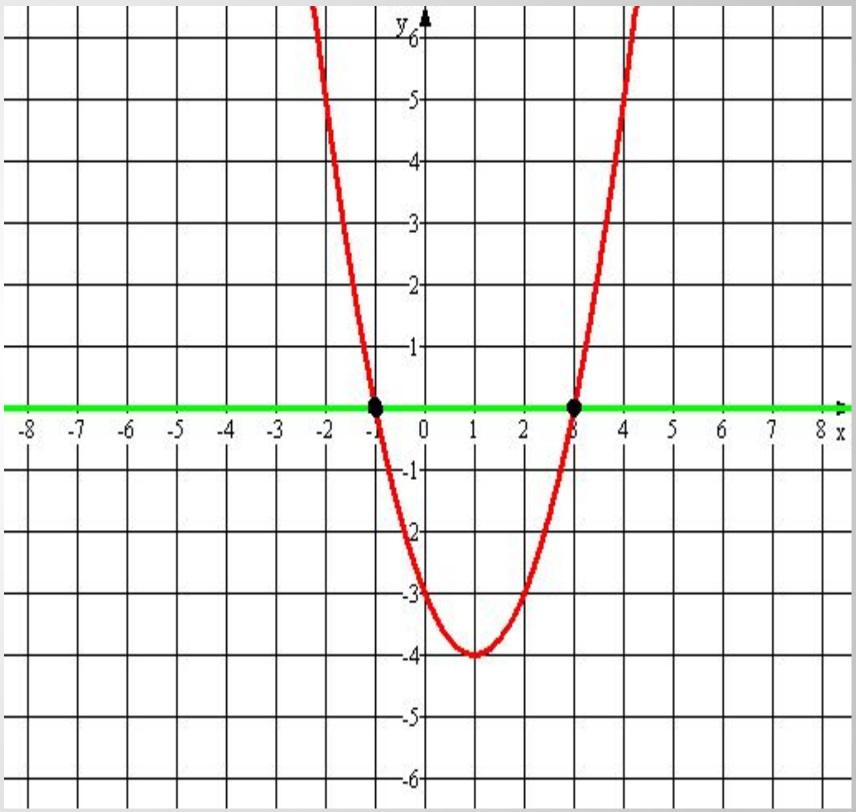
Графическое решение квадратных уравнений

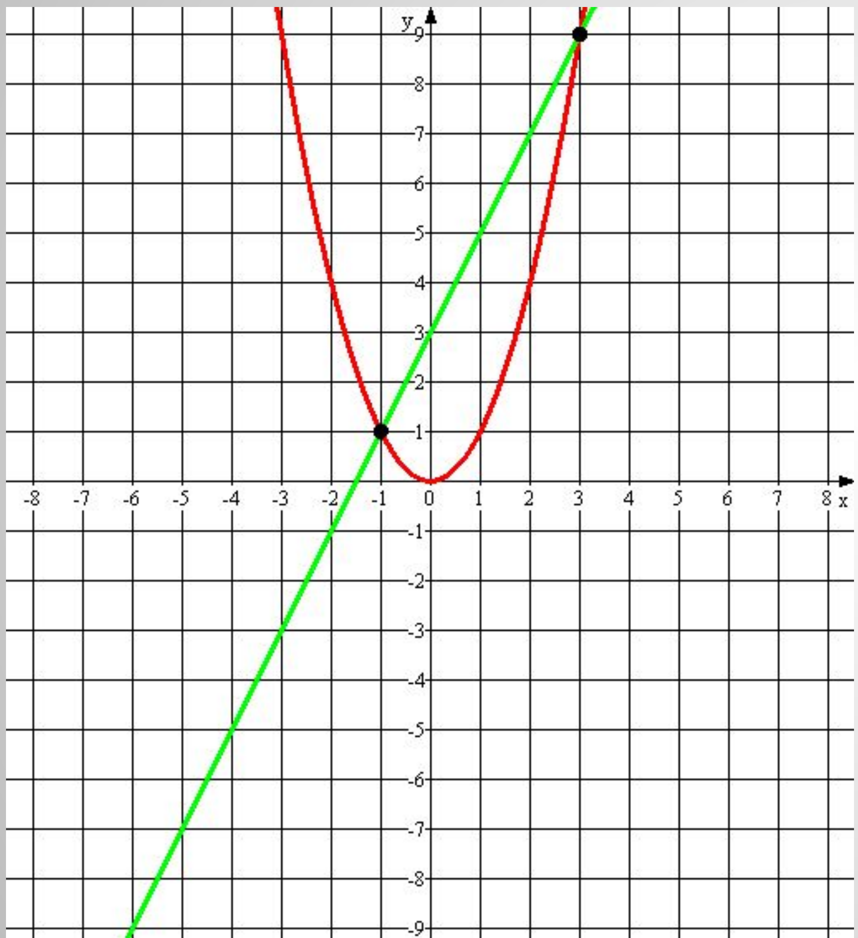
Цель работы: на примере графического решения одного и того же уравнения показать, что его корни не изменятся, независимо от выбора способа решения.

