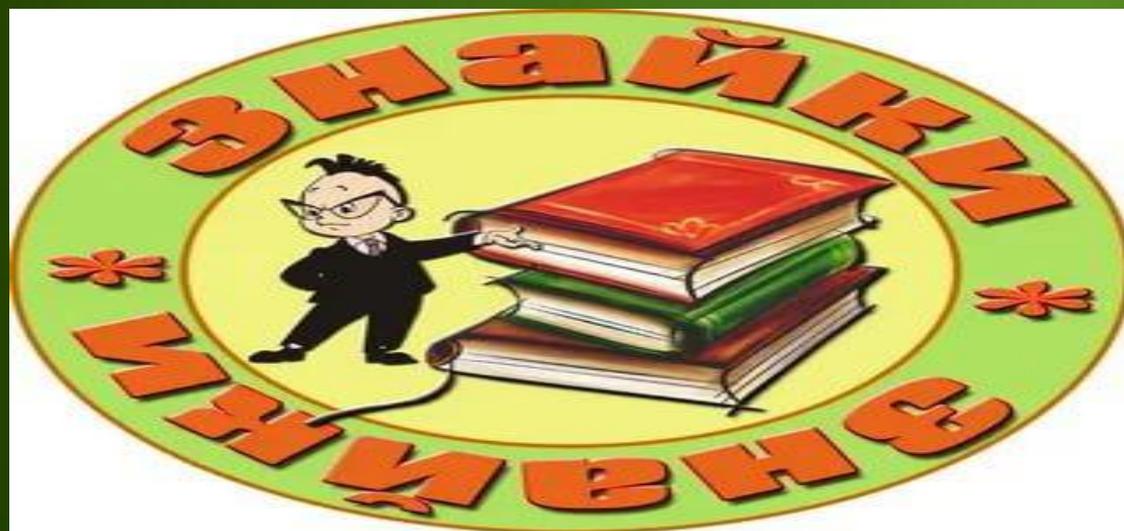


ПЛАНИРОВАНИЯ ЗАНЯТИЙ
МАТЕМАТИЧЕСКОГО КРУЖКА
ДЛЯ 5 - Б КЛАССА





№	Тематическое занятие	Десятиминутка	Другие формы
6	✓ Делимость чисел [1, с. 28]	✓ Стихи о делимости [2,с.12]	✓ «Математика на пальцах» [4, с. 21]
7	✓ Принцип Дирихле [6, с. 37;]	✓ «Однажды жило-было одно число — число 1» [7с.8]	✓ «Разрезать, что бы пролезть» [6,с.5]
8	✓ Задачи на проценты [3, с.39]	✓ Знаменитые четверки [7,с.22]	✓ «Ребусы малютки» [5,с.182]
	✓ Литература		



Делимость чисел

Бібліотека журналу «Математика в школах України»

МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ РОБОТИ МАТЕМАТИЧНОГО ГУРТКА В 5-6 КЛАСАХ

2. ОСНОВНІ ТИПИ ЛОГІЧНИХ ЗАДАЧ

2.1. ПОДІЛЬНІСТЬ ЧИСЕЛ

З усіх дій арифметики найпримхливіша — це дія ділення. Вона має особливі властивості, можна сказати, особливу «вдачу». Візьмемо хоча б оперування з нулем. Для всіх інших арифметичних дій нуль — рівноправне число. Його можна і додавати, і віднімати; він може бути множником у дії множення, але дільником ніколи. Поділити на нуль взагалі не можна жодне число, жодний алгебраїчний вираз. Це — важлива особливість ділення, і коли до неї поставитися неухважно, то не обійтися без несподіванок; можна, наприклад, «довести» будь-яке явно хибне твердження — «парадокс».

«Вдача» ділення проявляється не тільки щодо нуля. Математична теорія приділяє багато уваги властивостям цілих чисел і законам, які керують діями над ними. Так ось, якщо обмежитися множиною самих тільки цілих (додатних і від'ємних) чисел, то знов-таки «капризує» лише одна дія — ділення. Її, як ви знаєте, не завжди можна виконати на множині цілих чисел. Прийнято вважати, що ціле число a ділиться на ціле число b , якщо серед цілих чисел знайдеться таке число c , добуток якого на b дає точно число a , а коли такого числа немає, то a не ділиться на b .

Усі ці особливості ділення і сприяли виникненню таких понять, як прості числа, найбільший спільний дільник (НСД), найменше спільне кратне (НСК), ознаки подільності чисел, а поступовий розвиток теорії подільності чисел привів до глибокого розширення всієї теорії чисел.

Робота над задачами цього розділу певною мірою збільшить уявлення про подільність чисел, а можливо, й спонукатиме до систематичного вивчення всієї теорії чисел.

Один з найважливіших способів розв'язання задач полягає в тому, що розв'язування конкретної задачі зводять до розв'язування іншої, простішої задачі.

Нехай треба встановити, чи ділиться якесь багатоцифрове число на інше задане число. Щоб відповісти на це запитання, в ряді випадків зовсім не треба вдаватися до безпосереднього ділення цього

Делимость чисел

числа. Розв'язування поставленої задачі дуже часто можна звести до з'ясування подільності деякого іншого, не багатозначного числа, складеного за тим чи іншим правилом із цифр заданого числа. Так і виникають ознаки подільності чисел.

Ознака подільності на 11

Якщо сума цифр заданого числа через одну дорівнює сумі решти цифр через одну або різниця цих сум ділиться на 11, то й задане число ділиться на 11.

А коли зазначені суми цифр через одну не дорівнюють одна одній і їх різниця не ділиться на 11, то й задане число не ділиться на 11.

Приклад. Чи ділиться 3 528 041 на 11?

Застосуємо ознаку:

$$3+2+0+1=6, 5+8+4=17, 17-6=11.$$

$17-6=11$, ділиться на 11. На підставі ознаки можна твердо сказати: число 3 528 041 обов'язково повинно ділитися на 11. Виконавши ділення безпосередньо, переконаєтесь у тому, що ознака працює.

Ознаки подільності на 8 і 4

Якщо число, утворене останніми трьома цифрами заданого числа, ділиться на 8, то й усе число ділиться на 8. Отже, питання зводиться до подільності на 8 деякого тризначного числа.

Але при цьому нічого не сказано, як у свою чергу швидко дізнатися про подільність цього тризначного числа на 8. Адже не завжди зразу видно, чи ділиться задане тризначне число на 8, і доводиться перевіряти це безпосереднім діленням.

Ознака подільності на 4 простіша. Тут треба, щоб ділилося на 4 число, яке складається тільки з двох останніх цифр випробовуваного числа.

Природно виникає запитання: чи не можна спростити й ознаку подільності на 8? Можна, якщо доповнити її спеціальною ознакою подільності тризначного числа на 8.

На 8 ділиться кожне тризначне число, в якого двоцифрове число, утворене цифрами сотень і десятків, додане до половини числа одиниць, ділиться на 4.

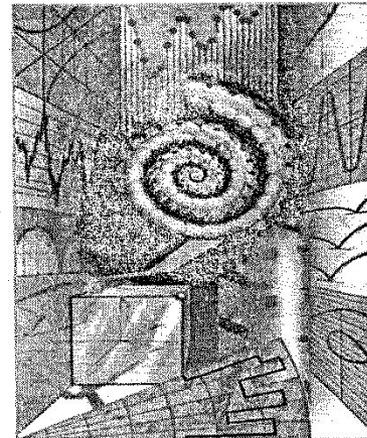
Приклад. Дано число 592. Щоб відповісти на питання про подільність його на 8, відокремимо одиниці і половину їх числа

додаємо до числа, утвореного цифрами десятків і сотень. Дістаємо $59+1=60$. Число 60 ділиться на 4. Отже, число 592 ділиться на 8.

