# Пифагор и его открытия

Надежда Леонидовна Лопаткина

Учитель математики

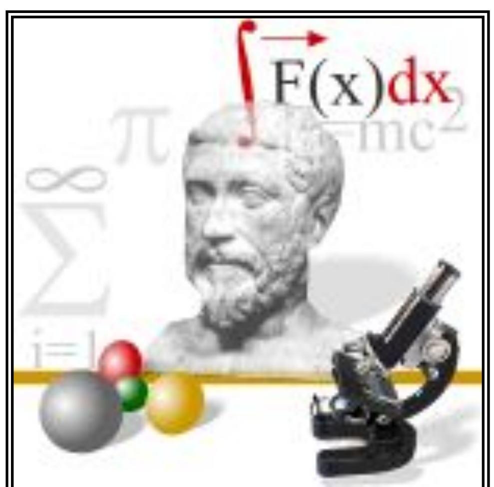
МОУ СОШ с УИОП д.Стулово

# Как можно доказать теорему Пифагора?

# Кто ты, Пифагор?

**Пифагор – великий математик, философ и политический деятель. Родился в**

**VI веке до н.э. в городе Регия на острове Самос. На 50-м году жизни поселился в Южной Италии – г.Кротон. Именно здесь Пифагор стал знаменитым, сделал свои открытия, основал Пифагорейскую школу. В научных достижениях прославился своей теоремой и учением о числах.**

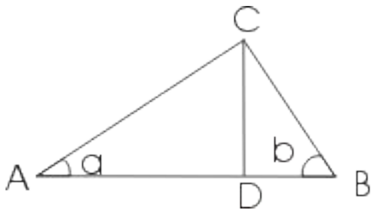


# Теорема Пифагора

**В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.**

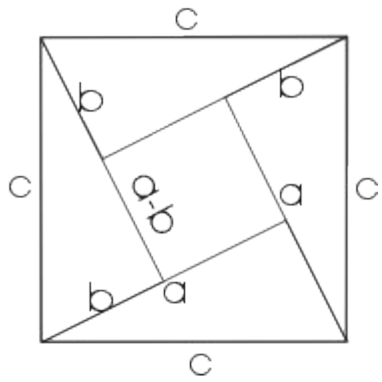
# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

**Доказательство основанное на теории подобия.**
В прямоугольном треугольника ABC проведем из вершины прямого угла высоту CD; тогда треугольник разобьется на два треугольника, также являющихся прямоугольными. Полученные треугольники будут подобны друг другу и исходному треугольнику. Это легко доказать, пользуясь первым признаком подобия(по двум углам). В самом деле, сразу видно что, кроме прямого угла, треугольники ABC и ACD имеют общий угол a, треугольники CBD и ABC - общий угол b. То, что малые треугольники также подобны друг другу, следует из того, что каждый из них подобен большому треугольнику. Впрочем, это можно установить и непосредственно.



# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

Доказательство индийского математика **Басхары** изображено на рисунке. В пояснение к нему он написал только одну строчку: "Смотри!". Ученые считают, что он выражал площадь квадрата ,построенного на гипотенузе, как сумму площадей треугольников (4ab/2) и площадь квадрата $(a-b)^2$.




Следовательно:

$$c^2=4ab/2+(a-b)^2$$

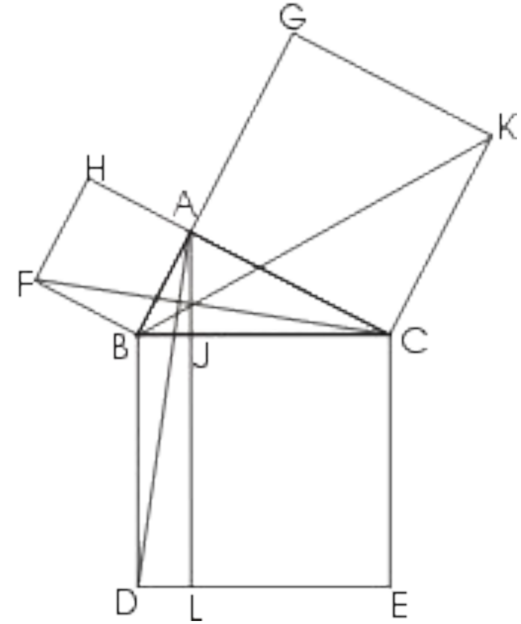
$$c=2ab+a^2-2ab+b^2$$

$$c^2=a^2+b^2$$

Теорема доказана.

