Наибольшее и наименьшее значения функции

Открытый урок

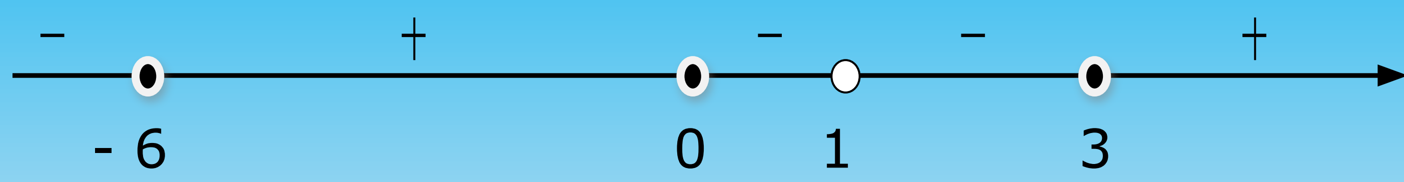
Подготовила:
преподаватель математики Ахметова А.К.
Республика Казахстан, город Астана, 2016

- Цели урока:
- **Дидактическая:**
- закрепить и повысить качество знаний учащихся путем применения поиска наибольшего и наименьшего значений функций к решению прикладных задач;
- повысить интерес к знаниям;
- активизировать и обострить восприятие учебного материала;
- **Развивающая**
  - помочь учащимся увидеть связь математики с жизнью;
  - формировать практические умения и навыки;
  - развивать творческое мышление;
- **Воспитательная**
  - воспитывать уверенность в себе и в своих силах;
  - воспитывать чувство ответственности, умение действовать организованно;
  - учить ребят четко и доступно излагать свои мысли;
- **Методическая**
  - показать важную роль математики в овладении навыками практического характера;
  - проведение нетрадиционных форм урока;
- **Тип урока:** закрепление учебного материала.
- **Форма урока:** деловая игра.
- **Средства обучения:** компьютер, интерактивная доска.

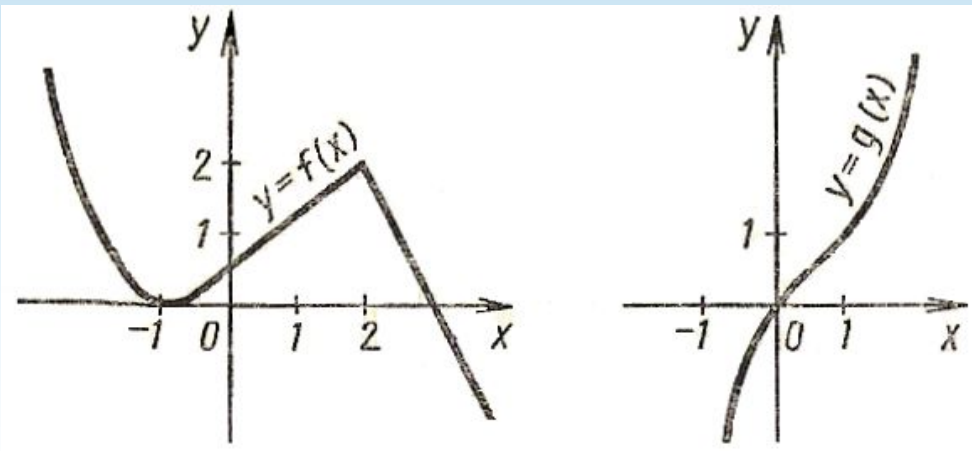
«Ярмарка» (устные упражнения)

Найти производные:

