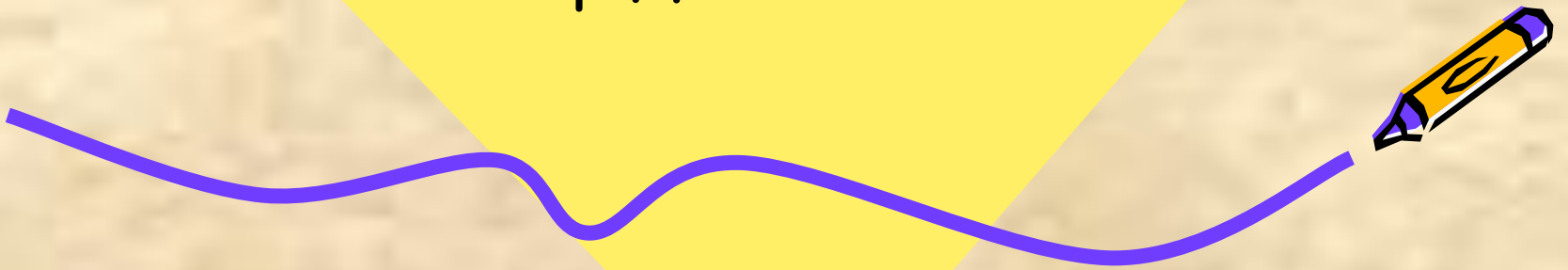




Комбинаторика

Автор Долгих О.А.

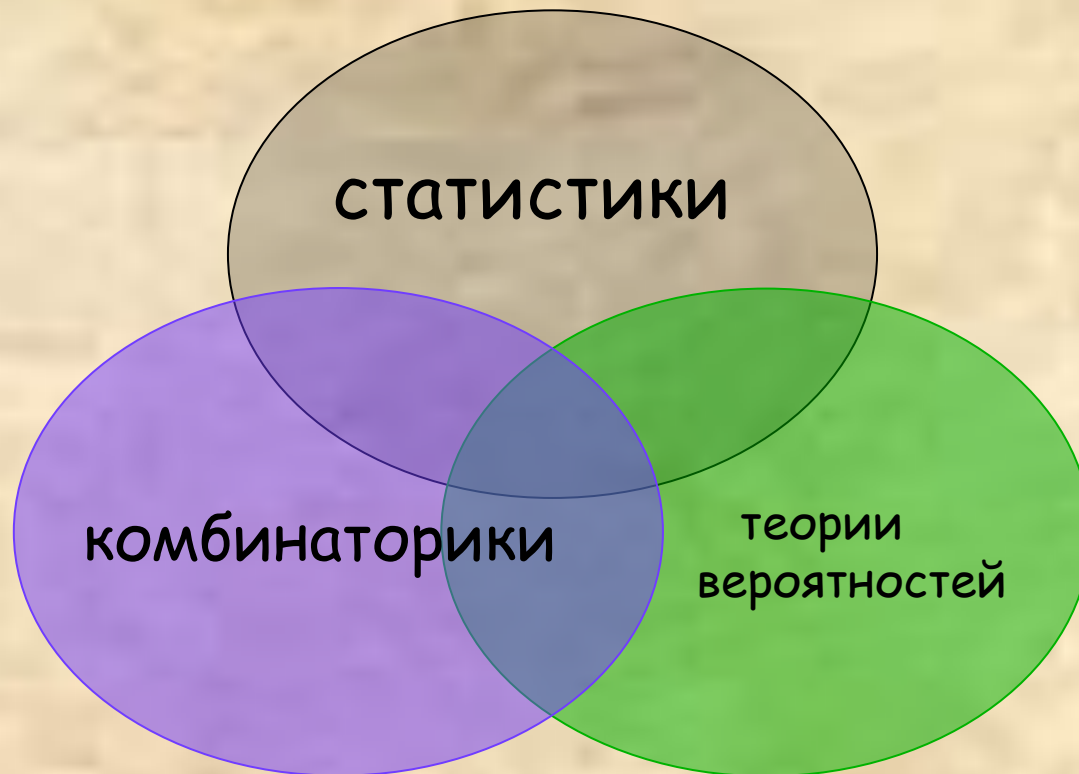


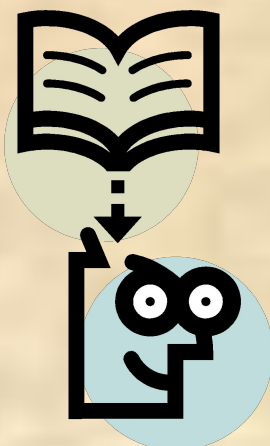
Содержание.

