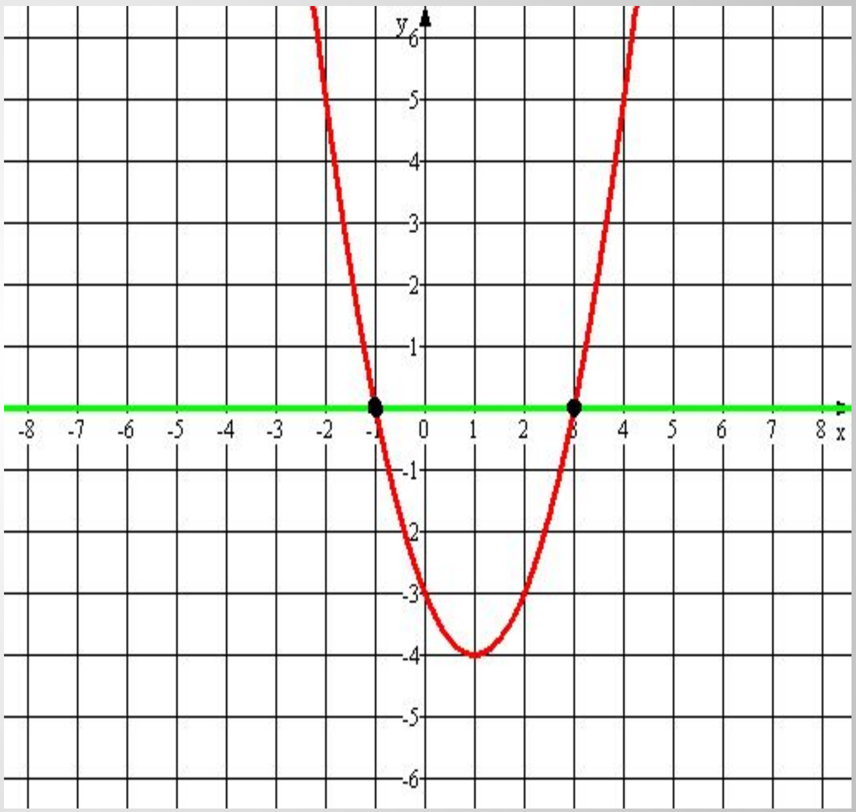
# Графическое решение квадратных уравнений

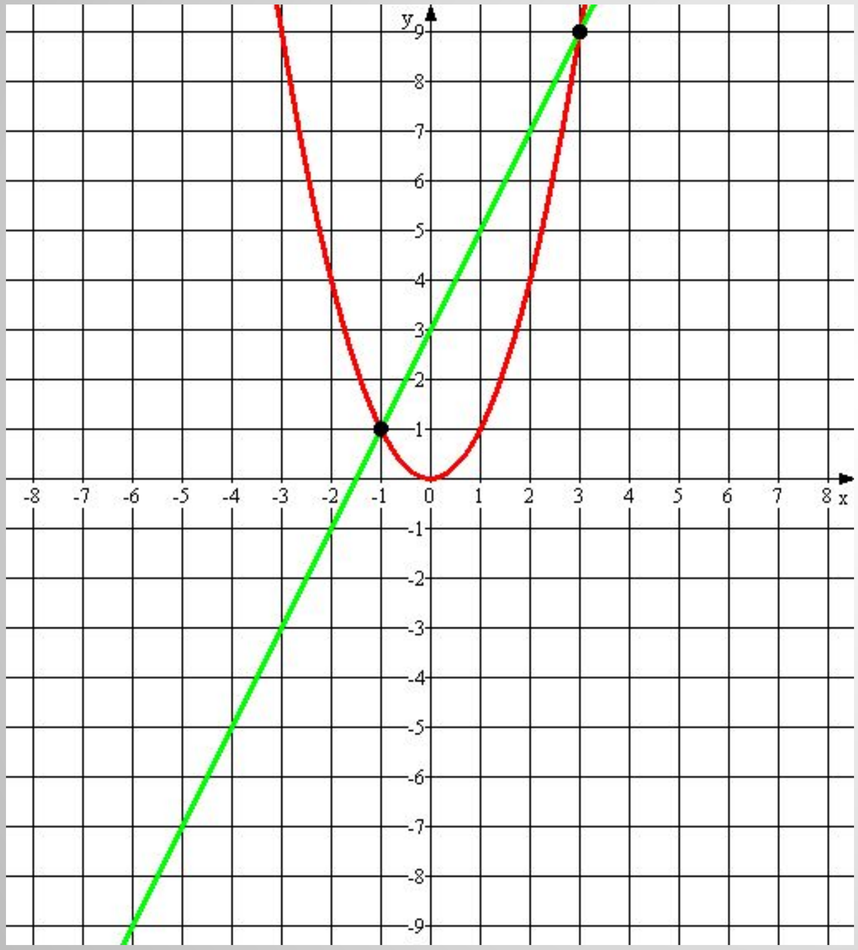
Цель работы: на примере графического решения одного и того же уравнения показать, что его корни не изменятся, независимо от выбора способа решения.

