

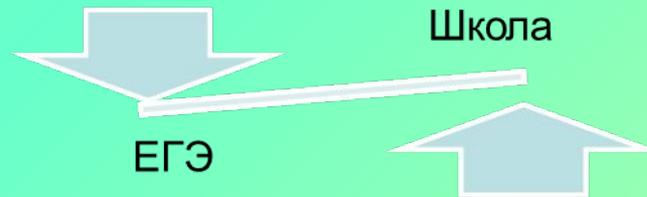


ЕГЭ-2014

Решение задач

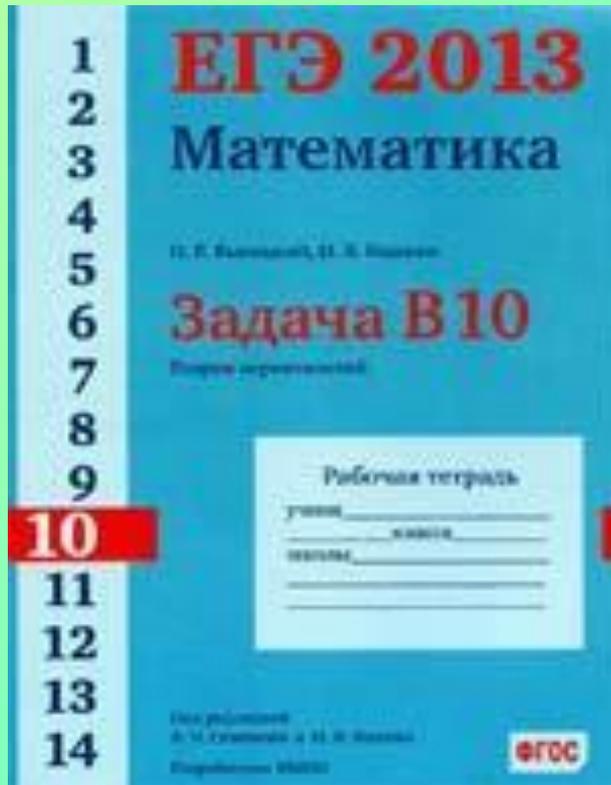
Подготовка к

В ЕГЭ Решение задач по теории вероятности



Фабер Галина Николаевна

Учитель математики МКОУ «Гимназия имени
Горького»



Материал был взят
из "EGЭ 2012.
Математика. Задача
В10. Рабочая тетрадь"
авторы: И.Р.Высоцкий,
И.В.Яценко.



Справочные материалы

Элементарные события (элементарные исходы) опыта — простейшие события, которыми может закончиться случайный опыт. Сумма вероятностей всех элементарных событий опыта равна 1.

Вероятность события A равна сумме вероятностей элементарных событий, благоприятствующих этому событию.

Объединение событий $A \cup B$ — событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A, B .

Пересечение событий $A \cap B$ — событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B .

Противоположное событие. Событие \bar{A} , состоящее из тех и только тех элементарных исходов опыта, которые не входят в A , называется противоположным событию A .

Несовместные события — события, которые не наступают в одном опыте. Например, противоположные события несовместны.

Вероятности противоположных событий:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$



Справочные материалы

Формула сложения вероятностей:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Формула сложения вероятностей для несовместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Формула умножения вероятностей:

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A),$$

где $P(B|A)$ — условная вероятность события B при условии, что событие A наступило.

Независимые события. События A и B называются независимыми, если

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

1



1. На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,2. Вероятность того, что это вопрос на тему «Параллелограмм», равна 0,15. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

Решение. Определим события:

$$A = \{\text{вопрос на тему «Вписанная окружность»}\},$$

$$B = \{\text{вопрос на тему «Параллелограмм»}\}.$$

События A и B несовместны, так как по условию в списке нет вопросов, относящихся к этим двум темам одновременно. Событие

$$C = \{\text{вопрос по одной из этих двух тем}\}$$

является их объединением: $C = A \cup B$. Применим формулу сложения вероятностей несовместных событий:

$$P(C) = P(A) + P(B) = 0,2 + 0,15 = 0,35.$$

Ответ: 0,35.

Объединение событий $A \cup B$ — событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих хотя бы одному из событий A , B .

Формула сложения вероятностей для несовместных событий:

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

2 . В торговом центре два одинаковых автомата продают кофе. Вероятность того, что к концу дня в автомате закончится кофе, равна 0,3. Вероятность того, что кофе закончится в обоих автоматах, равна 0,12. Найдите вероятность того, что к концу дня кофе останется в обоих автоматах.

Решение. Определим события

$A = \{\text{кофе закончится в первом автомате}\},$

$B = \{\text{кофе закончится во втором автомате}\}.$

По условию задачи $P(A) = P(B) = 0,3$ и $P(A \cap B) = 0,12$.

По формуле сложения вероятностей найдем вероятность события

$A \cup B = \{\text{кофе закончится хотя бы в одном из автоматов}\}:$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0,3 + 0,3 - 0,12 = 0,48.$$

Следовательно, вероятность противоположного события «кофе останется в обоих автоматах» равна

$$1 - 0,48 = 0,52.$$

Ответ: 0,52.