- Введение.
- 1. Теория вероятностей.
 - 1.1. Краткая историческая справка.
 - 1.2. Предмет теории вероятностей.
- 2. Математическая статистика.
 - 2.1. Предмет математической статистики.
- 3. Комбинаторика
 - 3.1. Историческая справка.
 - 3.2. Виды комбинаторных задач и способы их решения.
 - 3.3. Решение комбинаторных задач в 5 классе.
 - 3.4. Решение комбинаторных задач в 6 классе.
- Заключение.
- Список литературы.
- Приложения.
 - Приложение 1.
 - Приложение 2.




Важнейшим направлением модернизации школьного курса математики на современном этапе является включение в него элементов

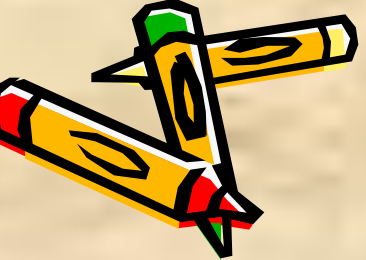




Без минимальной вероятностно-статистической грамотности трудно адекватно воспринимать социальную, политическую, экономическую информацию и принимать на её основе обоснованные решения.



Практически все отрасли естествознания, весь комплекс социально-экономических наук построены и развиваются на вероятностно-статистической базе, и без соответствующей подготовки невозможно полноценное изучение этих дисциплин уже в средней школе.



Знание основ теории вероятностей, случайных процессов и математической статистики необходимы в настоящее время как инженеру практически любого профиля, так и менеджеру и маркетологу, поскольку серьёзный анализ рынка немыслим без владения статистическими методами.

Министерство образования Российской Федерации
рекомендует ориентироваться на следующее содержание:



- решение комбинаторных задач: перебор вариантов, подсчёт числа вариантов с помощью правила умножения;
- представление данных в виде таблиц, диаграмм, графиков;
- диаграммы Эйлера;
- средние результатов измерений;
- понятие и примеры случайных событий;
- частота события, вероятность;
- равновозможные события и подсчёт их вероятности;
- представление о геометрической вероятности.



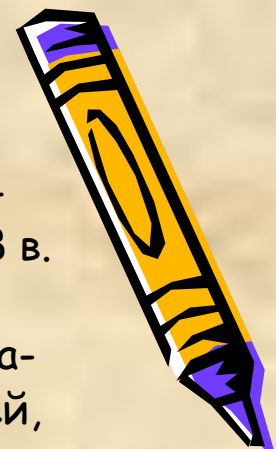
- изучение элементов комбинаторики, статистики и теории вероятности начать
- в 5-6 классах
- или в 7 классе
- в зависимости от системы изложения в учебнике.

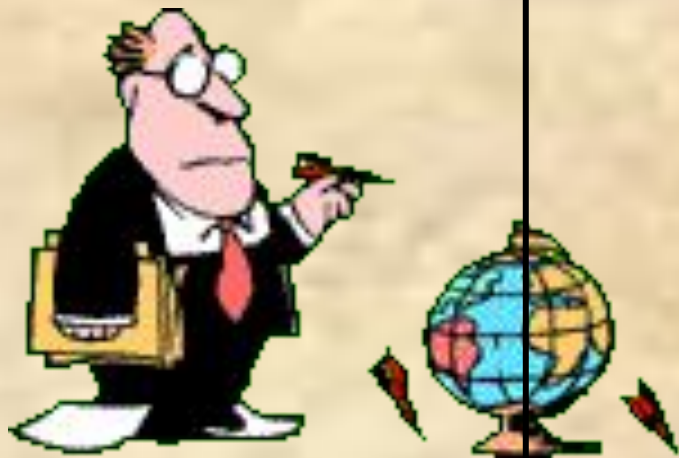


Теория вероятностей.