# 1 способ
# x2 – 2x – 3 = 0

- Построим график функции **y = *x*2 – 2*x* – 3**
- 1)Имеем: a = 1, b = -2,
- x0 = -b ÷ 2a = 1,
- y0 = f(1) = 12 – 2 – 3 = -4.
- Значит, вершиной параболы служит точка (1; -4),
- а осью параболы – прямая x = = 1.
- 2) Возьмём на оси x две точки, симметричные относительно оси параболы, например точки x = -1 и x = 3.
- 3) Имеем f(-1) = f(3) = 0. Построим на координатной плоскости точки (-1; 0) и (3; 0).
- 4) Через точки (-1; 0), (1; -4), (3; 0) проводим параболы.
- Построим прямую **y=0**
- Корнями уравнения x2 – 2x – 3 = 0 являются абсциссы точек пересечения параболы с осью x; значит, корни уравнения таковы x1 = -1 и x2 = 3
- Ответ: **x = -1 и x = 3**



# 2 способ.
# x2 – 2x – 3 = 0



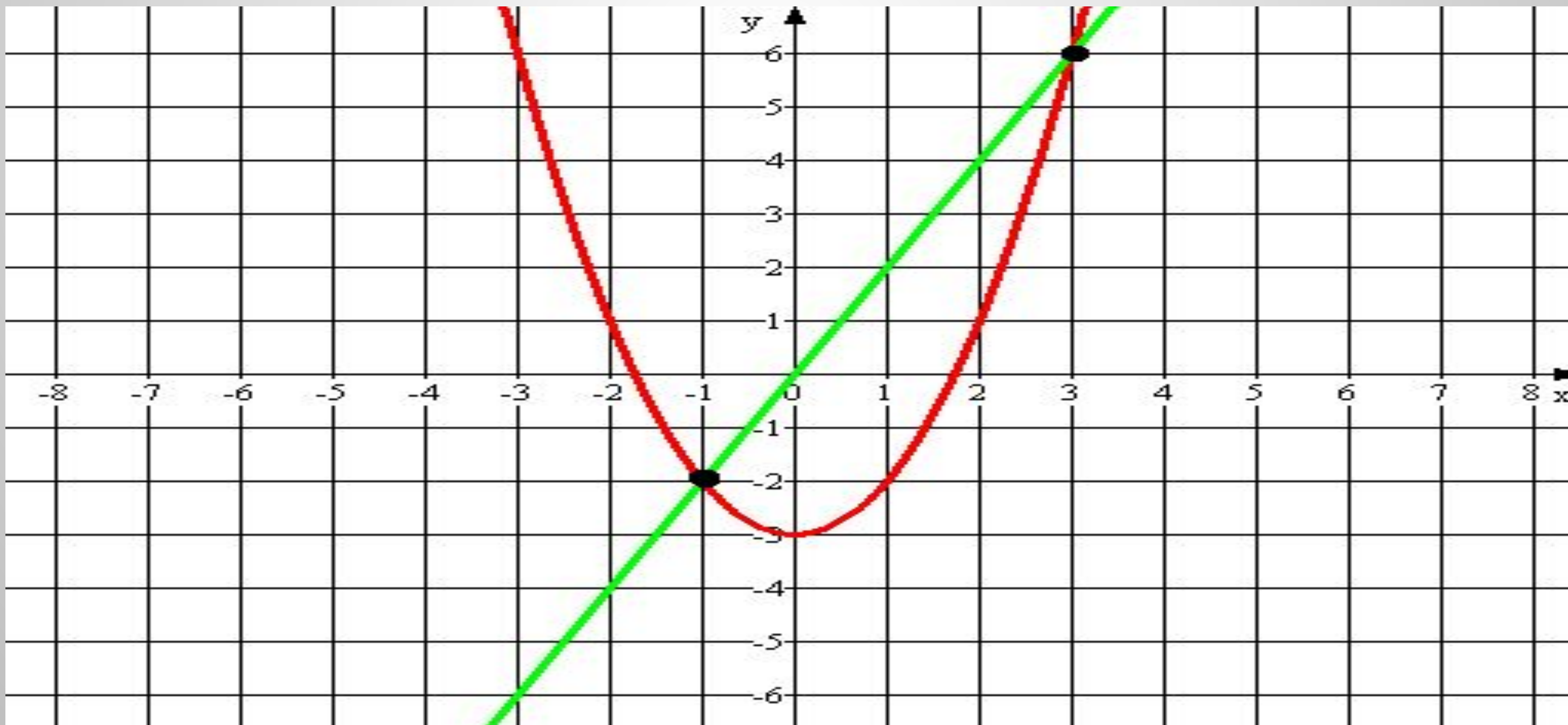

- Преобразуем уравнение к виду *x*2 = 2*x* + 3. Построим в одной системе координат графики функций **y = *x*2** и **y = 2*x*** + 3. Они пересекаются в двух точках А (-1; 1) и В (3; 9). Корнями уравнения служат абсциссы точек А и В, значит, *x*1 = -1, *x*2 = 3.

  Ответ: **x = -1 и x = 3**

# 3 способ.
# x2 – 2x – 3 = 0

- Преобразуем уравнение к виду ***x*2 – 3 = 2*x*.** Построим в одной системе координат графики функций **y = *x*2 – 3** и **y = 2*x***. Они пересекаются в двух точках A (-1; -2) и B (3; 6). Корнями уравнения являются абсциссы точек A и B, поэтому *x*1 = -1, *x*2 = 3.