1 способ
x2 – 2x – 3 = 0

- Построим график функции **y = *x*2 – 2*x* – 3**
- 1)Имеем: a = 1, b = -2,
- x0 = -b ÷ 2a = 1,
- y0 = f(1) = 12 – 2 – 3 = -4.
- Значит, вершиной параболы служит точка (1; -4),
- а осью параболы – прямая x = = 1.
- 2) Возьмём на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы, например точки x = -1 и x = 3.
- 3) Имеем f(-1) = f(3) = 0. Построим на координатной плоскости точки (-1; 0) и (3; 0).
- 4) Через точки (-1; 0), (1; -4), (3; 0) проводим параболы.
- Построим прямую **y=0**
- Корнями уравнения x2 – 2x – 3 = 0 являются абсциссы точек пересечения параболы с осью x; значит, корни уравнения таковы x1 = -1 и x2 = 3
- Ответ: **x = -1 и x = 3**



2 способ.
x2 – 2x – 3 = 0



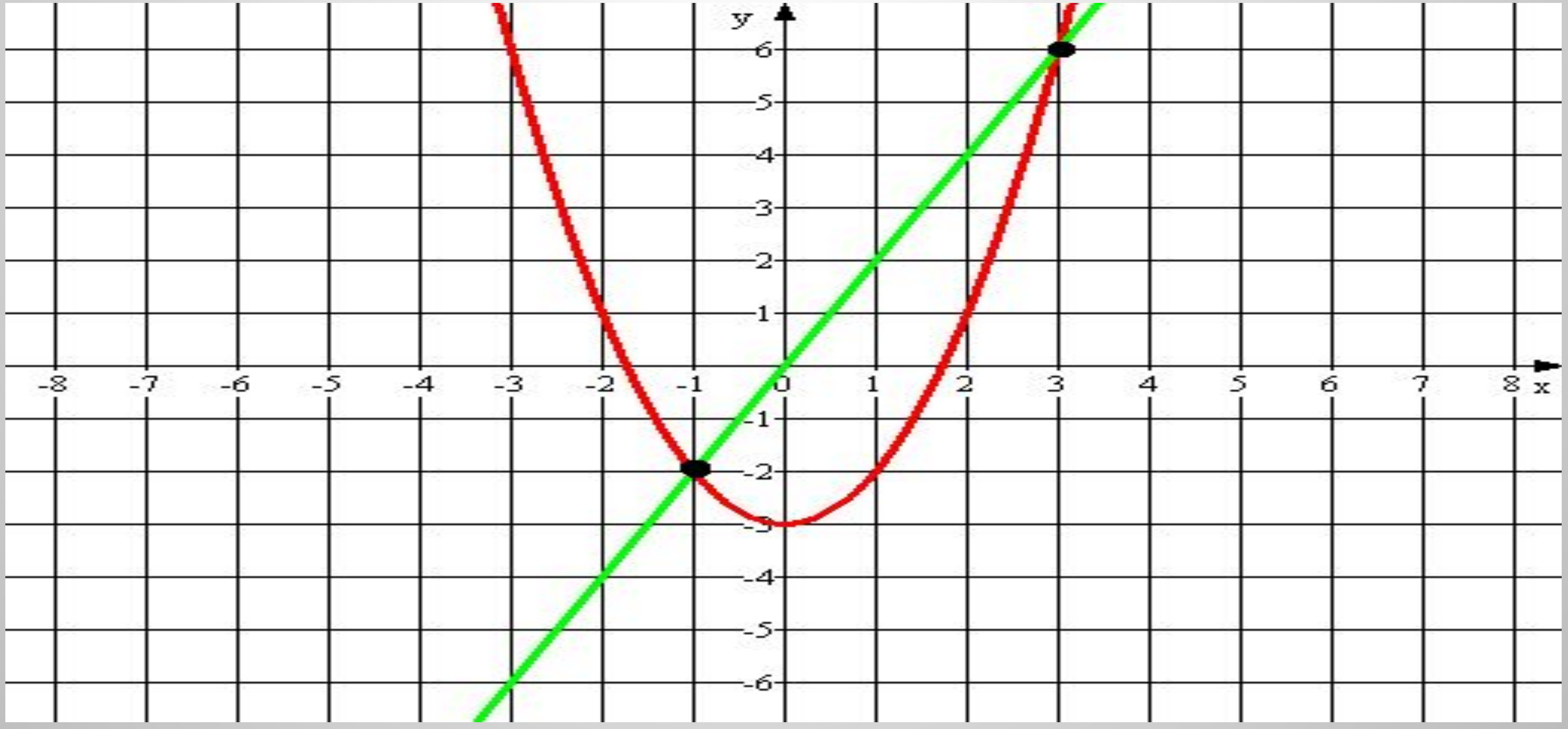
- Преобразуем уравнение к виду *x*2 = 2*x* + 3. Построим в одной системе координат графики функций **y = *x*2** и **y = 2*x*** + 3. Они пересекаются в двух точках A (-1; 1) и B (3; 9). Корнями уравнения служат абсциссы точек A и B, значит, *x*1 = -1, *x*2 = 3.

  Ответ: **x = -1 и x = 3**

3 способ.
x2 – 2x – 3 = 0

- Преобразуем уравнение к виду ***x2 – 3 = 2x*.** Построим в одной системе координат графики функций **у = *x*2 – 3** и **у = 2*x***. Они пересекаются в двух точках А (-1; -2) и В (3; 6). Корнями уравнения являются абсциссы точек А и В, поэтому *x*1 = -1, *x*2 = 3.