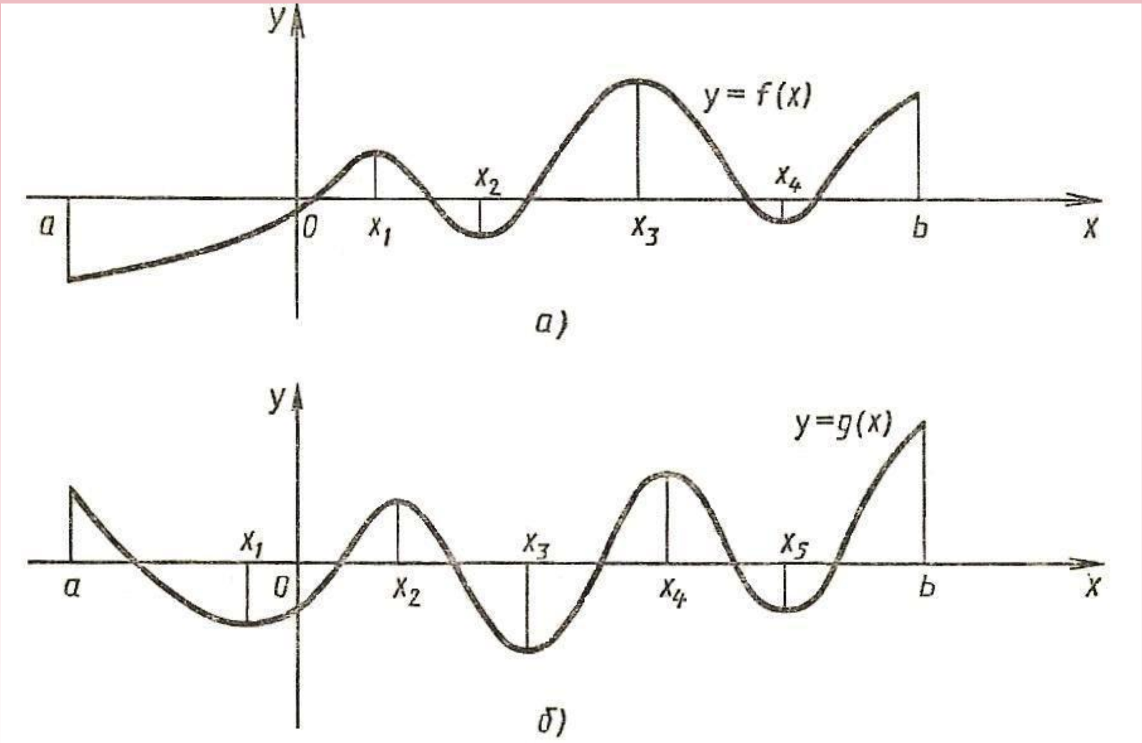
- $y = 2x - 3$;
- $y = x^2 - 2$;
- $y = x^2 - 3x + 4$;
- $y = 3x^2 - 6x$;
- $y = 3x^4 - 7x^3 + 2x^2 + п$;
- $y = x^3 + \sqrt{2}$;
- $y = x^{-3} + 2x$;
- $y = 2 \sin x$;
- $y = \sin 2x$;
- $y = \cos 5x$;
- $y = \frac{1}{3} \cos x$;

- Знак производной меняется по схеме, изображенной на рисунке. Определите, на каких промежутках функция возрастает и на каких убывает.
- 

- По характеру изменения графика функции на рисунке укажите, на каких промежутках производная положительна, на каких отрицательна



- На рисунке изображены графики функций f(x) и g(x), заданных на отрезке [a;b]. Для каждой из них найдите:
  - Точки максимума и минимума
  - Точки, в которых функция принимает наибольшее и наименьшее значения на [a;b].