- Возникновение «математики случайного» относится к середине 18 в.
- Труды Б.Паскаля и П.Ферма составили основу теории вероятностей, установили связь комбинаторного анализа с теорией вероятности.
- Первую книгу по теории вероятности опубликовал Х.Гюйгенс.
- Становление теории вероятностей как математической науки связано с именами Я. Бернулли, А.Муавра, П.Лапласа, К.Гаусса, С.Пуассона, П.Л.Чебышева, А.А.Маркова, А.М.Ляпунова, Е.Е.Слуцкого, А.Я.Хинчина, А.Н.Колмогорова, Б.В.Гнеденко, Н.Винера, Э.Бореля, В.Феллера и других.





Теория вероятностей-
математическая наука,
изучающая закономер-
ности, присущие мас-
совым случайным яв-
лениям.

Рассматриваются не са-
ми реальные явления,
А их упрощённые схе-
мы.



Предмет теории вероят-
ности-
математические
модели случайных
явле-
ний .

Под случайным
явлением
понимают явление,
предсказать исход кото-
рого невозможно.

Примеры случайных
явлений:

- выпадение герба при
подбрасывании моне-
ты;
- выигрыш по лотерей-
ному билету;
- длительность работы
телевизора.

Цель теории
вероятностей-

осуществление прогноза
в области случайных яв-
лений, влияние на ход
этих явлений, контроль
их,
ограничение сферы
дейст-
вия случайности.





Математическая статистика-раздел математики, в котором изучают методы сбора, систематизации и обработки результатов наблюдений массовых случайных явлений для выявления существующих закономерностей. Тесно связана с теорией вероятности .

Предмет математической статистики- изучение случайных величин по результатам наблюдений.



Задачи математической статистики:

обработка полученных в результате наблюдения данных, представление в удобном для обозрения виде;

оценка интересующих характеристик наблюдаемой величины;

проверка статистических гипотез, т. е. решение вопроса согласования результатов оценивания с опытными данными;

разработка методов, позволяющих по результатам обследования выборки делать обоснованные выводы о распределении признака изучаемых объектов по всей совокупности.





Элементы комбинаторики.

«Число, положение и комбинация- три взаимно пересекающиеся, но различные сферы мысли к которым можно отнести все математические идеи».

Дж. Сильвестр (1844 г.)



Комбинаторными задачами в самом широком смысле этого слова наполнена вся наша повседневная жизнь: рассаживая гостей за столом, решая кроссворды, играя в карты, составляя какие-либо расписания, открывая сейф с наборным замком, набирая номер телефона, мы решаем комбинаторную задачу.



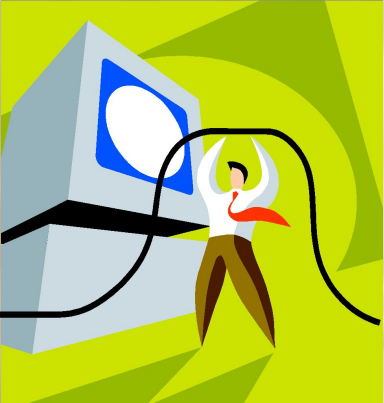


Ещё в 10 веке до нашей эры китайские математики занимались изучением комбинаций и перестановок цифр.



- Ло Шу - магический квадрат 3×3 ,
- Р.Луллий - превратил комбинаторику в своего рода культ,
- Б.Паскаль - создание теории азартных игр, рождение комбинаторики как раздела науки,
- П.Ферма
- Г.В.Лейбниц - ввёл термин «комбинаторика», мечтал о построении общей комбинаторной теории,
- Л.Эйлер - рассматривал задачи о разбиении чисел, о построении магических и латинских квадратов,
- Я.Бернулли - вывел формулы для числа перестановок n элементов, для числа сочетаний и числа размещений с повторениями и без повторений,
- У.Гамильтон - придумал игру «Кругосветное путешествие» на поиск кратчайшего пути в графе,
- Р.Киркман - поставил и решил задачу о 15 школьницах,
- Дж.К.Рот - алгебраизация комбинаторики.
- Р.Стенли
- 50-е годы 20 века - возрождение интереса к комбинаторному анализу в связи с бурным развитием кибернетики и широким использованием ЭВМ. активизируется интерес к классическим комбинаторным задачам.
- 20-21 век - решена комбинаторная задача под названием «проблема четырёх красок»