Пересечение событий $A \cap B$ — событие, состоящее из элементарных исходов, благоприятствующих обоим событиям A и B .

3



3. Биатлонист пять раз стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,8. Найдите вероятность того, что биатлонист первые три раза попал в мишени, а последние два раза промахнулся. Результат округлите до сотых.

Решение. В этой задаче предполагается, что результат каждого следующего выстрела не зависит от предыдущих. Поэтому события «попал при первом выстреле», «попал при втором выстреле» и т. д. независимы. Вероятность каждого попадания равна 0,8. Значит, вероятность каждого промаха равна $1 - 0,8 = 0,2$. Воспользуемся формулой умножения вероятностей независимых событий. Получаем, что последовательность

$$A = \{\text{попал, попал, попал, промахнулся, промахнулся}\}$$

имеет вероятность

$$P(A) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,8^3 \cdot 0,2^2 = 0,512 \cdot 0,04 = 0,02048 \approx 0,02.$$

Ответ: 0,02.

Независимые события. События A и B называются независимыми, если

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

4



Д114. В магазине стоят два платежных автомата. Каждый из них может быть неисправен с вероятностью 0,05 независимо от другого автомата. Найдите вероятность того, что хотя бы один автомат исправен.

Решение. В этой задаче также предполагается независимость работы автоматов. Найдем вероятность противоположного события

$$\bar{A} = \{\text{оба автомата неисправны}\}.$$

Для этого используем формулу умножения вероятностей независимых событий:

$$P(\bar{A}) = 0,05 \cdot 0,05 = 0,0025.$$

Значит, вероятность события

$$A = \{\text{хотя бы один автомат исправен}\}$$

равна $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - 0,0025 = 0,9975$.

Ответ: 0.9975.

Вероятности противоположных событий:

$$P(A) + P(\bar{A}) = 1; \quad P(\bar{A}) = 1 - P(A).$$



Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,94. Вероятность того, что окажется меньше 15 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 15 до 19.

Решение. Рассмотрим события $A =$ «в автобусе меньше 15 пассажиров» и $B =$ «в автобусе от 15 до 19 пассажиров». Их сумма — событие $A + B =$ «в автобусе меньше 20 пассажиров». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,94 = 0,56 + P(B)$, откуда $P(B) = 0,94 - 0,56 = 0,38$.

Ответ: 0,38.



Вероятность того, что новый электрический чайник прослужит больше года, равна 0,97. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,89. Найдите вероятность того, что он прослужит меньше двух лет, но больше года.

Решение. Пусть A = «чайник прослужит больше года, но меньше двух лет», B = «чайник прослужит больше двух лет», тогда $A + B$ = «чайник прослужит больше года».

События A и B совместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий, уменьшенной на вероятность их произведения. Вероятность произведения этих событий, состоящего в том, что чайник выйдет из строя ровно через два года — строго в тот же день, час и секунду — равна нулю. Тогда:

$$P(A + B) = P(A) + P(B) - P(A \cdot B) = P(A) + P(B),$$

откуда, используя данные из условия, получаем

$$0,97 = P(A) + 0,89.$$

Тем самым, для искомой вероятности имеем:

$$P(A) = 0,97 - 0,89 = 0,08.$$

Ответ: 0,08.

7



Т8.6. Вероятность того, что на тесте по биологии учащийся О. верно решит больше 11 задач, равна 0,67. Вероятность того, что О. верно решит больше 10 задач, равна 0,74. Найдите вероятность того, что О. верно решит ровно 11 задач.

Решение. Рассмотрим события A = «учащийся решит 11 задач» и B = «учащийся решит больше 11 задач». Их сумма — событие $A + B$ = «учащийся решит больше 10 задач». События A и B несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий:

$$P(A + B) = P(A) + P(B).$$

Тогда, используя данные задачи, получаем: $0,74 = P(A) + 0,67$, откуда $P(A) = 0,74 - 0,67 = 0,07$.

Ответ: 0,07.

8



1. Вероятность того, что авторучка бракованная, равна 0,1. Покупатель в магазине выбирает случайную упаковку, в которой две такие авторучки. Найдите вероятность того, что обе авторучки окажутся исправными.

Ответ:0,81

9



Вероятность того, что купленный фен прослужит больше года, равна 0,37. Вероятность того, что он прослужит больше двух лет, равна 0,13. Найдите вероятность того, что фен прослужит меньше двух лет, но больше года.

Ответ:0,24

10



В магазине стоят два платежных автомата. Утром каждый из них неисправен с вероятностью 0,13, независимо от другого. Найдите вероятность того, что утром хотя бы один автомат исправен. Результат округлите до сотых.

Ответ:0,98

Независимые события. События A и B называются независимыми, если

$$P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B).$$

11



Биатлонист стреляет по пяти мишеням. На каждую мишень дается один выстрел. Вероятность промаха при одном выстреле равна 0,2 (независимо от результатов предыдущих выстрелов). Найдите вероятность того, что биатлонист поразит все мишени. Результат округлите до сотых.