Зауваження 1. Зрозуміло, що число, яке закінчується непарною цифрою, не може ділитися на 8.

Зауваження 2. У більшості випадків сума двоцифрового числа, зазначеного в ознаці, і половини одиниць заданого числа буде також двоцифровим числом.

Сума буде трицифровою тільки для чисел у межах від 984 до 998, але навіть і в цих випадках вона не перевищуватиме числа



$$103 (99+4=103).$$

Про подільність на 7

Чомусь числу 7 у народі приділяється особлива увага, і воно увійшло в його приказки і прислів'я:

Сім раз примір, один раз відріж.

Сім погод надворі: сіє, віє, мутить, крутить, рве, зверху лле, знизу мете.

Краще сім раз горіти, аніж один раз вдовіти!

У семи няньок дитина без ока.

У кого дочок сім — то й щастя всім, а у мене одна — то й щастя нема.

Число 7 багате не тільки на прислів'я, а й на різні ознаки подільності. Є кілька індивідуальних ознак подільності на 7. Пропонуємо дві до розгляду.

Перша ознака подільності на 7

Помножте першу зліва цифру випробовуваного числа на 3 і додайте наступну цифру; результат помножте на 3 і додайте наступну

Делимость чисел

цифру і т. д. до останньої цифри. Для спрощення після кожної дії дозволяється від результату віднімати 7 або число, кратне 7.

Якщо остаточний результат ділиться чи не ділиться на 7, то й дане ділиться чи не ділиться на 7.

Приклад. Визначимо подільність числа 48 916 на 7. Помножимо першу зліва цифру на $3: 4 \cdot 3 = 12$. Для подальших обчислень число 12 можна замінити числом 5, яке дістаємо, зменшивши 12 на 7. Заміняючи число a числом b , яке відрізняється від a на 7 або на число, кратне 7, ставитимемо між ними значок \equiv . Тоді першу дію можна записати так: $4 \cdot 3 = 12 \equiv 5$. Потім додаємо до 5 другу цифру 8 і знову виконуємо відповідну заміну: $5 + 8 = 13 \equiv 6$. Далі:

$$6 \cdot 3 = 18 \equiv 4, 4 + 9 = 13 \equiv 6, 6 \cdot 3 = 18 \equiv 4, 4 + 1 = 5, 5 \cdot 3 = 15 \equiv 1, 1 + 6 = 7.$$

Остаточний результат 7. Отже, число 48 916 ділиться на 7.

Друга ознака подільності на 7

Подільність на 7 за цією ознакою визначають так само, як за попередньою, з тією лише відмінністю, що множення треба починати не з крайньої лівої цифри числа, а з крайньої правої і помножити не на 3, а на 5.

Приклад. Чи ділиться на 7 число 37 184?

$$4 \cdot 5 = 20 \equiv 6, 6 + 8 = 14 \equiv 0, 0 \cdot 5 = 0, 0 + 1 = 1; 1 \cdot 5 = 5;$$

додавання цифри 7 можна пропустити;

$$5 \cdot 5 = 25 \equiv 4, 4 + 3 = 7 \equiv 0.$$

Число 37 184 ділиться на 7.

Курйоз подільності

На закінчення розглянемо чотири цікавих десятицифрових числа:

$$2\ 438\ 195\ 760 \quad 4\ 753\ 869\ 120 \quad 785\ 942\ 160 \quad 4\ 876\ 391\ 520.$$

У кожному з них є всі цифри від 0 до 9, але кожна цифра тільки по одному разу, і кожне з цих чисел ділиться на 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17 і 18.

Розглянемо такі задачі.

1. Число на гробниці

В одній з єгипетських пірамід учені знайшли на кам'яній плиті гробниці вигравіроване ієрогліфами число 2520. Важко точно сказа-

ти, за що випала така честь цьому числу. Можливо, за те, що воно без остачі ділиться на всі без винятку цілі числа від 1 до 10.

Справді, немає числа, меншого від 2520, яке б мало таку властивість. Неважко перекоонатись у тому, що це число є найменшим спільним кратним цілих чисел першого десятка.

2. Подарунки до Нового року

Готуючи подарунки дітям до Нового року, швидко розклали по пакетах цукерки і печиво. Але коли почали розкладати мандарини, то натрапили на таке утруднення: спочатку хотіли розкласти всі мандарини по 10 штук у пакет, — не вийшло: на один із пакетів лишилося 9 мандаринів; коли поклали по 9 мандаринів, лишилося 8 мандаринів на один із пакетів; спробували розкласти по 8 мандаринів, лишилося 7; почали розкладати по 7, лишилося 6; поклали по 6, лишилося 5.

— Що за дивина! Невже так буде і далі? Взяли папір, олівець і почали обчислювати. І що б ви думали: ділимо число мандаринів на 5, лишається 4; ділимо на 4, лишається 3; ділимо на 3, лишається 2; ділимо на 2, лишається 1. Ось яке дивне число мандаринів ми мали. А скільки ж все-таки?

3. Чи може бути таке число?

Чи може бути таке число, яке при діленні на 3 дає в остачі 1, при діленні на 4 дає в остачі 2, при діленні на 5 дає в остачі 3 і при діленні на 6 дає в остачі 4?

4. Кошик яєць

(зі старовинного французького задачника)

Жінка несла на базар кошик яєць. Перехожий невароком штовхнув жінку, кошик упав, яйця побились. Винуватець нещастя, щоб відшкодувати збитки, запитав:

— Скільки всього було яєць у кошику?

— Точно не пам'ятаю, — відповіла жінка, — але знаю, що, коли я виймала з кошика по 2, по 3, по 4, по 5 або по 6 яєць, у кошику лишалось одне яйце, а коли я виймала по 7, кошик був порожній.

Скільки яєць було у кошику?

5. Трицифрове число

Якщо від задуманого мною трицифрового числа відняти 7, то воно поділиться на 7, якщо відняти від нього 8, то воно поділиться

Делимость чисел

32

Матеріали для організації роботи математичного гуртка в 5–6 класах

на 8, а якщо відняти від нього 9, то воно поділиться на 9. Яке число я задумав?

6. Чотири теплоходи

У порту пришвартувалося 4 теплоходи. Опівдні 2 січня 2000 року вони одночасно залишили порт. Відомо, що перший теплохід повертається до цього порту через кожні 4 тижні, другий — через кожні 8 тижнів, третій — через 12 тижнів, а четвертий — через 16 тижнів.

Коли вперше теплоходи знов зустрінуться в цьому порту?

7. Помилка касира

Звертаючись до касира магазину, покупець сказав:

— Візьміть, будь ласка, з мене за 2 пачки солі по 90 к, за 2 шматки мила по 2 грн 70 к, за 3 пачки цукру і за 6 коробочок сірників, але вартості пачки цукру і сірників я не пам'ятаю.

Касир видав покупцеві чек на 29 грн 17 к. Подивившись на чек, покупець повернув його касирові і сказав:

— Підраховуючи загальну суму, ви, безперечно, помилились.

Касир перевірів і погодився. Довелося вибачитись і видати покупцеві інший чек. Як покупець знайшов помилку?

Скажіть, які числа
приведенні нижче,
деляться на 2?

123, 14 678,
19 786, 13 356 777,
124 468, 765 770.



Что для этого достаточно
знать?



Стихи о делимости

Делители и кратные

ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ

Знать обязательно каждому надо,
Чтоб получить без ошибки ответ:
Из натуральных разделятся на два
Четные числа, нечетные – нет.

Натуральные без всякого труда
Те лишь на три делятся всегда,
У которых сумма цифр, ты посмотри,
Без остатка тоже делится на три.

О том, что не вернуть минуты вспянь,
Давно по свету ходит поговорка.
А те лишь числа делятся на пять,
В конце которых ноль или пятерка.

