 =$$

$$= \cos^2 15^{\circ} + 2 \sin 15^{\circ} \cos 15^{\circ} + \sin^2 15^{\circ} =$$

$$= 1 + \sin 30^{\circ}$$

**Ответ: 1,5**



**Вычислите:**

$$2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} = \sin \frac{\pi}{4}$$

**Ответ:**  $\sqrt{2} / 2$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} - \left( \cos \frac{\pi}{8} + \sin \frac{\pi}{8} \right)^2 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \left( \cos^2 \frac{\pi}{8} + 2 \sin \frac{\pi}{8} \cos \frac{\pi}{8} + \sin^2 \frac{\pi}{8} \right) =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} - \left( 1 + \sin \frac{\pi}{4} \right) =$$

**Ответ:**  $-1$



**Вычислите самостоятельно:**

$$\frac{2\operatorname{tg}15^{\circ}}{1-\operatorname{tg}^2 15^{\circ}}$$

**Ответ:**  $\sqrt{3} / 3$

$$\frac{2\operatorname{tg} \frac{\pi}{6}}{\operatorname{tg}^2 \frac{\pi}{6} - 1}$$

**Ответ:**  $-\sqrt{3}$

$\sin 2t, \cos 2t, \operatorname{tg} 2t, \operatorname{ctg} 2t$

если  $\sin t = \frac{5}{13}, \frac{\pi}{2} < t < \pi$

**Ответ:**

$$\sin 2t = -\frac{120}{169}, \cos 2t = \frac{119}{169}, \operatorname{tg} 2t = -\frac{120}{119}, \operatorname{ctg} 2t = -\frac{119}{120}.$$

# ЕГЭ

Найдите значение выражения

$$\frac{12 \sin 11^\circ \cdot \cos 11^\circ}{\sin 22^\circ}$$

Ответ: 6

$$\frac{50 \sin 19^\circ \cdot \cos 19^\circ}{\sin 38^\circ}.$$

Ответ: 25

$$\frac{24(\sin^2 17^\circ - \cos^2 17^\circ)}{\cos 34^\circ}$$

Ответ: -24

# ЕГЭ

Найдите

$$9 \cos 2\alpha$$

если

$$\cos \alpha = \frac{1}{3}$$

Ответ: -7

$$\frac{10 \sin 6\alpha}{3 \cos 3\alpha}$$

если

$$\sin 3\alpha = 0,6$$

Ответ: 4