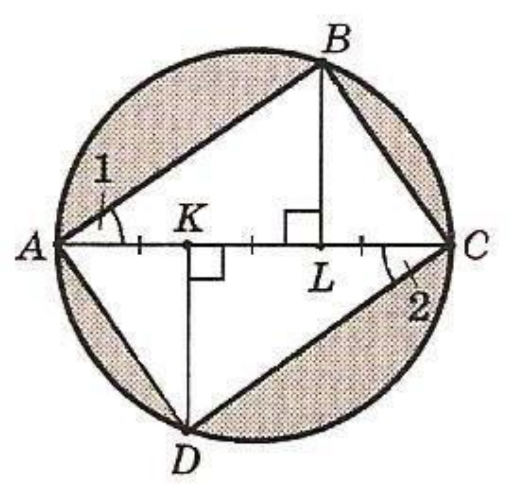
- **Конкурс «главных инженеров»**
- (Проверка пройденного материала, 20 мин)
- Каждый инженер выбирает карточку – задание: найти наибольшее и наименьшее значения функции (выполняют за столом, отдел помогает своему главному инженеру)
- Кто первый готов, на доске показывает свое решение и так по очереди в порядке готовности;

1. «Автостоянка»

- Для стоянки машин выделили площадку прямоугольной формы, которую надо обнести металлическим забором длиной 200м.
- Какими должны быть размеры площадки, чтобы ее площадь была наибольшей?

- Решение
- Переведем задачу на математический язык – составим математическую модель.
- Длина забора – это периметр, прямоугольника, P = 200м. Пусть AD = x, DC = a, тогда $P_{ABCD} = (x+a)*2 = 200$, $x+a=100$, $a=100 – x$, где $0<x<100$.
- $S_{ABCD} = x * a = x * (100 – x) = 100x – x^2$, $0<x<100$.
- Наша задача, исследовать функцию $S(x) = 100x – x^2$, т.е. найти ее наибольшее значение на отрезке [0;100].
- Вспоминаем алгоритм.
- $S'(x) = (100x – x^2)' = 100 – 2x$
- $100 – 2x = 0 \rightarrow 2x = 100 \rightarrow x = 50$ стационарная точка
  Ищем значение функции на концах отрезка и в стационарной точке;
- $S(0) = 100 * 0 – 0^2 = 0$ $S(50) = 100 * 50 – 50^2 = 2500$ $S(100) = 100 * 100 – 100^2 = 0$
- $S_{наиб} = S(50) = 2500$
- Математические результаты переводим на реальную задачу:
- $S_{наиб} = 2500м^2$, одна сторона x = 50м (это ранее найденная стац. точка), тогда вторая сторона a = 2500/50 = 50м, т.е. участок должен быть квадратной формы, чтобы площадь его была наибольшей.

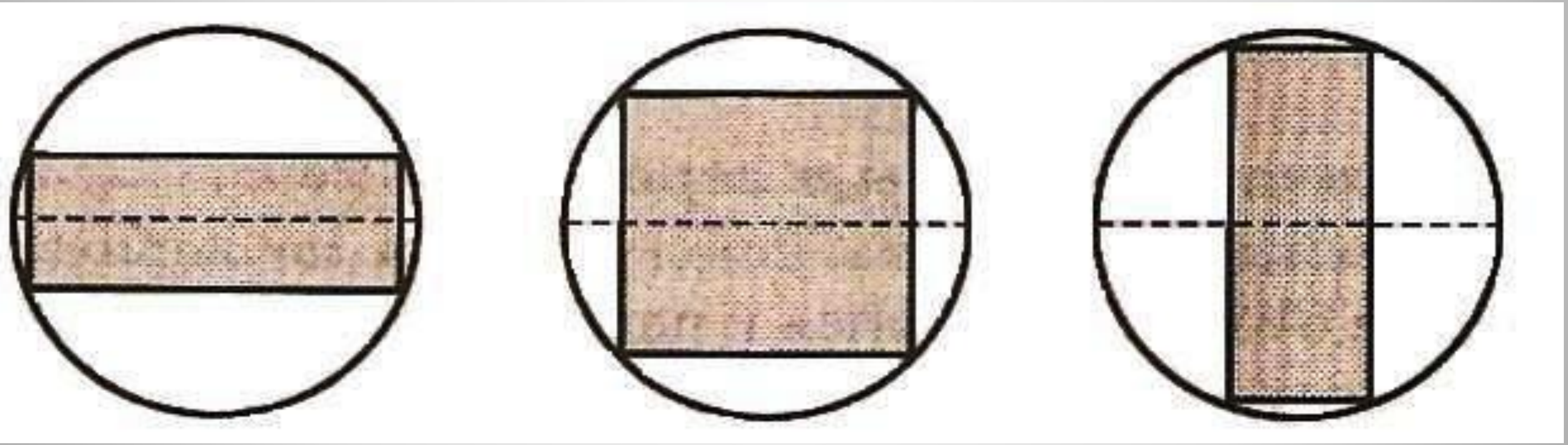
- **2. «Дача»**
- Старый плотник при изготовлении балки из цилиндрического бревна поступает так:
- Проводит на торце бревна диаметр АС;
- Делит его на 3 равные части точками К и L;
- Проводит перпендикуляры LB и KD;
- Принимает четырехугольник ABCD за сечение балки и стесывает лишнее (заштрихованное).