Н. Зайцева

* * *

В джунгли прилетела Моль:
«У Осла делитель – ноль».
Звери все подняли вой –
Где делитель взял такой?
Слон сказал не очень строго:
«Пусть идет своей дорогой».

12

Истину понять изволь:

У ослов – делитель ноль!»

В чащу хмуро слон ушел,

Пробурчав: «Не прав Осел».

И. Кушнир, Л. Финкельштейн



Стихи о делимости

СЛУЧАЙ В ТРАКТИРЕ «ЗЕЛЕНЫЙ ДРАКОН»

Однажды ковбой по имени Джон,
Устав, не суди его строго,
Заехал в трактир «Зеленый дракон»,
Чтоб отдохнуть там немного.
3 кофе, кивнув, он себе заказал,
3 порции трюфелей,
12 сосисок и 9 сигар:
«Да рассчитайте скорей!»
«5 долларов с вас, – трактирщик сказал, –
И 14 центов, сэр».
Джон посмотрел на него, и достал
Из кобуры револьвер.
«А ну-ка, мой друг, сосчитай-ка опять,
Но чтоб было точно, не то,
Коль вздумаешь снова меня обсчитать,
Тебя превращу в решето».
И снова трактирщик считал, трясясь,
Ошибиться боялся он:
«Мне надлежит 5,13 с Вас».
«О'кей», – согласился Джон.
Но вот в чем загадка:
Джон ведь не знал
Цену тех вещей, что купил.
Так как же тогда он все же узнал,
Что жулик-трактирщик схитрил?

М. Юдовский

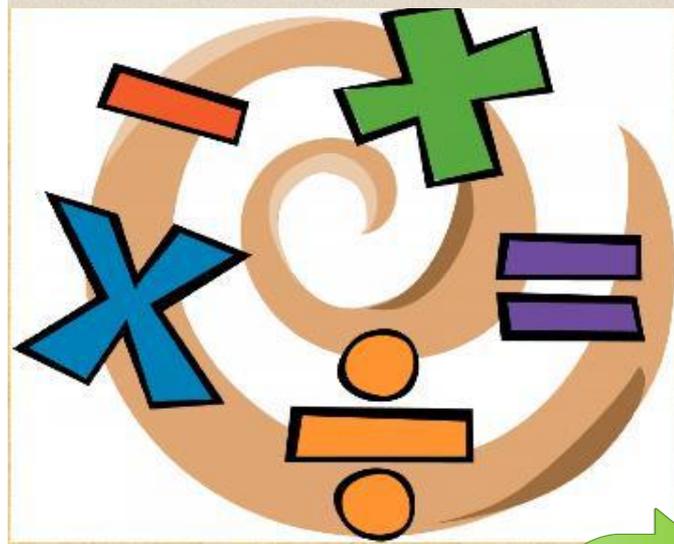
13

Вывод.

Признаки делимости:

На 9 - сумма цифр делится на 9;

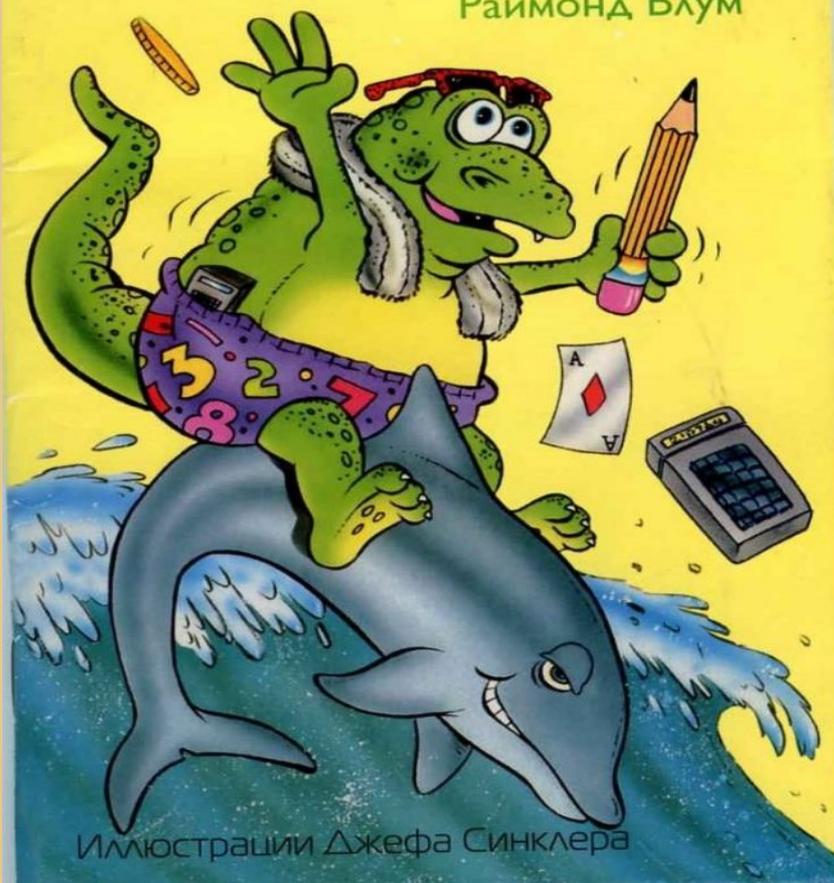
На 3 - сумма цифр делится на 3.



Математика на пальцах

Математические задачки

Раймонд Блум



Иллюстрации Джефа Синклера

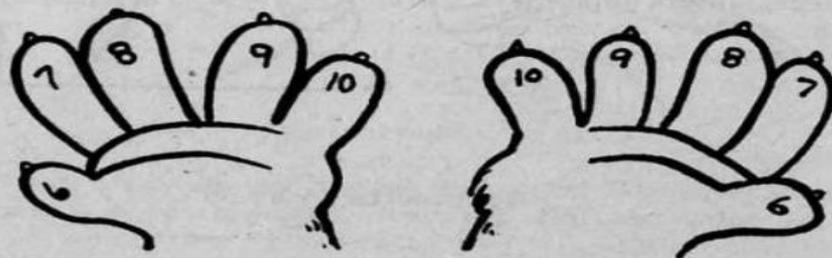
МАТЕМАТИКА НА ПАЛЬЦАХ



Знаешь ли ты, что можешь использовать пальцы для умножения? Если ты вдруг забудешь произведение каких-то двух чисел, то без труда сможешь вспомнить его, используя свои пальцы. Это легко, быстро и в то же время весело! Твои друзья и домочадцы будут поражены тем, как работает твой «ручной калькулятор»!

Что делать

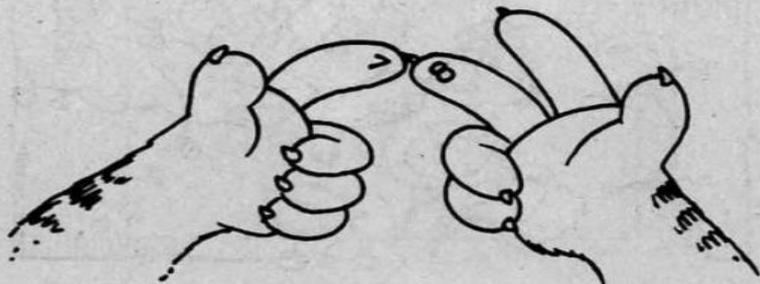
1. Держи свои руки ладонями вверх. Каждый палец соответствует цифре, как показано на рисунке.



Математика на пальцах

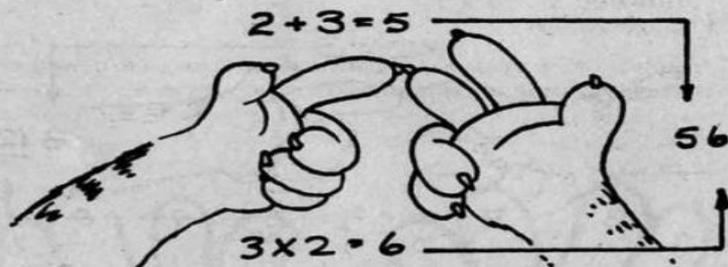
2. Чтобы перемножить два числа, соедини два соответствующих пальца.