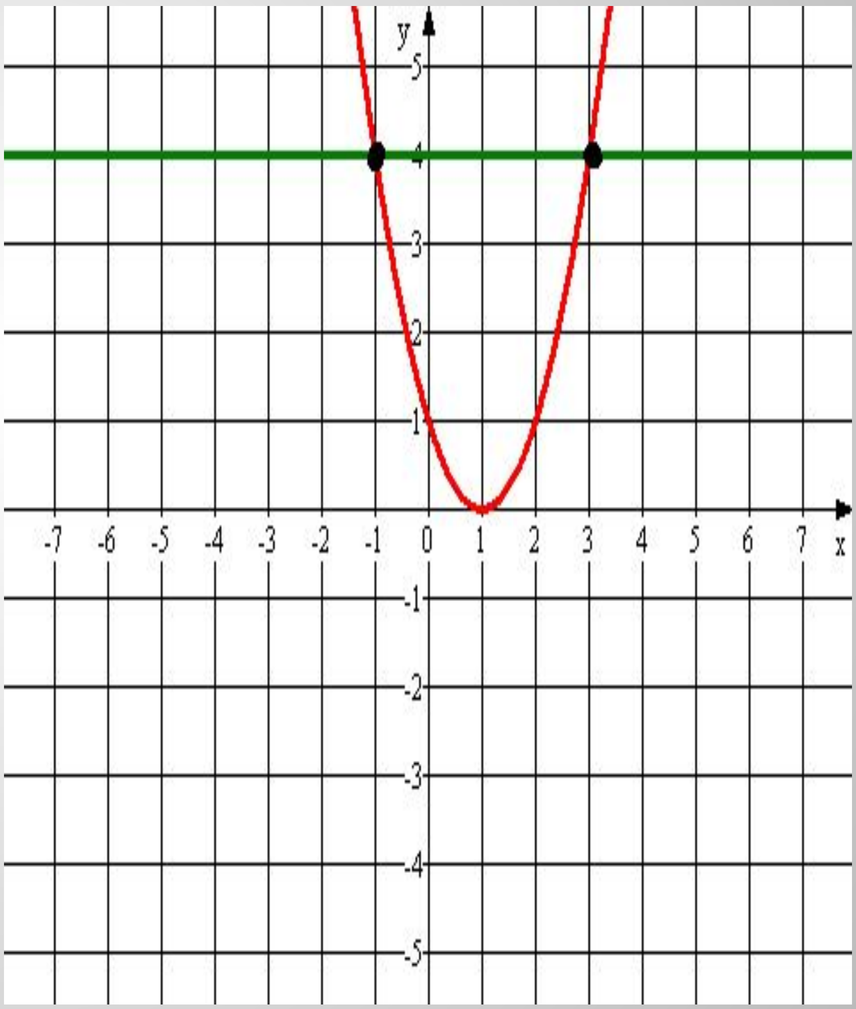
  Ответ: x = -1 и x = 3



4 способ
$x2 – 2x – 3 = 0$

- Преобразуем уравнение к виду
- $x2 – 2x + 1 – 4 = 0$ и далее $x2 – 2x + 1 = 4$, т.е. **$(x – 1)2 = 4$** Построим в одной системе координат параболу $y = (x – 1)2$ и $y = 4$. Они пересекаются в двух точках A (-1; 4) и B (3; 4). Корнями уравнения служат абсциссы точек A и B, $x1 = -1$, $x2 = 3$.