• Элементы комбинаторики. •

- Комбинаторный анализ, комбинаторная математика, комбинаторика-раздел математики, посвящённый решению задач выбора и расположения элементов некоторого, обычно конечного множества в соответствии с заданными правилами,
- Каждое такое правило определяет способ построения некоторой конструкции из элементов исходного множества, называемой комбинаторной конфигурацией.
- Поэтому можно сказать, что целью комбинаторного анализа является изучение комбинаторных конфигураций.
- Это изучение включает в себя вопросы существования комбинаторных конфигураций, алгоритмы их построения, оптимизацию таких алгоритмов, а также решение задач перечисления, в частности определение числа конфигураций данного класса.
- Простейшими примерами комбинаторных конфигураций являются перестановки, сочетания и размещения.



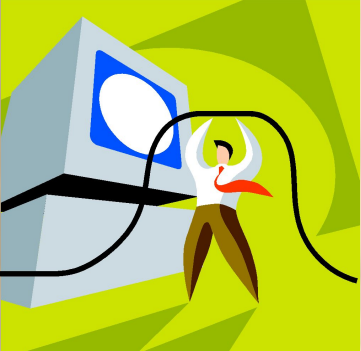
Основные
комбинаторные
задачи:

Составление
перестановок

Составление
сочетаний

Составление
размещений





• Типы комбинаторных задач •

- Магический квадрат;
- Латинский квадрат;
- Задача размещения;
- Задача коммивояжера.



Работа начинается с задач, при решении которых требуется непосредственно составлять те или иные комбинации и лишь после этого подсчитывать число возможных вариантов.

Здесь же разъясняются и формулируются основные правила комбинаторики-правило суммы и правило произведения.

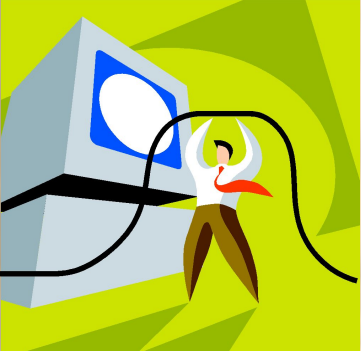
Правило суммы .

Пример. Ученик должен выполнить практическую работу по математике. Ему предложили 17 тем по алгебре и 13 тем по геометрии. Сколькими способами он может выбрать одну тему для практической работы?

Правило произведения.

Пример. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 1, 3, 5, 7, используя в записи каждую из них не более одного раза?





• Перестановки, размещения, сочетания. •



• Перестановки.

• Пример. Пусть имеются три книги. Обозначим их буквами a, b, c . Эти книги можно расставить на полке по-разному: $abc, acb, bac, bca, cab, cba$. Каждое из этих расположений называется перестановкой из трёх элементов.

• Число перестановок из n элементов обозначается P_n , (читается «Р из n»).

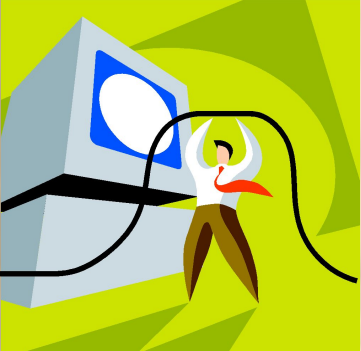
• Пример. Сколькими способами могут быть расставлены 8 участниц финального забега на восьми беговых дорожках?

• Вводится понятие «факториал» и формула его нахождения.

• $P_n = n!$ $n! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \dots \times n$ - произведение первых n множителей.

• Решение задачи: $P_8 = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 = 40320$ способов расстановки.