Пример 1 7×8



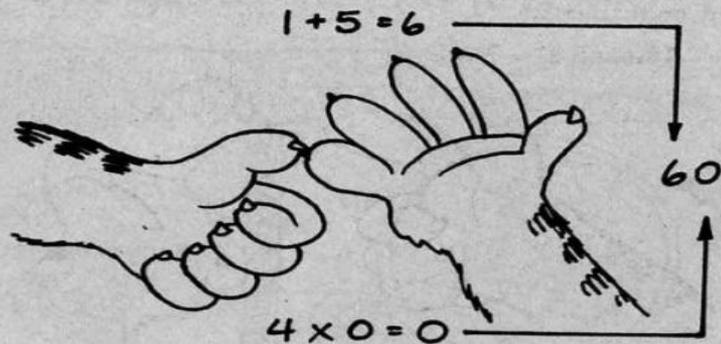
3. Сложи количество пальцев сверху, чтобы получить число на месте десятков.

4. Перемножь пальцы, оставшиеся снизу, для числа единиц.



Получается $7 \times 8 = 56$

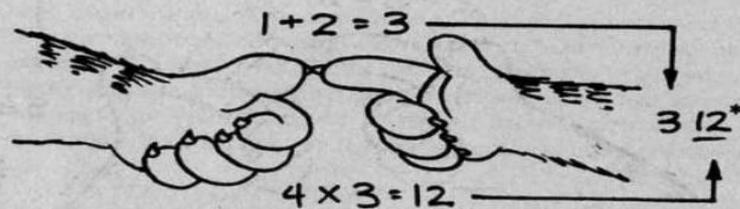
Пример 2 6×10



Получается $6 \times 10 = 60$

Исключение: 6×6 , 7×6 и 6×7 . В этом случае при перемножении пальцев снизу у тебя получится число больше 9. Для исключений нужно взять единицу от получившегося произведения и прибавить её к числу десятков.

Пример 3 6×7



Получается $6 \times 7 = 42$

* Число в единицах больше 9, поэтому берём число десятков от 12 и прибавляем его к 3. Итак, наш ответ 42.



Принцип Дирихле

Бібліотека журналу «Математика в школах України»

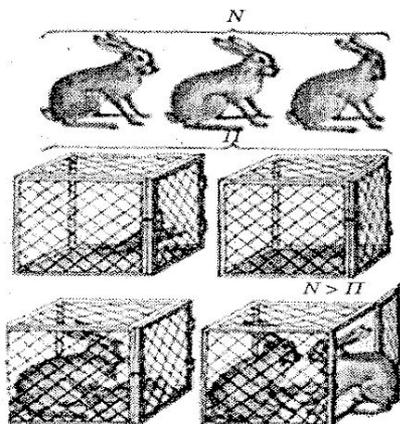
МАТЕРІАЛИ ДЛЯ ОРГАНІЗАЦІЇ РОБОТИ МАТЕМАТИЧНОГО ГУРТКА В 5-6 КЛАСАХ

2.5. ПРИНЦИП ДІРІХЛЕ

У своїй доповіді «Про професію математика» академік А. М. Колмогоров підкреслив, що навіть довести, що у хвойному лісі з восьмисот тисяч ялинок, на кожній з яких не більше 500 000 глиць, принаймні на двох ялинках число хвоїнок однакове, викликає труднощі в багатьох учнів. В олімпіадних задачах, які пропонувалися за останні роки, логічний наголос ставився саме на таких запитаннях. Подібні задачі можна умовно назвати задачами на принцип Діріхле. Під цим принципом розуміють таке твердження: «Якщо $n + 1$ об'єктів розмістити на n місцях, то знайдеться принаймні два об'єкти, які розмістяться на одному й тому самому місці». Цей принцип допоміг німецькому математикові П. Діріхле (1805–1859) досягти значних успіхів у своїх дослідженнях з теорії чисел. У жартівливій формі принцип Діріхле часто формулюють так: «П'ять кроликів не можна посадити у чотири клітки так, щоб кожний із них сидів в окремій клітці».



Принцип Дирихле



Розглянемо деякі задачі, які розв'язуються за допомогою принципу Діріхле.

1. У школі 740 учнів. Довести, що принаймні троє з них в один і той самий день святкують свій день народження.

Доведення. Якби щодня двоє учнів святкували свій день народження, то в школі було б 732 учні.

2. Довести, що серед 101 цілого числа можна вибрати два, різниця яких ділиться на сто.

Доведення. Нагадаємо, що при діленні числа на 100 може бути 100 остач: 0, 1, 2, ..., 99. Серед 101 остачі, які ми дістаємо від ділення даних в умові 101 числа на 100, принаймні дві однакові. Різниця цих двох чисел і ділиться на 100.

3. П'ять школярів з'їли шість цукерок. Чи правильно, що хоча б один з'їв не менше двох цукерок? Чи правильно, що один з'їв дві цукерки?

4. На складі є 28 пар взуття трьох розмірів. Доведіть, що серед них можна вибрати не менше ніж 10 пар однакового розміру.

5. У класі 15 учнів. Чи знайдеться місяць, у якому святкують свій день народження не менше ніж два учні цього класу?

6. У школі 30 класів і 1000 учнів. Доведіть, що у школі є клас, в якому не менше ніж 34 учнів.

Доведення. Якби такого класу не було, то в школі було б не більше ніж $30 \cdot 33 = 990$ учнів.

7. У школі навчається 677 учнів. Доведіть, що принаймні у двох із них збігаються перші літери імені та прізвища.

8. У класі навчається 41 учень. Під час диктанту учень Помилкін зробив 13 помилок, а всі інші — менше. Доведіть, що є принаймні 4 учні, які зробили однакову кількість помилок.



Выводы :



Таким образом, применяя данный метод, нужно:

1. Определить, что удобно в задаче принять за «клетки», а что за «зайцев».

2. Получить «клетки»; чаще всего «клеток» меньше (больше), чем «зайцев» на одну (или более).

3. Выбрать для решения требуемую формулировку принципа Дирихле.

Принцип Дирихле важен, интересен, полезен. Его можно применять в повседневной жизни, что развивает логическое мышление.



Число один

Однажды жило-было одно число — число 1. И на сегодняшний день 1 является самым распространенным числом в мире. Оно повсюду.

Тим Глинн-Джонс

Занимательная информация

СТРАННОСТИ И ЦИФР И ЧИСЕЛ


PENGUIN CLASSICS
Москва
2009

Хорошие единицы

Удаваться с первого раза, в один присест. Первоклассный, номер один.

Заодно, в согласии. Единственный в своем роде, еще та шутка. Единственный, избранник. Единственный и неповторимый. Одноразовый, единичный.

Плохие единицы

Однодневка, артист с одним единственным номером. Единоличник, одинокий волк (человек). Односторонне развитый.

И другие

Человек — оркестр (один человек, владеющий несколькими инструментами одновременно).

Улица с односторонним движением.

Фильмы об одиночках: «Пролетая над гнездом кукушки», «Один дома», «Одиножды один» (худ. фильм 1974 года, снятый реж. Геннадием Полокой по сценарию Виктора Мережко).

Если ноль — это никто, то номер один — с точностью наоборот: это лучший, победитель, лидер, любимец и т. д. Если вам посчастливилось родиться английской королевой, то единица в английском языке также используется в качестве обобщенно-личного местоимения для обозначения себя, королевского Величества. Но единица — это одинокое число, и китайцы считают его несчастливым.



Число один.

«Когда ты один, ты одинок, один — это хуже, чем два. Поэтому это число так печально, нет в мире грустнее числа».