  Ответ: **$x = -1$, $x = 3$**



5 способ
$x2 - 2x - 3 = 0$

Разделив почленно обе части уравнения на *x*, получим

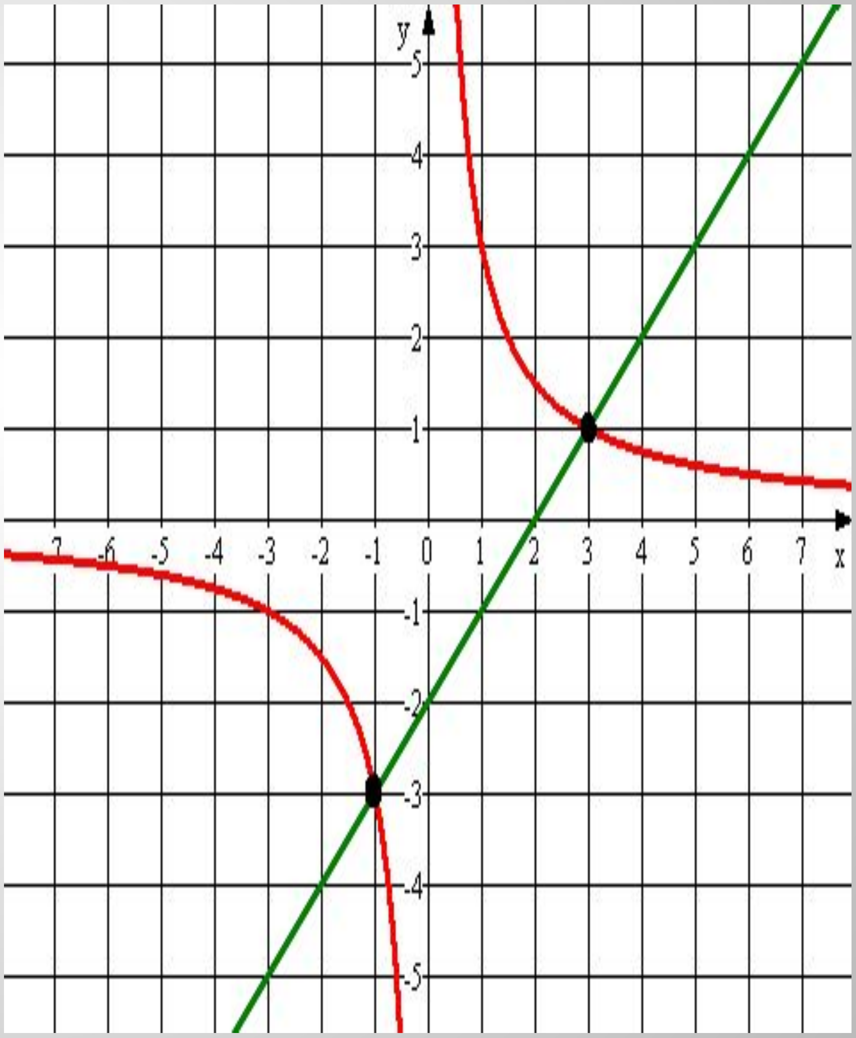
$x - 2 - 3 / x = 0$.

И далее **$x - 2 = 3/x$.** Построим в одной системе координат гиперболу **$y = 3 / x$** и

$y = x - 2$. Они пересекаются в двух точках А (-1; -3) и В (3; 1). Корнями уравнения являются абсциссы точек А и В, следовательно, *x*1 = -1,

*x*2 = 3.

Ответ: **x = -1, x = 3**



Итак, квадратное уравнение $x2 – 2x – 3 = 0$ мы решили графически пятью способами. Давайте проанализируем, в чем суть этих способов

1 способ	Строят график функции у = аx2 + bx + с = 0 и находят точки его пересечения с осью x.
2 способ	Преобразуют уравнение к виду аx2 = -bx – с, строят параболу у = аx2 и прямую у = -bx – с, находят точки их пересечения (корнями уравнения служат абсциссы точки пересечения, если, разумеется, такие имеются).
3 способ	Преобразуют уравнение к виду аx2 + с = -bx, строят параболу у = аx2 + с и прямую у = -bx (она проходит через начало координат); Находят точки их пересечения.
4 способ	Применяя метод выделения полного квадрата, преобразуют уравнение к виду а (x + l)2 + m = 0 и далее а (x + l)2 = -m. Строят параболу у = а (x + l)2 и прямую у = -m, параллельную оси x; находят точки пересечения параболы и прямой.
5 способ	Преобразуют уравнение к виду аx2 ÷ x + bx ÷ x + с ÷ x = 0 ÷ x, т. е. аx + b + с ÷ x = 0 и далее с ÷ x = -аx – b. Строят гиперболу у = с ÷ x (это гипербола при условии, что с не равно 0) и прямую у = -аx – b; находят точки их пересечения

Вывод.

- Я решал одно и то же уравнение графически, строя различные графики, но получил одни и те же корни. Это говорит о том, что независимо от выбора способа решения уравнения, корни не изменяются.
- Заметим, что первые четыре способа применимы к любым уравнениям вида $ax2 + bx + c = 0$, а пятый - только к тем, у которых с не равен 0. На практике можно выбирать тот способ, который нам кажется наиболее приспособленным к данному уравнению или который нам больше нравится (или более понятен).
- Графические способы решения квадратного уравнения красивы и приятны, но не дают стопроцентной гарантии решения любого квадратного уравнения.