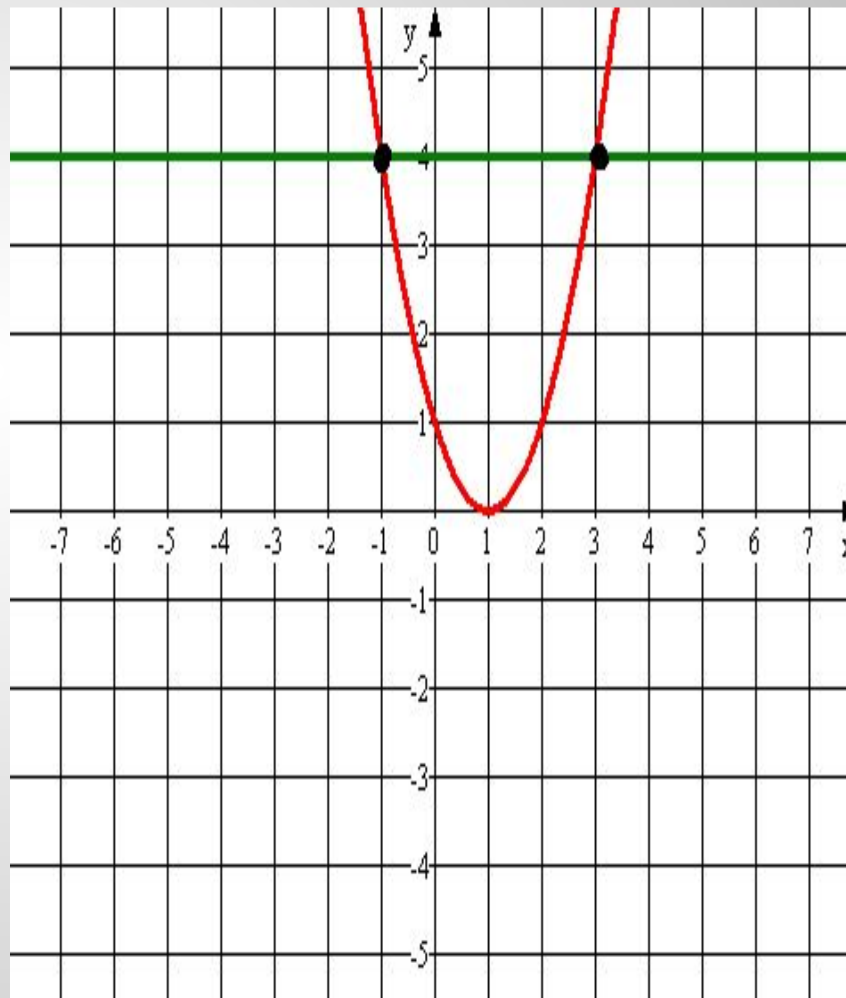
  Ответ: x = -1 и x = 3



# 4 способ
# x2 – 2x – 3 = 0

- Преобразуем уравнение к виду
- *x*2 – 2*x* +1 – 4 = 0 и далее *x*2 – 2*x* + 1 = 4, т.е. **(*x* – 1)2 = 4** Построим в одной системе координат параболу y = (*x* – 1)2 и y = 4. Они пересекаются в двух точках A (-1; 4) и B (3; 4). Корнями уравнения служат абсциссы точек A и B, *x*1 = -1, *x*2 = 3.