«Один» Гарри Нильсен

□ 1 — это номер, который традиционно носит на футболке голкипер в футболе. Футболки с номерами были впервые использованы в английской лиге в 1928 году, в них были одеты игроки с номерами с 1 по 11. Идея о номерах для команд была впервые представлена в 1954 году на Кубке мира, а в 1978 году Аргентина продвинула эту идею дальше, пронумеровав на Кубке мира свою команду в алфавитном порядке. Это значит, что Норберто Алонсо, полузащитник, был в футболке под номером 1. Номера для клубных команд были также впервые введены в Англии в 1993 году, и эта система действует по сей день.

Все как один

Число 1 лежит в основе многих понятий. Слова «одинокий», «одинокчество» и «одиночка» все имеют корень «один», так же как «единоличник», «единственный» — корень «един», «единица». «Соло», исполнение при помощи одного инструмента, произошло от латинского слова «solus», которое означает «одинокий»; от него, в свою очередь, образовались слова «солидарный» и «солитер» (игра с одним участником). Единица, единственный экземпляр чего-либо, родственные слова: «единство», «объединять», «соединение». От латинского корня «unus», что означает «один» (в английском языке «unit» — единица, штука), произошли такие слова, как унисон, униформа, уникальный, унисекс.

*

Один протон (положительно заряженная частица) входит в ядро атома водорода. Водород стоит на первом месте в периодической таблице (заряд его ядра равен +1), в которой представлены все известные 117 элементов, расположенные в одном порядке по количеству протонов (заряду ядра). Подсчитано, что водород составляет около $\frac{3}{4}$ массы всей Вселенной.

Число один.

Одно к одному

Когда вы изучаете набор данных, вы, скорее всего, ожидаете увидеть числа от 1 до 9, которые встречаются в качестве первой цифры приблизительно в равных пропорциях: 11,1 % случаев. Однако американский физик по имени Франк Бэнфорд открыл, что это не так. В действительности 1 появляется в качестве первой цифры почти в трети всех случаев (30,1 %). Чем дальше вы приближаетесь к 9, тем больше уменьшается эта вероятность. 9 как первая цифра появляется только в 4,6 % случаев. Напротив, люди, которые придумывают несуществующие данные, обычно имеют тенденцию начинать с цифры 6. Это открытие побудило вдохновенных исследователей при проверке фальшивых данных и подделок обратиться к закону Бэнфорда. Поэтому, если вы вдруг соберетесь подделать свою налоговую декларацию, добавьте чуть больше единиц. Исследования также показали, что число 1 сбивает людей с толку. На процессе опознания полицейские не включают число 1 при нумерации людей. Как показывает практика, это влияет на выбор свидетеля.

В математике 1 — единственное число, кроме 0, квадратный корень которого имеет то же значение, что и само число: $1 \times 1 = 1$. А ниже приведен интересный ряд итоговых значений с числом 1:

$$1 \times 1 = 1 \quad 11 \times 11 = 121 \quad 111 \times 111 = 12321 \quad 1111 \times 1111 = 1234321 \quad 11111 \times 11111 = 123454321$$

Что мы все знаем о слове «первый»? Первая леди (Марта Дэндридж Кастис Вашингтон была самой первой).

«Первая рана — самая глубокая».

От первой любви до последнего обряда перед смертью.

Первый пересек финишную прямую.

Первый среди равных.

Число один.

1,4142 — квадратный корень из 2.

Как доказано Пифагором, выдающимся греческим математиком, если взять прямоугольный треугольник, у которого две стороны имеют одинаковую длину, гипотенуза (длинная сторона) будет равна $\sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2} = 1,4142$. Эта формула вытекает из теоремы Пифагора и используется при вычислении длины диагонали прямоугольника.

С помощью теоремы Пифагора строители и архитекторы разработали легкий метод построения прямых углов. Например, египтяне использовали веревки с узелками, завязанными с равными интервалами, формируя 12 одинаковых частей. Эта веревка закреплялась, образуя треугольник со сторонами из 3, 4 и

5 частей. Угол напротив 5 части и являлся прямым, так как $5^2 = 3^2 + 4^2$.

Отношение диагонали квадрата к его стороне = 1,4142.

Однако $\sqrt{2}$ известен как иррациональное число, понятие, в которое отказывался верить Пифагор. Иррациональное число — это число, которое не может быть выражено в виде дроби, например x/y , где x и y — целые числа. Один из его учеников, пытаясь выразить $\sqrt{2}$ в виде дроби, понял, что это невозможно, и ввел понятие «иррациональные числа». По легенде, его утопили за дерзость по указанию Пифагора.

1,618 — «золотое число» фи.

А сейчас вопрос для вас. Что общего у следующих вещей?

Великие египетские пирамиды

Пантеон

Собор Парижской Богоматери

Подсолнух

«Тайная вечеря» Леонардо да Винчи

Скрипка Страдивари

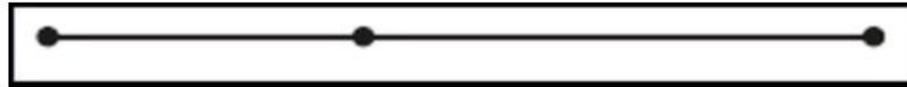
Человеческое тело

Соотношение определенных частей всех этих объектов подчиняется закону «золотого сечения» и равно приблизительно 1,618, оно называется также числом фи (открыто Фибоначчи), «золотым числом» и божественной пропорцией. Чем больше смотришь, тем больше понимаешь его значение. Оно применяется в геометрии, математике, естественных науках и искусстве, оно определяет многие измерения в жизни — в такой, какой мы ее знаем.

Число один.

Геометрия и архитектура

Начертите линию. Затем разделите ее на два отрезка так, чтобы соотношение малого отрезка к большому было равно соотношению большого отрезка к целой линии.



Отрезки «золотой пропорции» выражаются иррациональным числом 0,618, а соотношение отрезков, как указано выше, — 1,618. То есть длинный отрезок в 1,618 раза длиннее, чем короткий отрезок, а целая линия в 1,618 раза длиннее, чем длинный отрезок. Греки называли это «обрезать линию в крайнем и среднем соотношении», но это получило более широкую известность под таким поэтичным названием, как «золотое сечение», использование «золотой пропорции». Сходство между соотношением (1,618...) и точкой пропорции линии, где вы поставили отметку, разделяющую отрезки (0,618), не заканчивается тройным многоточием; оно длится до бесконечности.

Вот первое поразительное свойство фи:

$$1/\text{фи} = \text{фи} - 1,$$

$$\text{то есть } 1:1,618 * 1,618 - 1.$$

Такое невозможно ни с одним другим числом. Если среди вас есть математики, они выведут из этого еще одно удивительное равенство:

$$\text{фи}^2 = \text{фи} + 1,$$

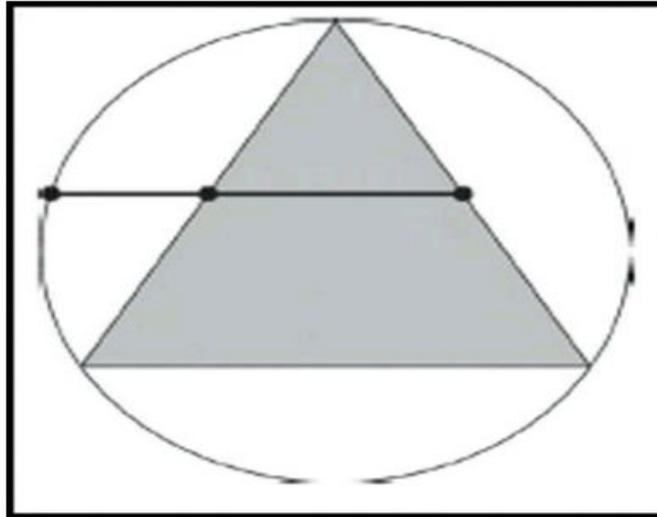
$$\text{то есть } 1,618 * 1,618 = 2,618 = 1,618 + 1.$$

Древние египтяне и греки обходились без помощи калькуляторов, которые дают число фи с бесчисленным множеством десятичных разрядов, и применяли его свойства.