• Перестановки, размещения, сочетания. •



• Размещения.

- Пример. Пусть имеется 4 шара и 3 пустых ячейки. Обозначим шары буквами a, b, c, d
- В пустые ячейки можно по-разному разместить три шара из этого набора шаров: $асв, вас, авс.$

- Каждую упорядоченную тройку, которую можно составить из четырёх элементов называют размещением из четырёх элементов по три.

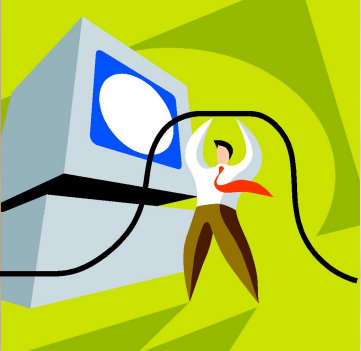
- Число размещений из n элементов по k обозначают A_n (читают «А из n по k»)

- Пример. Учащиеся второго класса изучают 8 предметов. Сколькими способами составить расписание на один день, чтобы в нём было 4 различных предмета?

- Речь идёт о размещении 8 предметов по 4.

- Решение: $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680.$





• Перестановки, размещения, **сочетания**. •



- Сочетания.
- Рассматриваются все возможные способы составления букетов, в которых по-разному сочетаются 3 гвоздики из данных пяти гвоздик разного цвета.
- Сочетанием из n элементов по k называется любое множество, составленное из k элементов, выбранных из данных элементов.
- Пример. На соревнования по лёгкой атлетике приехала команда из 12 спортсменов. Сколькими способами тренер может определить, кто из них побежит в эстафете 4x100 на первом, втором, третьем, четвёртом этапах?
- Решение. $12 \times 11 \times 10 \times 9 = 11880$ способов.



Решаем комбинаторные задачи в 5 классе.

(Учебник «Математика 5 класс».

Авторы: Н.Я. Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбурд).

Работа начинается с задач, в которых нужно найти все возможные комбинации и посчитать их количество.

Пример. Сколько трёхзначных чисел можно составить из цифр 3,5,7, если в записи числа цифры не будут повторяться?

Примеры задач:
Из села Аникеево в село Большово ведут 4 дороги, а из села Большово в село Виноградово-3 дороги. Сколькими способами можно добраться из Аникеева в Виноградово через село Большово?

№

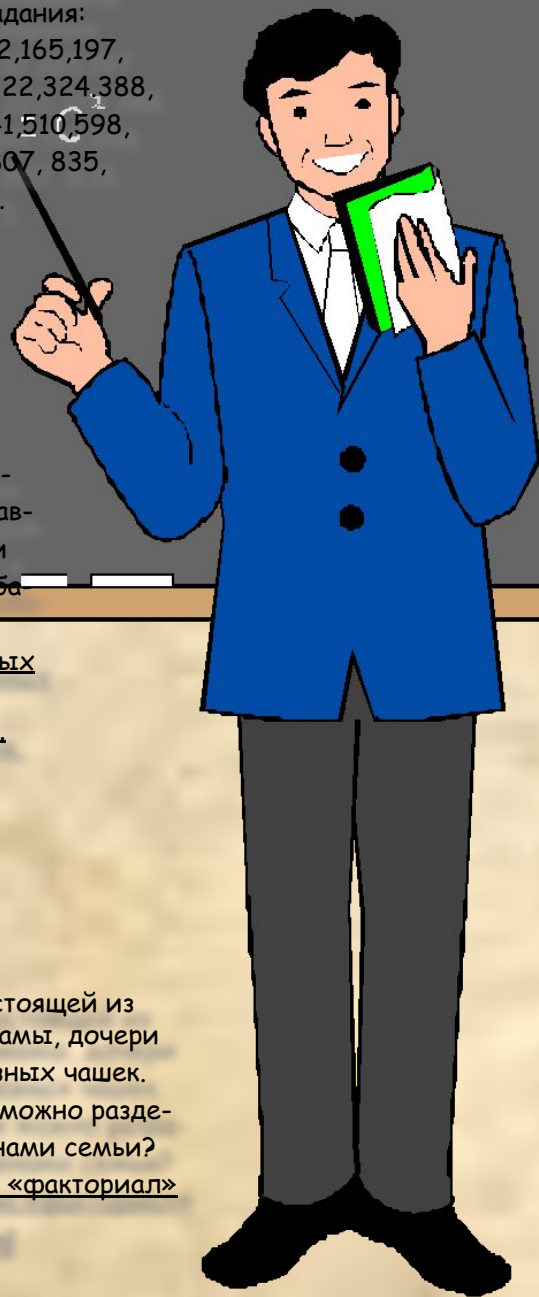
Этой теме посвящены следующие задания:
11,58,59,96,132,165,197,
228,257. 283,322,324,388,
401,414,432,441,510,598,
694,733,775, 807, 835,
922,1035,1071.