  Ответ: **x = -1, x = 3**



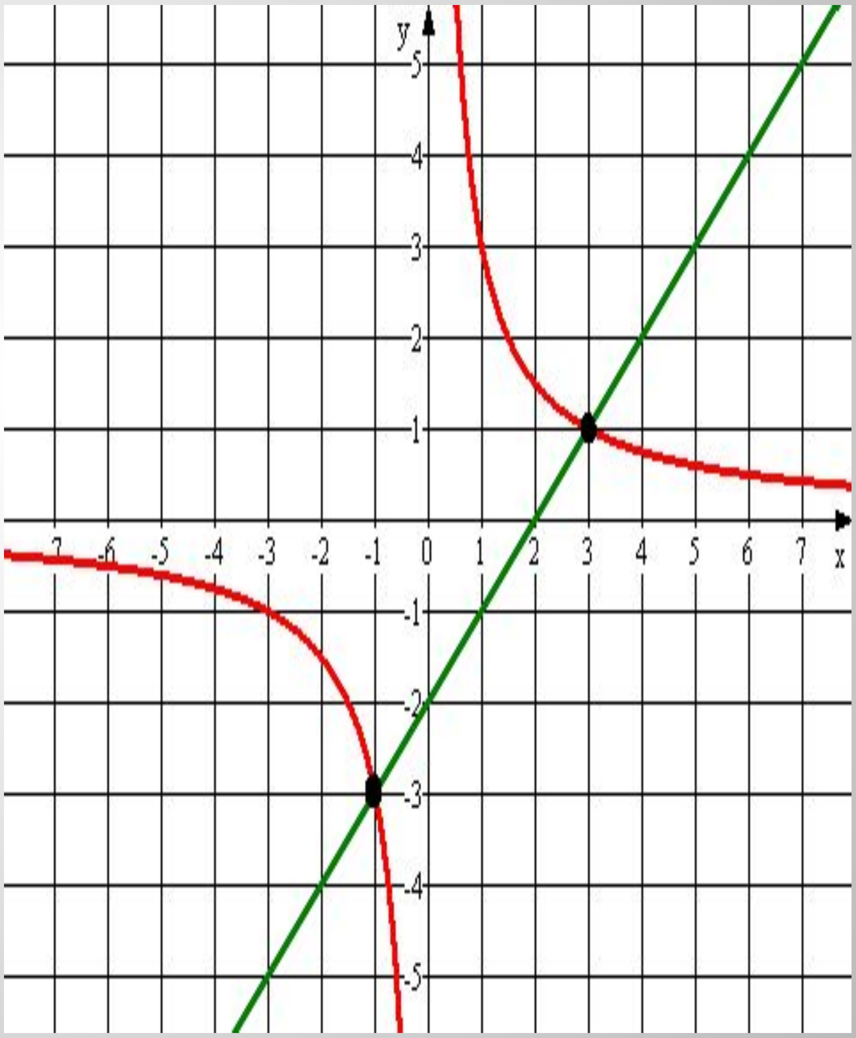
# 5 способ
# $x^2 - 2x - 3 = 0$

Разделив почленно обе части уравнения на *x*, получим

**$x - 2 - 3 / x = 0$.**

И далее **$x - 2 = 3/x$.** Построим в одной системе координат гиперболу **$y = 3 / x$** и **$y = x - 2$.** Они пересекаются в двух точках А (-1; -3) и В (3; 1). Корнями уравнения являются абсциссы точек А и В, следовательно, $x_1 = -1$, $x_2 = 3$.

Ответ: **$x = -1$, $x = 3$**



Итак, квадратное уравнение *x*2 – 2*x* – 3 = 0 мы решили графически пятью способами. Давайте проанализируем, в чем суть этих способов

| | |
|---|---|
| 1 способ | Строят график функции y = a*x*2 + b*x* + c = 0 и находят точки его пересечения с осью *x*. |
| 2 способ | Преобразуют уравнение к виду a*x*2 = -b*x* – c, строят параболу y = a*x*2 и прямую y = -b*x* – c, находят точки их пересечения ( корнями уравнения служат абсциссы точки пересечения, если, разумеется, такие имеются ). |
| 3 способ | Преобразуют уравнение к виду a*x*2 + c = -b*x*, строят параболу y = a*x*2 + c и прямую y = -b*x* (она проходит через начало координат); Находят точки их пересечения. |