Древние математики обнаружили, что «золотое сечение» можно получить при помощи обычной геометрии и, следовательно, применять его в любом масштабе, какой только пожелаешь, даже для строительства великих пирамид.

Вот один из способов, как это можно сделать. Нарисуем равнобедренный треугольник внутри окружности таким образом, чтобы вершины его углов лежали на линии окружности. Проведем от верхнего угла медиану, которая разделит его основание на две равные части. Теперь нарисуем линию, соединяющую середины равных сторон треугольника и пересекающую линию окружности. Точка пересечения медианы и этой линии (центр) будет вершиной прямого угла первичного «золотого треугольника», где катеты (а также отрезки от центра до середины стороны треугольника и до линии окружности) будут иметь отношение, равное фи.

Число один.



Число фи выражается соотношениями между окружностью и другими правильными геометрическими фигурами, и об этом было известно древним архитекторам, которые искали идеальные пропорции для своих сооружений. Каждый, кто посещал пирамиды в Египте или Пантеон в Афинах, согласится, что они впечатляют.

Последователи древних математиков

Леонардо Фибоначчи проводил исследования на кроликах, а получилось так, что его имя вошло в историю. Он хотел вычислить скорость увеличения их поголовья, начиная с двух молодых особей разного пола. Он начертил таблицу роста поголовья, в основе которой находилась пара одномесячного возраста, месяц спустя родилась еще одна разнополая пара, дальше все происходило в таком же порядке. Если вы попытаетесь сами произвести подобный расчет, начиная с 0, и запишете количество пар кроликов в конце каждого месяца (в данном расчете мы не учитываем возможные случаи смерти), у вас получится ряд чисел: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89. Эта числовая последовательность называется «ряд Фибоначчи» и продолжается до бесконечности. Формула очень проста: каждое число является суммой двух предшествующих чисел. Более глубокий взгляд на отношения между числами в ряду Фибоначчи показывает: чем дальше мы продвигаемся вперед по шкале чисел, тем ближе и ближе к «золотому числу» соотношение каждого числа к последующему.

Поэтому числа Фибоначчи тесно связаны с фи, «золотым сечением», и это отражается далеко за пределами созданного человеком мира математики и геометрии.

«Разрезать, что бы пролезть»

Задача



7. Можно ли в тетрадном листке вырезать такую дырку, через которую пролез бы человек?



Подсказка:

7. Попробуйте сложить лист вдвое и вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие. Вы получите узкую дыру с широкими краями. Попробуйте увеличить «длину» краёв за счёт уменьшения их «ширины».

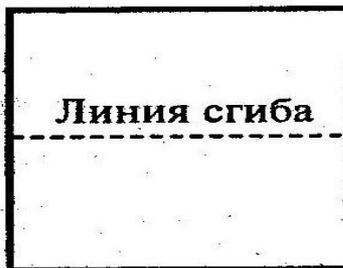
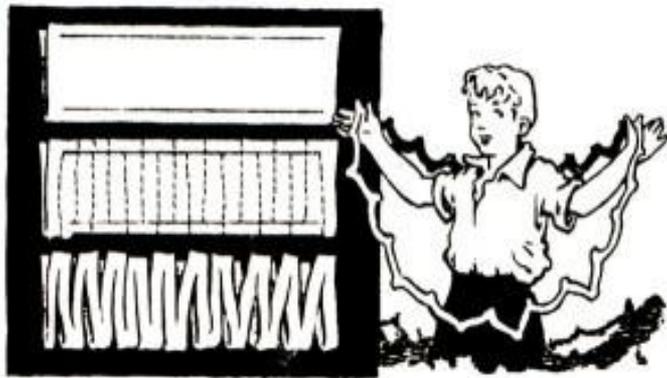


«Разрезать, что бы пролезть»

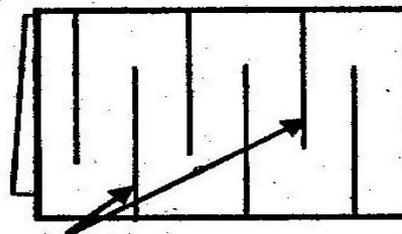


Ответ

7. Нужно сложить лист вдвое, вырезать вдоль линии сгиба узкое отверстие, а затем сделать много прямолинейных разрезов так, как показано на рисунке. Первый разрез делает «дырку», а остальные увеличивают длину «краёв» этой дырки.

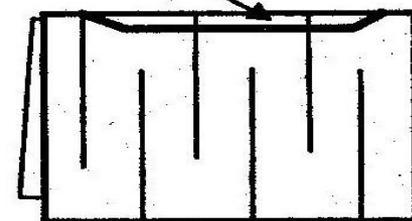


Линия сгиба



Линия надреза

Линия надреза



«Задачи на проценты»

Что называют процентом?

Процентом называется сотая часть какого-либо числа (величины).



Как обозначают процент?

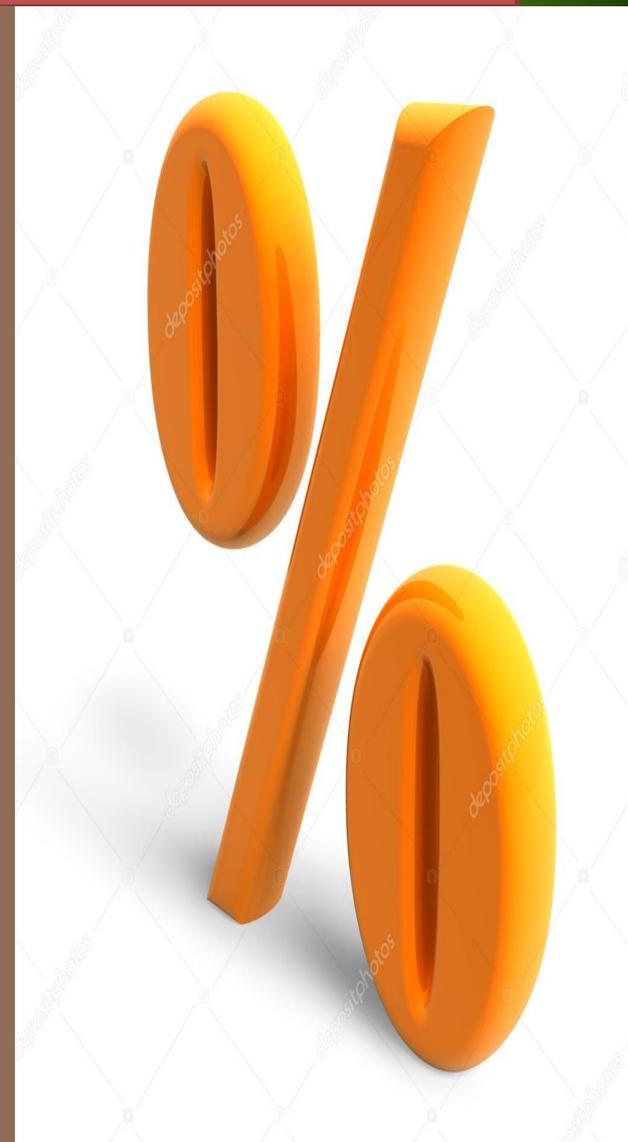
Процент обозначается знаком %, например, 5%, 100%



«Задачи на проценты»

ПАМЯТКА

- Процентом называется сотая часть какого-либо числа (величины).
- Процент обозначается знаком %, например, 5%, 100%.
- Найти $P\%$ от A – это $P/100 \cdot A$, например 2% от 300 – это $2/100 \cdot 300 = 6$.
- Чтобы записать дробь в виде процентов, надо умножить ее на 100%.
- Чтобы количество процентов записать в виде дроби надо это число разделить на 100