Ответ:0,33

фар. Первая фабрика выпускает 45% этих стекол, вторая — 55%.
Первая фабрика выпускает 3% бракованных стекол, а вторая —
1%. Найдите вероятность того, что случайно купленное в магазине
стекло окажется бракованным.



Вероятность того, что стекло куплено на первой фабрике и оно бракованное: $0,45 \cdot 0,03 = 0,0135$.

Вероятность того, что стекло куплено на второй фабрике и оно бракованное: $0,55 \cdot 0,01 = 0,0055$.

Поэтому по формуле полной вероятности вероятность того, что случайно купленное в магазине стекло окажется бракованным равна $0,0135 + 0,0055 = 0,019$.

Агрофирма закупает куриные яйца в двух домашних хозяйствах. 40% яиц из первого хозяйства — яйца высшей категории, а из второго хозяйства — 20% яиц высшей категории. Всего высшую категорию получает 35% яиц. Найдите вероятность того, что яйцо, купленное у этой агрофирмы, окажется из первого хозяйства.



- Это решение можно записать коротко. Пусть x — искомая вероятность того, что куплено яйцо, произведенное в первом хозяйстве. Тогда $1-x$ — вероятность того, что куплено яйцо, произведенное во втором хозяйстве. По формуле полной вероятности вероятность того, что будет куплено яйцо высшей категории, равна 0,35 имеем уравнение:
 - $0,4x + (1-x)0,2 = 0,35$
 - $0,4x + 0,2 - 0,2x = 0,35$
 - $0,2x = 0,15$
 - $x = 0,75$
 - Ответ: 0,75.

На фабрике керамической посуды 10% произведённых тарелок имеют дефект. При контроле качества продукции выявляется 80% дефектных тарелок. Остальные тарелки поступают в продажу. Найдите вероятность того, что случайно выбранная при покупке тарелка не имеет дефектов. Результат округлите до сотых.



- Пусть завод произвел x тарелок.
- 10% произведённых тарелок имеют дефект т.е $0,1x$ тарелок, то 90% произведено качественных т.е. $0,9x$ тарелок
- Так как выявляется 80% дефектных тарелок, то не выявляется 20% т.е $0,2 \cdot 0,1x = 0,02x$ тарелок
- В продажу поступят все качественные тарелки и 20% невыявленных дефектных тарелок:
- $0,9x + 0,02x = 0,92x$ тарелок
- Поскольку качественных из них $0,9x$
- то, вероятность купить качественную тарелку равна
- $\frac{0,9x}{0,92x} = \frac{90}{92} = 0,978 \approx 0,98$
-

Всем пациентам с подозрением на гепатит делают анализ крови. Если анализ выявляет гепатит, то результат анализа называется *положительным*. У больных гепатитом пациентов анализ даёт положительный результат с вероятностью 0,9. Если пациент не болен гепатитом, то анализ может дать ложный положительный результат с вероятностью 0,01. Известно, что 5% пациентов, поступающих с подозрением на гепатит, действительно больны гепатитом. Найдите вероятность того, что результат анализа у пациента, поступившего в клинику с подозрением на гепатит, будет **положительным**.



- Анализ пациента может быть положительным по двум причинам: А) пациент болеет гепатитом, его анализ верен; В) пациент не болеет гепатитом, его анализ ложен. Это несовместные события, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий. Имеем:

$$\begin{aligned}P(A) &= 0,9 \cdot 0,05 = 0,045, \\P(B) &= 0,01 \cdot 0,95 = 0,0095, \\P(A + B) &= P(A) + P(B) = 0,045 + 0,0095 = 0,0545.\end{aligned}$$

- Ответ: 0,0545.



В кармане у Пети было 2 монеты по 5 рублей и 4 монеты по 10 рублей. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что пятирублевые монеты лежат теперь в разных карманах.

Решение.

Чтобы пятирублевые монеты оказались в разных карманах, Петя должен взять из кармана одну пятирублевую и две десятирублевые монеты. Это можно сделать тремя способами: 5, 10, 10; 10, 5, 10 или 10, 10, 5. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

$$\frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = \frac{3}{5}.$$

- Ответ: 0,6.



В кармане у Пети было 4 монеты по рублю и 2 монеты по два рубля. Петя, не глядя, переложил какие-то 3 монеты в другой карман. Найдите вероятность того, что обе двухрублёвые монеты лежат в одном кармане.

Двухрублевые монеты могут лежать в одном кармане, если Петя переложил в другой карман три из четырех рублевых монет (а двухрублевые не перекладывал), или если переложил в другой карман обе двухрублевые монеты и одну рублевую одним из трех способов: 1, 2, 2; 2, 1, 2; 2, 2, 1. Эти события несовместные, вероятность их суммы равна сумме вероятностей этих событий.

$$\frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{4} = 0,4.$$

Ответ: 0,4.