«Производная и ее применение в **алгебре, геометрии**».

Андреева Л. В.

Цель работы:

- **Закрепление изученного материала по теме «Производная» и ознакомление с её прикладной частью.**

План работы:

1. Определение производной.
2.Исследование функции на монотонность.
3.Касательная к графику.
4.Правила вычисления производных.

Определение производной

Производной данной функции в точке х называется предел отношения приращения этой функции к приращению аргумента в точке х, когда приращение аргумента стремится к нулю.

1.Исследование функции на монотонность

Будем считать, что рассматриваемая функция *$y=f(x)$* определена и дифференцируема в каждой точке отрезка *$a \le x \le b$*.

функция $f(x)$ возрастает (или убывает) в промежутке $a<x<b$, если:

производная $f'(x)$ не отрицательна (или не положительна) в промежутке $a<x<b$,

$$f'(x) \ge 0 \quad (\text{или } f'(x) \le 0)$$

Пример. Определить промежутки возрастания и убывания функции: *$y = x^3 - x^2 - 8x + 2$*.

Решение: Чтобы применить признаки возрастания и убывания функции, найдем производную данной функции и определим значения *x*, при которых она положительна или отрицательна:

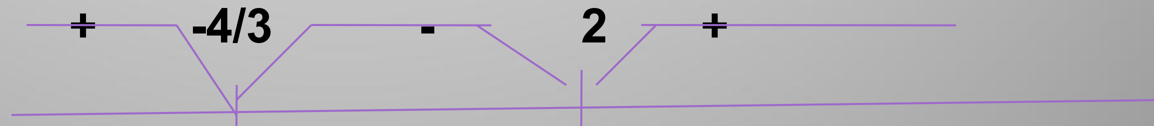
$$y' = 3x^2 — 2x — 8.$$

Корни трехчлена: $x_1 = -4/3$, $x_2 = 2$.

Отсюда:

$$y' = 3(x+4/3)(x-2).$$

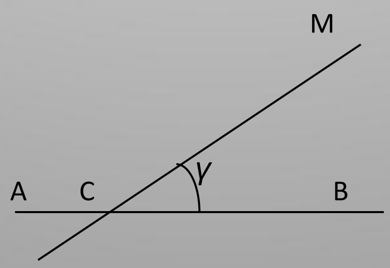
возрастает убывает возрастает

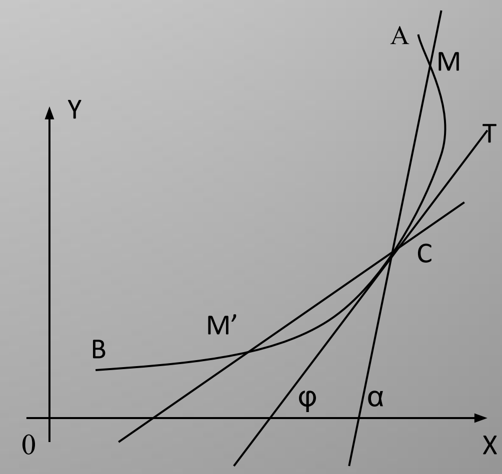


Ответ: функция возрастает в промежутках $-\infty < x < -4/3$ и $2 < x < +\infty$ и убывает в промежутке $— 4/3 < x < 2$.

2.Касательная к графику

- Вообразим, что на кривой *АВ* точка *М* неограниченно приближается к неподвижной точке *С*, секущая *СМ* при этом вращается вокруг точки *С*. Может случиться, что, независимо от того, будет ли точка *М* приближаться к *С* в направлении от *А* к *С* или от *В* к С (на черт точка *М'*), существует одна и та же прямая *СТ* — предельное положение секущей *СМ.*





Правила вычисления производных

Правило 1: *Если функции **u** и **v** дифференцируемы в точке x_0, то и сумма дифференцируема в этой точке и*

$$(u + v)' = u' + v'$$

Правило 2: *Если функции **u** и **v** дифференцируемы в точке x_0, то и произведение дифференцируемы этой точке и*

$$(uv)' = u'v + uv'$$

Правило 3: *Если функции **u** и **v** дифференцируемы в точке x_0 функция v не равна нулю в этой точке, то частное **u/v** также дифференцируемо в x0 и*

$$(u/v)' = u'v – uv'/v^2$$

1.Найдите производные функций.

- 1. $f(x) = x^2 + x^3$ 2. $f(x) = x^2 + 3x – 1$
- 3. $y = x^8 – 3x^4 – x + 5$ 4. $y = x^7 – 4x^5 + 2x - 1$

2.Вычислите значения производной функции f в данных точках:

$f(x) = x^2 – 3x$, если $x = -1/2$, $x = 2$

3.Решите уравнение f ‘(x) = 0, если:

- а) $f(x) = 2x^2 – x$ б) $f(x) = -2/3x^3 + x^2 + 12$
- в) $f(x) = x^3/3 – 1,5x^2 – 4x$ г) $f(x) = 2x – 5x^2$

Ответы:

1. а) $f'(x) = 2x + 3x^2$ б) $f'(x) = x + 3$

в) $y' = 8x^7 - 12x^3 - 1$ г) $y' = 7x^6 - 20x^4 + 2$

2. $f'(-1/2) = -4$

$f'(2) = 1$

3. а) 0,25 б) 0,1

в) 4; -1 г) 2; -2