«Задачи на проценты»

205. Ученик прочитал 138 страниц, что составляет 23% числа всех страниц в книге. Сколько страниц в книге?
206. Разложите 80 тетрадей на две стопки так, чтобы число тетрадей одной из них составило 60% числа тетрадей другой стопки.
207. Когда из первого бидона перелили во второй 12,5% находившегося в первом бидоне молока, то молока в бидонах стало поровну, по 35 литров. Сколько молока было во втором бидоне?
208. Множимое увеличили на 50%, а множитель уменьшили на 50%. Как изменилось произведение?
209. Что больше: 15,43% от 5 или 5% от 15,43?
210. Как изменится цена товара, если сначала её увеличить на 100%, а затем уменьшить на 50%?
211. Цену картофеля повысили на 20%. Через некоторое время её понизили на 20%. Когда картофель стоил дешевле: до повышения или после снижения?
212. A , B и C состязались в беге на 100 м. Когда A финишировал, B отставал от него на 10 м. Когда B финишировал, C отставал на 10 м. На сколько отставал C от A , когда A закончил бег?
- 212'. В одном магазине цены уменьшили на 10%, а потом ещё на 10% (от нового уровня). А в другом цены просто сразу снизили на 20%. Что выгоднее для покупателя?



«Задачи на проценты»



219. В сосуде было 20 литров спирта. Часть его отлили и долили столько же воды. Затем, перемешав, отлили такую же часть и сосуд опять долили водой. В сосуде спирта оказалось втрое меньше, чем воды. Какую часть отливали?
220. Число 51,2 трижды увеличивали на одно и то же число процентов, а затем трижды уменьшали на то же самое число процентов. В результате получилось число 21,6. На сколько процентов увеличивали, а затем уменьшали это число?
221. М. В. Ломоносов тратил одну денежку на хлеб и квас. Когда цены выросли на 20%, на ту же денежку он приобретал полхлеба и квас. Хватит ли той же денежки хотя бы на квас, если цены ещё раз вырастут на 20%?
222. Пройдя половину пути, катер увеличил скорость на 25% и поэтому прибыл на полчаса раньше. Сколько времени он двигался?
223. В сентябре проездной билет на метро стоил 800 рублей. В октябре стоимость билета увеличили, в результате чего число проданных билетов уменьшилось на 25%, а выручка от их продажи уменьшилась на 6,25%. Сколько стал стоить проездной билет в октябре?



Знаменитые четверки

Потрясающая четверка — Джон, Пол, Джордж и Ринго (известные как группа «Битлз»).

Четыре апостола — Матфей, Марк, Лука и Иоанн (святые апостолы).

«The Four Tops» («Четверка избранных») — музыкальная группа студии «Мотаун» («Motown»), образованная в Детройте, Мичиган, в 1956 году. Члены группы: Леви Стаббс, Ренальдо «Оби» Бенсон, Лоренс Пэйтон и Абдул «Дьюк» Факир. Их самый популярный хит — «Reach Out I'll Be There» («Обратись, и я приду»), появившийся в 1966 году.

Банда четырех — четыре лидера Коммунистической партии Китая, включая председателя, жену Мао Цзедуна Цзян Цин, вместе с Чжан Чуньцяо, Яо Вэньюанем и Ван Хунвэнем, которые были арестованы в 1976 году после смерти Мао Цзедуна. Им вменялись в вину события «культурной революции» в 1960 году, которые привели страну к порогу гражданской войны.

□ Четырехминутная миля: вплоть до 6 мая 1954 года четырехминутная миля была, наверное, самым великим нерушимым барьером в атлетике. В этот день 25-летний британский студент-медик по имени Роджер Баннистер пробежал милю (1609 м) за 3 мин. 59,4 сек. 50 лет спустя рекорд в беге на 1 милю был сокращен до 3 мин. 43,13 сек. великим марокканским бегуном Хича-мом Эль Гуерро.

□ Плас-форз (Plus-fours) — брюки-четыреклинки, брюки-гольф. На них идет дополнительно четыре дюйма ткани; первоначально предназначались для игры в гольф.

□ «Четыре сезона в один день» — этой фразой пользуются в Австралии и Новой Зеландии, когда говорят об экстремальных изменениях погоды, которые могут происходить в прибрежных зонах за очень короткий промежуток времени.

□ Четыре действия в математике: сложение, вычитание, умножение, деление.

«Четверки» на экране: было создано более 500 фильмов, в название которых входило число «четыре».

□ Журналистика, или пресса, — это «четвертая власть». Остальные три включают политику, судебную власть и управление.



Знаменитые четверки

- Кровать с пологом на четырех опорах
- Четырехминутный инструктаж
- Четыре пальца вместе на руке (большой отдельно)
- Четыре масти в карточной игре
- Четыре части в классической симфонии
- Четыре сезона
- Сердце состоит из четырех камер



О четверках, вилках и всем, что с ними связано

Обычно у вил два зубца, у трезубца — три, а наша обеденная вилка имеет четыре зубца. Человеком, который первым представил вилку в Англии елизаветинской поры, был Томас Кориэт. Не ведающий стыда карьерист, Кориэт часто служил объектом для насмешек в кругах английской аристократии, и в целях самоутверждения он обошел всю Европу, преимущественно пешком, и описал свои приключения в книге под названием «Кориэтовы нелепости» («Coryat's Crudities»). Именно в этой книге он описывает вилку, которую видел в качестве обеденного прибора в Италии (стране, которая в те времена намного ушла вперед по развитию от Англии). То же самое касается и зонта.

Но вместо того, чтобы оказать ему доверие и уважение за непосредственную популяризацию таких важных символов Англии, его высмеяли в Суде, занимались плагиатом его книги, и он практически не получил ничего за свои усилия. Он опять отправился в путь, и на этот раз достиг Индии, где и умер в 1617 году. Судьба Гая Фокса сложилась еще более неудачно, чем Кориэта в Англии. В те же самые времена Гай Фокс был печально известным членом «Порохового заговора»^[1] 1605 года (попытка взорвать здание парламента).

Приговор Фокса звучал так: повесить, растянуть и четвертовать: это означало, что его тело было разрезано на четыре части для демонстрации в различных местах города. Его голова (пятая часть) также была выставлена на всеобщее обозрение. Все это произошло после того, как его протащили по улицам на дыбе, а кишки, внутренности и гениталии сожгли на его глазах. Он еще был жив, когда его повесили.



«Ребусы малютки»



39 Ребусы

Ребусом принято называть изображение какого-либо слова или целого предложения при помощи букв, цифр, рисунков, знаков и т. д. Ребус поэтому сразу не прочтешь: его нужно расшифровать, найти правильные наименования приведенных в ребусе знаков, предметов,

географических названий, чисел, фигур, рисунков и т. д. Ребус, следовательно, — головоломка, требующая для своей разгадки сообразительности, фантазии и вообще работы мысли.

Как решать и составлять ребусы

Для того чтобы решать и составлять ребусы, надо знать некоторые правила и приемы, которые употребляются при их составлении. Прочитайте и запомните эти правила. Для большей наглядности некоторые из них пояснены примерами.