- Наблюдавший за дедом внук задумался: «Почему дед делает балку именно так?»
- Действительно, почему?

- Вопрос 1. Почему дед стесывает края?
- Вопрос 2. А какая прямоугольная балка, сделанная из этого бревна, будет самой прочной?
- Вопрос 3. А у деда получается эта, самая прочная балка?
- Вопрос 4. А намного ли самая прочная балка прочнее бревна? Может стесывать вообще не надо?

Что такое прочность балки?
И от чего она зависит?



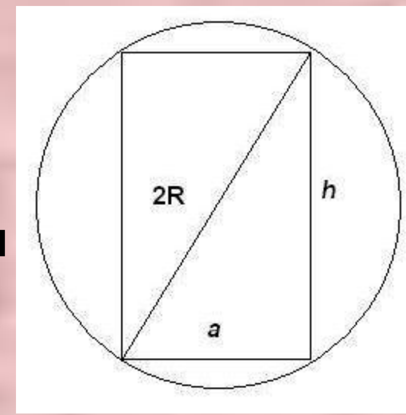
Прочность балки рассчитывается по формуле

- **$F=kah^2$**

- где k – коэффициент прочности, зависящий от материала, из которого изготовлена балка.
- Значит перед нами стоит **задача**: каковы размеры прямоугольной балки наибольшей прочности, которую можно изготовить из цилиндрического бревна радиуса *R?*

- Решение
  - Пусть a – ширина балки, h – высота балки

$$\begin{cases} a^2 + h^2 = 4R^2, \\ F = kah^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} h^2 = 4R^2 - a^2, \\ F = ka(4R^2 - a^2) \end{cases}$$



- Имеем математическую модель:
- **Найти наибольшее значение функции**

$$\boldsymbol{F = 4kR^2a - ka^3}, \text{где } \boldsymbol{a \in [0;\ 2R]}$$

- $F' = 4kR^2 - 3ka^2$.
- $F' = 0 \rightarrow a = \pm\frac{2R}{\sqrt{3}}$, но $a > 0$.
  $F(0) = F(2R)$

$F\left(\frac{2R}{\sqrt{3}}\right) = \frac{16\sqrt{3}}{9}kR^3$ – наибольшее значение

Ответ: $a = \frac{2R}{\sqrt{3}}, h = \frac{2R\sqrt{6}}{3}$ – размеры балки наибольшей прочности.

3. Домашнее задание

Каковы должны быть размеры (радиус основания R и высота H) открытой сверху цистерны максимальной вместимостью, если для ее изготовления отпущено материала площадью $S = 27п \approx$ $\approx 85м^2$?

- **Выводы**

При решении прикладных задач необходимо:

- понимание условия задачи
- составление математической модели
- исследование функции на наибольшее и наименьшее значения
- ответ на вопрос задачи