

Верещагина П.Ю.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ

МОДЕЛЬ ЛЕОНТЬЕВА
МНОГООТРАСЛЕВОЙ ЭКОНОМИКИ

[Вперёд](#) Вперёд Закончить

СОДЕРЖАНИЕ

- Введение
- Балансовые соотношения
- Линейная модель многоотраслевой экономики
- Решение уравнения межотраслевого баланса
- Продуктивность матрицы коэффициентов прямых затрат
- Чистая продукция
- Домашнее задание
- Контрольные вопросы
- Выводы

[Назад](#)Назад

[Вперёд](#)Назад

Вперёд

Закончить

ВВЕДЕНИЕ

Макроэкономика функционирования многоотраслевого хозяйства требует баланса между отдельными отраслями.

Каждая отрасль, с одной стороны, является производителем, а с другой – потребителем продукции, выпускаемой другими отраслями.

Возникает довольно непростая задача расчета связи между отраслями через выпуск и потребление продукции разного рода.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

БАЛАНСОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

При составлении математической модели вводится допущение, что производственная сфера хозяйства представляет собой n отраслей, каждая из которых производит свой однородный продукт.

Введем следующие обозначения:

- ▣ i – индекс производящей отрасли;
- ▣ j – индекс потребляющей отрасли;
- ▣ x_i – общий объем продукции i -ой области;
- ▣ x_{ij} – объем продукции i -ой отрасли, потребляемый j -ой отраслью при производстве объема продукции x_j (межотраслевое потребление);
- ▣ y_i – объем продукции i -ой отрасли, предназначенный для реализации (потребления) в непромышленной сфере (продукт конечного потребления).

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

БАЛАНСОВЫЕ СООТНОШЕНИЯ

ВЫВОД УРАВНЕНИЯ

В самой простой форме (гипотеза линейности или простого сложения) **балансовые соотношения** имеют вид:

$$x_i = x_{i1} + x_{i2} + \dots + x_{in} + y_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОГООТРАСЛЕВОЙ ЭКОНОМИКИ

КОЭФФИЦИЕНТЫ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ

В. Леонтьевым на основании анализа экономики США в период перед второй мировой войной был установлен важный факт: в течение длительного времени величины

$$a_{ij} = x_{ij} / x_j$$

меняются слабо и могут рассматриваться как постоянные числа.

Можно сделать следующее допущение:

для производства продукции j -ой отрасли объемом x_j нужно использовать продукцию i -ой области объемом $a_{ij}x_i$, где a_{ij} – постоянное число.

При таком допущении технология производства принимается линейной, а само допущение называется **гипотезой линейности**.

При этом числа a_{ij} называются **коэффициентами прямых затрат**.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад
Закончить

К содержанию [Вперёд](#)

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОГООТРАСЛЕВОЙ ЭКОНОМИКИ

(ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Согласно гипотезе линейности, имеем:

$$a_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j}$$

$$x_{ij} = a_{ij} \cdot x_j, \quad i, j = \overline{1..n}$$

Подставив коэффициенты прямых затрат в уравнения стоимостного баланса получим следующую систему.....

[Назад](#) [Назад](#) [К содержанию](#) [Назад](#) [К содержанию](#) [Вперёд](#)
Закончить

ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ МНОГООТРАСЛЕВОЙ ЭКОНОМИКИ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Уравнения стоимостного баланса можно переписать в виде системы уравнений

$$\begin{cases} x_1 = a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n + y_1, \\ x_2 = a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n + y_2, \\ \dots \\ x_n = a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n + y_n. \end{cases}$$

ишется в виде уравнения

$$\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y}.$$

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

УРАВНЕНИЕ ЛИНЕЙНОГО МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Обычно соотношение

$$\bar{x} = A\bar{x} + \bar{y}.$$

называют *уравнением линейного межотраслевого баланса (МОБ)*.

Вместе с описанием матричного представления это уравнение носит название **модели Леонтьева**.

Уравнение МОБ используется при решении двух типов задач:

- ▣ Определение вектора конечного потребления при известном векторе валового выпуска .
- ▣ Определение вектора валового выпуска при заданном векторе конечного потребления .

Вторая задача носит название *основной задачи межотраслевого баланса*, которая используется для целей планирования.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

Для решения уравнения МОБ используется математический аппарат матричной алгебры

Решение уравнения имеет вид:

$$\bar{x} = (E - A)^{-1} \cdot \bar{y}$$

Матрица $S = (E - A)^{-1}$ носит название *матрицы полных затрат*.

$$S = (E - A)^{-1}$$

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

ПРОДУКТИВНОСТЬ МАТРИЦЫ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПРЯМЫХ ЗАТРАТ

Критерии продуктивности матрицы коэффициентов прямых затрат A

- Матрица A продуктивна тогда и только тогда, когда существует матрица полных затрат с неотрицательными элементами.
- Матрица A продуктивна, если наибольшая сумма элементов её столбцов не превышает единицы и одна из сумм строго меньше единицы.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

ЧИСТАЯ ПРОДУКЦИЯ

В межотраслевом балансе, наряду с валовой и конечной продукцией, рассматривается *чистая продукция*, как разность между валовой продукцией рассматриваемой отрасли и продукцией всех отраслей на производство этой отрасли:

$$x_i^{\text{ч}} = x_i - \sum_j x_{ij}$$

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

Значения коэффициентов p_1, p_2, p_3 берутся равными числу букв в фамилии, имени и отчестве студента соответственно

Задание 1.1 Выяснить, продуктивна ли матрица A:

$$A = \begin{pmatrix} 0,02 \cdot p_1 & 0,3 & 0 \\ 0,1 & 0 & 0,03 \cdot p_3 \\ 0,6 & 0,02 \cdot p_2 & 0,2 \end{pmatrix}$$

Задание 1.2 Экономика разделена на 3 части. На плановый период заданы коэффициенты прямых затрат и конечная продукция отраслей:

Производящие отрасли	Потребляющие отрасли			Конечный продукт
	I	II	III	
1	0.4	0.6	0.3	$20+10 p_1$
2	0.1	0.2	0.2	$60+10 p_2$
3	0.3	0.2	0.4	$30+10 p_3$

Необходимо: (см. далее)

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ (ПРОДОЛЖЕНИЕ)

Необходимо:

- Составить систему уравнений межотраслевого баланса.
- Вычислить вектор валового выпуска для заданного вектора конечного потребления.
- Рассчитать коэффициенты межотраслевого потребления x_{ij} .
- Вычислить новый объем валового выпуска продукции, если конечное потребление по отраслям увеличить на 50, 40 и 60 единиц соответственно.
- Определить увеличение компонент вектора валового выпуска в процентах.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

[Вперёд](#)

Закончить

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

- Цель балансового анализа.
- Основные переменные (описание).
- Балансовые соотношения. Чистая продукция.
- Коэффициенты прямых затрат.
- Вывод уравнения межотраслевого баланса. Модель Леонтьева.
- Случаи использования уравнения межотраслевого баланса.
- Определение продуктивной матрицы A . Продуктивная модель.
- Решение уравнения межотраслевого баланса. Матрица полных затрат.
- Критерии продуктивности матрицы A .

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад
Закончить

К содержанию

[Вперёд](#)

ВЫВОДЫ

В лекции рассмотрены такие понятия, как:

- межотраслевой баланс
- коэффициенты прямых затрат

Составлено и решено уравнение межотраслевого баланса.

[Назад](#)Назад

[К содержанию](#)Назад

К содержанию

Закончить