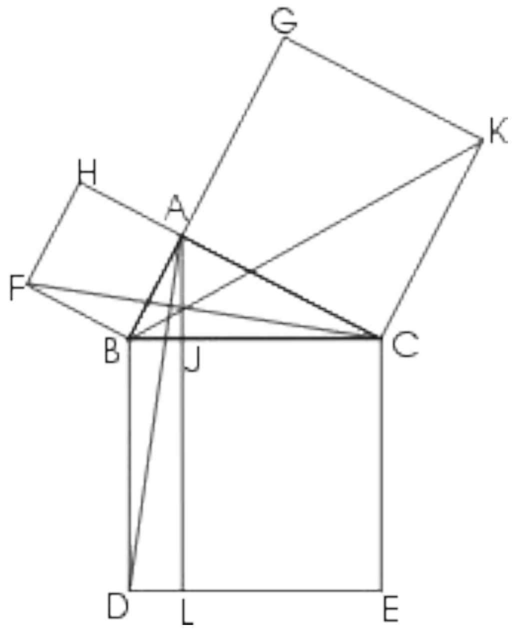
# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

**Доказательство Евклида**
Это доказательство было приведено **Евклидом** в его "Началах". По свидетельству **Прокла (Византия)**, оно придумано самим Евклидом. Доказательство Евклида приведено в предложении 47 первой книги "Начал".
На гипотенузе и катетах прямоугольного треугольника ABC строятся соответствующие квадраты и доказывается, что прямоугольник BJLD равновелик квадрату ABFH, а прямоугольник ICEL - квадрату АСКС. Тогда сумма квадратов на катетах будет равна квадрату на гипотенузе.



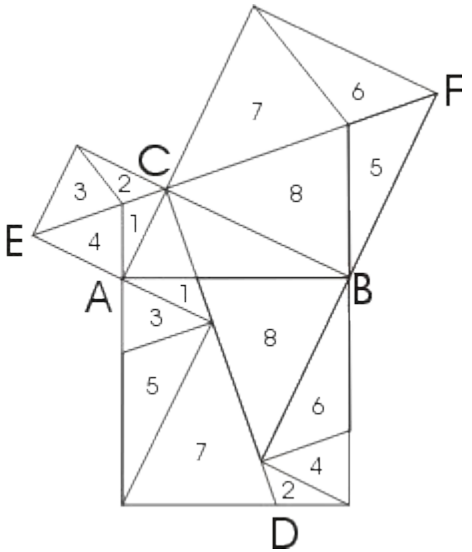
# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

В самом деле, треугольники ABD и BFC равны по двум сторонам и углу между ними:
FB = AB, BC = BD PFBC = d + PABC = PABD
Но SABD = 1/2 S BJLD, так как у треугольника ABD и прямоугольника BJLD общее основание BD и общая высота LD.
Аналогично **S**FBC=1\2S ABFH
(BF-общее основание, AB-общая высота). Отсюда, учитывая, что
SABD=SFBC, имеем SBJLD=SABFH.
Аналогично, используя равенство треугольников BCK и ACE, доказывается, что SJCEL=SACKG.
Итак, SABFH+SACKG= SBJLD+SJCEL= SBCED,
что и требовалось доказать.



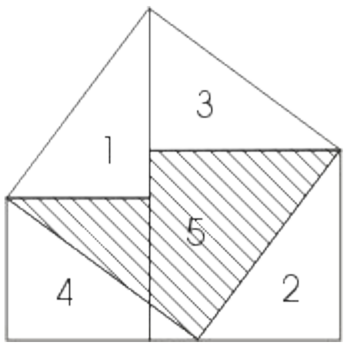
# Рассмотрим  несколько способов доказательств  теоремы

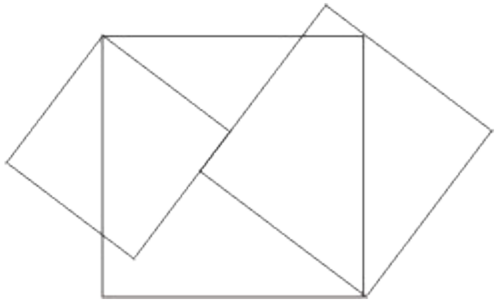
**Доказательство Эпштейна** Начнем с доказательства **Эпштейна**(рис. 1) ; его преимуществом является то, что здесь в качестве составных частей разложения фигурируют исключительно треугольники. Чтобы разобраться в чертеже, заметим, что прямая CD проведена перпендикулярно прямой EF. Разложение на треугольники можно сделать и более наглядным, чем на рисунке.



# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

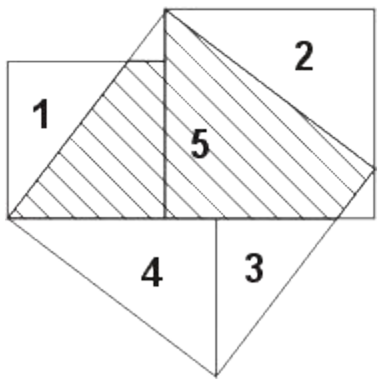
**Доказательство 9 века н.э.**
Ранее были представлены только такие доказательства, в которых квадрат, построенный на гипотенузе, с одной стороны, и квадраты, построенные на катетах, с другой, складывались из равных частей. Такие доказательства называются доказательствами при помощи сложения ("аддитивными доказательствами") или, чаще, доказательствами методом разложения. До сих пор мы исходили из обычного расположения квадратов, построенных на соответствующих сторонах треугольника, т. е. вне треугольника. Однако во многих случаях более выгодно другое расположение квадратов.



# Рассмотрим несколько способов доказательств теоремы

На рисунке квадраты, построенные на катетах, размещены ступенями один рядом с другим. Эту фигуру, которая встречается в доказательствах, датируемых не позднее, чем 9 столетием н. э., индусы называли **"стулом невесты"**. Способ построения квадрата со стороной, равной гипотенузе, ясен из чертежа. Общая часть двух квадратов, построенных на катетах, и квадрата, построенного на гипотенузе, - неправильный заштрихованный пятиугольник 5. Присоединив к нему треугольники 1 и 2, получим оба квадрата, построенные на катетах; если же заменить треугольники 1 и 2 равными им треугольниками 3 и 4, то получим квадрат, построенный на гипотенузе. На рисунках ниже изображены два различных расположения близких к тому, которое дается на первом рисунке.



# Рассмотрим несколько решений задач

1. Задача из древнего китайского трактата «Математика в девяти книгах».

Имеется квадратный водоем со стороной в 1 чжан. В центре его растет камыш который выступает из воды на один чи. Если потянуть камыш к берегу, то он как раз коснется его. Спрашивается, какова глубина водоема и какова высота камыша?

AB=AC, DC=5чи, $\triangle$ ADC-прямоуг.

$AC^2=AD^2 + DC^2$

$(x+1)^2 = x^2 + 5^2$

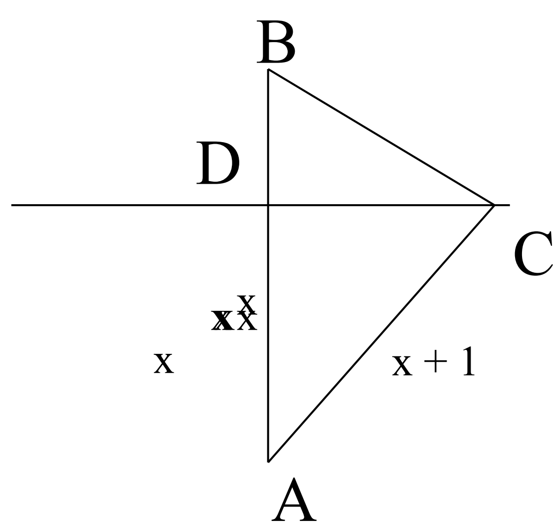
$x^2 + 2x + 1 = x^2 + 25$

$2x = 24$

$x = 12$

$12 + 1 = 13$

Ответ: 12 чи – глубина водоёма. 13 чи – высота камыша.



# Рассмотрим  несколько решений задач

**2. Задача древних индусов:**

**Над озером тихим,**

**С полфута размером, высился лотоса цвет.**

**Он рос одиноко. И ветер порывом**

**Отнес его в сторону. Нет**

**Боле цветка над водой.**

**Нашел же рыбак его ранней весной**

**В двух футах от места, где рос.**

**И так, предложу я вопрос:**

**Как озера вода здесь глубока?**

x
xx
x

Решите задачу самостоятельно.

**Таким образом,**

# мы убедились, что теорему Пифагора можно доказать различными способами.

x
xx
x

# Спасибо за внимание