| 4 способ | Применяя метод выделения полного квадрата, преобразуют уравнение к виду a (*x* + l)2 + m = 0 и далее a (*x* + l)2 = -m. Строят параболу y = a (*x* + l)2 и прямую  y = -m, параллельную оси *x*; находят точки пересечения параболы и прямой. |
| 5 способ | Преобразуют уравнение к виду a*x*2 ÷ *x* + b*x* ÷ *x* + c ÷ *x* = 0 ÷ *x*, т. е. a*x* + b + c ÷ *x* = 0 и далее c ÷ *x* = -a*x* – b. Строят гиперболу y = c ÷ *x* (это гипербола при условии, что c не равно 0) и прямую y = -a*x* – b; находят точки их пересечения |

# Вывод.

- Я решал одно и то же уравнение графически, строя различные графики, но получил одни и те же корни. Это говорит о том, что независимо от выбора способа решения уравнения, корни не изменяются.
- Заметим, что первые четыре способа применимы к любым уравнениям вида $ax2 + bx + c = 0$, а пятый - только к тем, у которых с не равен 0. На практике можно выбирать тот способ, который нам кажется наиболее приспособленным к данному уравнению или который нам больше нравится (или более понятен).
- Графические способы решения квадратного уравнения красивы и приятны, но не дают стопроцентной гарантии решения любого квадратного уравнения.