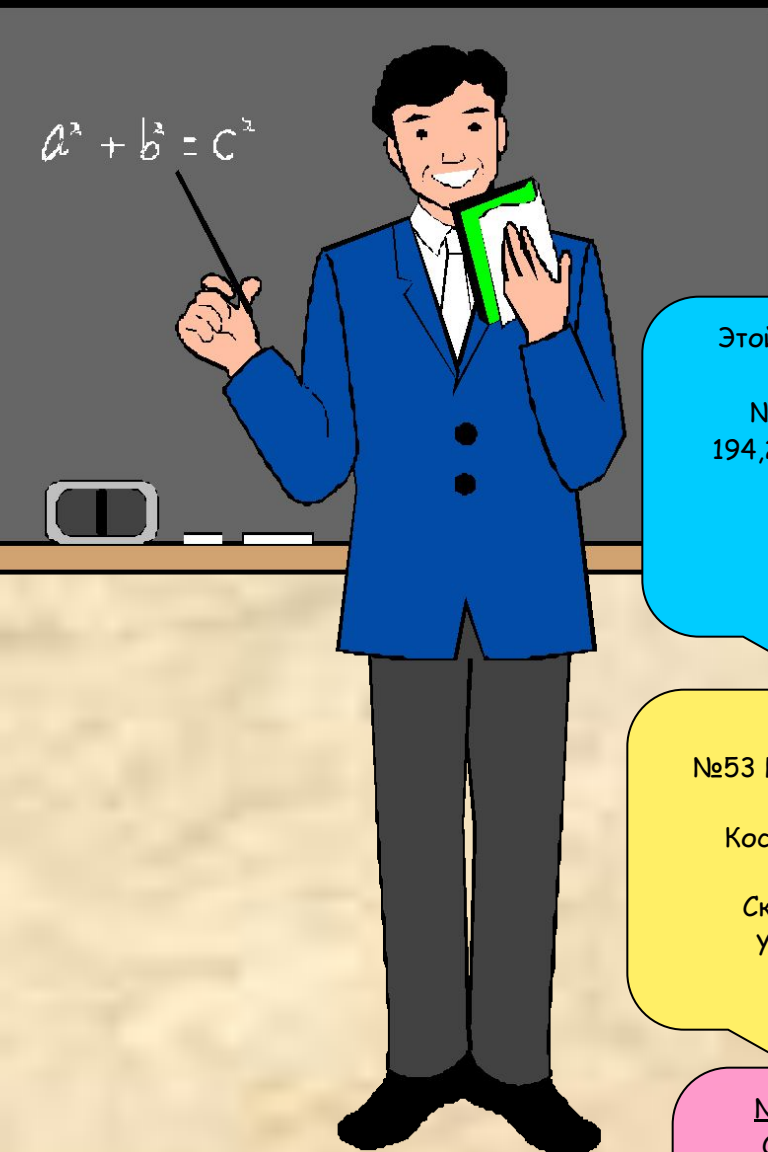
№96. В правление фирмы входят 5 человек. Из своего состава правление должно выбрать президента и вице-президента. Сколькими способами это можно сделать?

Составляется дерево возможных вариантов.

Вводится правило умножения.