- Названия всех предметов, изображенных в ребусе, читаются только в именительном падеже.
- Очень часто предмет, изображенный в ребусе, может иметь не одно, а два или больше названий, например «глаз» и «око», «нога» и «лапа» и т. п., или же он может иметь одно общее и одно конкретное значение, например «дерево» и «дуб», «нота» и «ре» и т. п. Подбирать нужно подходящее по смыслу. Умение определить и правильно назвать изображенный на рисунке предмет представляет одну из главных трудностей при расшифровке ребусов.
- Иногда название какого-либо предмета не может быть использовано целиком, необходимо отбросить в начале или в конце слова одну или две буквы. В этих случаях употребляется условный знак — запятая. Если запятая стоит слева от рисунка, то это значит, что от его названия нужно отбросить первую букву, если справа от рисунка — то последнюю. Если сто-



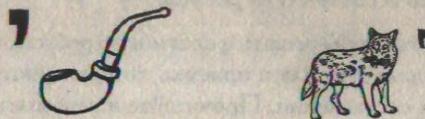
«Ребусы малютки»

178

Головоломки

ят две запятые, то соответственно отбрасывают две буквы и т. д.

Например, нарисована «трубка», а надо прочитать только «рубка», нарисован «волк», надо прочитать только «вол».



- Если два каких-либо предмета или две буквы нарисованы одна в другой, то их названия читаются с прибавлением «В».

Например: «в-о-з», или «д-в-а», или «в-о-семь».



- Если какая-либо буква состоит из другой буквы, то читают с прибавлением «из».

Например: «в-из-а» или «к-из-ил».

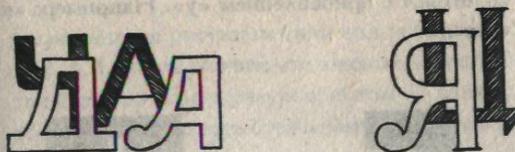
Игры со словами

179



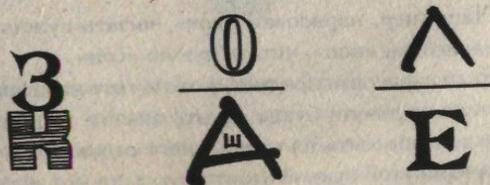
- Если за какой-нибудь буквой или предметом находится другая буква или предмет, то читать нужно с прибавлением «за».

Например: «за-да-ча» или «за-я-ц».



- Если одна фигура или буква нарисована под другой, то читать нужно с прибавлением «на», «над» или «под».

Например: «з-на-к», «под-о-ш-в-а» или «под-л-е».

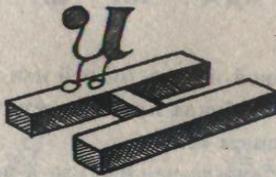


«Ребусы малютки»

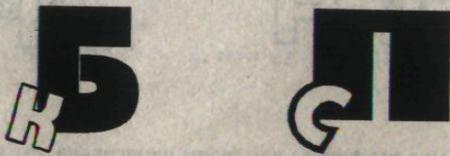
180

Головоломки

- Если по какой-либо букве написана другая буква, то читают с прибавлением «по». Например: «по-н-и».



- Если одна буква лежит у другой, прислонена к ней, то читают с прибавлением «у». Например: «к-у-б», «с-у-п».

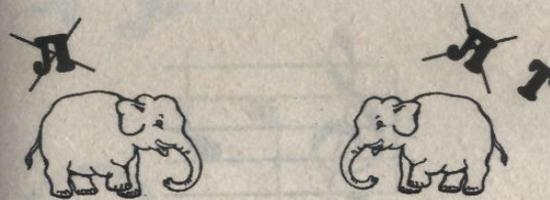


- Если в ребусе встречается изображение предмета, нарисованного в перевернутом виде, то наименование его нужно читать с конца. Например, нарисован «кот», читать нужно «ток», нарисован «нос», читать нужно «сон».
- Если нарисован предмет, а около него написана, а потом зачеркнута буква, то это значит, что букву эту надо выбросить из полученного слова. Если же над зачеркнутой буквой стоит другая, то это значит, что нужно ею заменить зачеркнутую.

Игры со словами

181

Например: «слон» читаем «сон», «слон» читаем «стон».

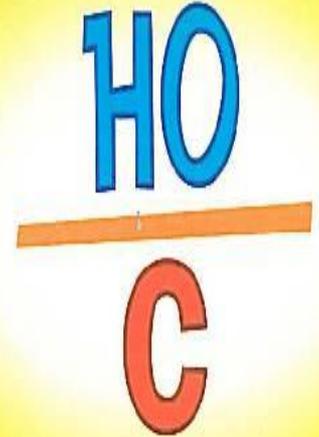


- Если рядом с рисунком (или над ним) стоят цифры 4, 2, 3, 1, то это значит, что вначале читается четвертая буква названия рисунка, потом — вторая, за ней третья и т. д., то есть буквы читаются в том порядке, который указан цифрами. Например, нарисована «колба», читаем «бокал».

42153



- Если какая-либо фигура в ребусе нарисована бегущей, сидящей, лежащей и т. п., то к названию этой фигуры надо прибавить соответствующий глагол в третьем лице настоящего времени (бежит, сидит, лежит и т. д.).



«Ребусы малытки»

182

Головоломки

- Очень часто в ребусах отдельные слоги «до», «ре», «ми», «фа» изображают соответствующими нотами. Например, слова, записанные нотами, читаем: «до-ля».



А теперь предлагаем решить ребусы самостоятельно. Начнем с самых простых.

Ребусы-малютки

1.



2.



Игры со словами

183

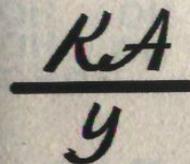
3.



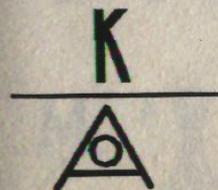
4.



5.



6.



''

У



Р



Используемые источники

1. Козлова О.М. Математика в школах Украины: Материалы для организации работы математического кружка в 5-6 кл./ О.М.Козлова, С.М.Лискова, С.О. Чамата – Х.: Основа. – 2010. – №4. – 79 с.
2. Панишева О.В. Математика в стихах: задачи, сказки, рифмованные правила. 5 – 11 классы/О.В. Панишева. – Волгоград: Учитель, 2009. – 219с.
3. Спивак А. В. Математический кружок/ А.В.Спивак. – М.: Просвещение, 2003. – 128 с.
4. Р. Блум. Математические задачи/ Блум Р.; ил. Синклера Д.; пер. с англ. Березкина В.А. – М.: АСТ: Астрель, 2006. – 92 с.
5. Иванченко Е.И. Головоломки. Развиваем память, фантазию, смекалку/ Е.И. Иванченко, Н.С.Чистюхина. Книжный клуб, 2006. – 232с.
6. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки/ Е.Г.Козлова Издание 2 – е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2004. – 165 с.
7. Глин-Джон Т. Странности цифр и чисел/ Т. Глин-Джон. – М.: РИПОЛ-классик, 2010. – 204 с

Используемые источники

1. Козлова О.М. Математика в школах Украины: Материалы для организации работы математического кружка в 5-6 кл./ О.М.Козлова, С.М.Лискова, С.О. Чамата – Х.: Основа. – 2010. – №4. – 79 с.
2. Панишева О.В. Математика в стихах: задачи, сказки, рифмованные правила. 5 – 11 классы/О.В. Панишева. – Волгоград: Учитель, 2009. – 219с.
3. Спивак А. В. Математический кружок/ А.В.Спивак. – М.: Просвещение, 2003. – 128 с.
4. Блум Р. Математические задачки/ Р. Блум ; ил. Д .Синклера ; пер. с англ. Березкина В.А. – М.:АСТ: Астрель, 2006. – 92 с.
5. Иванченко Е.И. Головоломки. Развиваем память, фантазию, смекалку/ Е.И. Иванченко , Н.С.Чистюхина . Книжный клуб,2006. – 232с.
6. Козлова Е.Г. Сказки и подсказки/ Е.Г.Козлова Издание 2 – е, испр. и доп. – М.: МЦНМО, 2004. – 165 с.
7. Глин-Джон Т. Странности цифр и чисел/ Т. Глин-Джон. – М.: РИПОЛ-классик, 2010. – 204 с