№694. Семье, состоящей из бабушки, папы, мамы, дочери и сына, подарили 5 разных чашек. Сколькими способами можно разделить чашки между членами семьи?
Вводится термин «факториал» и обозначение $n!$





$$a^2 + b^2 = c^2$$

в 6 классе.

Учебник «Математика 6 класс»
Авторы: Н.Я.Виленкин, В.И.Жохов, А.С.Чесноков, С.И.Шварцбург.

Этой теме посвящены следующие задания:
№ 23,24,53,80,81,108,137,160,
194,232,262,355,410,462,1220,1249,
1303.

№ 23 Государственные флаги многих стран состоят из горизонтальных или вертикальных полос разного цвета. Сколько могло бы быть флагов, состоящих из 2 горизонтальных полос разного цвета?
Вводится понятия «комбинаторика», «комбинаторные задачи».

Примеры задач:
№53 На уроке физкультуры Андрей, Марат, Костя, Саша, Серёжа готовятся к прыжкам в высоту. Сколькими способами можно установить для них очерёдность прыжков?

№137 Сколько чётных 4-значных чисел можно составить из цифр 0,2,3,4,5?
№194 Сколько 3-значных чисел можно составить из чётных цифр?
№410 В городе 7-значные номера. Сколько может быть номеров, начинающихся цифрами 235?

№1220 Введение понятия «граф».
Ответьте на вопросы, используя графы.
В спортивном зале собрались Витя, Коля, Петя, Серёжа и Максим. Оказалось, что каждый из мальчиков знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком?

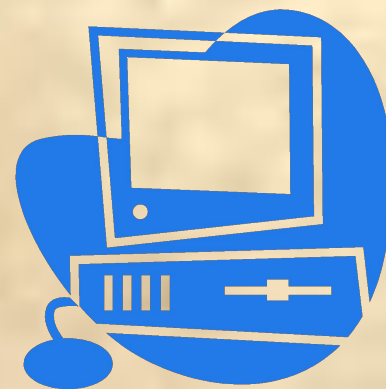
Литература

1. Берлов С.А., Иванов С.В., С.В. Кохась
«Петербургские математические олимпиады»
Санкт-Петербург, Москва, Краснодар, »Лань» 2003;
2. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И.
«Математика» 5 класс учебник для общеобразовательных учреждений
М. «Мнемозина» 2008;
3. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И.
«Математика» 6 класс учебник для общеобразовательных учреждений
М. «Мнемозина» 2008;
4. Виноградов И.М. «Математическая энциклопедия»
М. «Советская энциклопедия» 1979
5. Гарднер Мартин «Математические досуги»
М «Оникс» 1995
6. Дорофеев Г.В. И др. «Математика 6 класс. Дидактические материалы»
М «Дрофа» 1995
7. Игнатъев Е.И. «В царстве смекалки»
М «Наука» 1979
8. Изучаем элементы статистики»
ж-л «Математика в школе» №5 2004
9. Когаловский С.Р. «Роль комбинаторных задач в обучении математики»
ж-л «Математика в школе» №7 2004
10. Козлова Е.Г. «Сказки и подсказки»
М МИРОС 1994





11. Колмогоров А.Н. «Введение в теорию вероятностей и комбинаторику»
ж-л «Математика в школе» №8 2000;
12. Лысенко Ф.Ф. «Математика 5-6 класс. Тесты для промежуточной аттестации» Ростов-на Дону «Легион» 2008;
13. Макарычев Ю.Н., Миндюк Н.Г.
«Элементы комбинаторики в школьном курсе алгебры»
ж-л «Математика в школе» №7 2003;
- 14.»О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы»
ж-л «Математика в школе» №9 2003;
15. Письменный Д.Т. «Конспект лекций по теории вероятностей, математической статистике и случайным процессам»
М «Айрис-Пресс» 2008;
16. Романова Н.В. «Комбинаторно-геометрическо- арифметические задачи на стыке начальной и основной школ»
ж-л «Математика в школе» №4 2004;
17. Студенецкая В.Н., Фадеева О.М. «Статистика и теория вероятностей на пороге основной школы»
ж-л «Математика в школе» №5 2004;
18. Интернет.





Спасибо за
внимание!

Желаю успехов!

