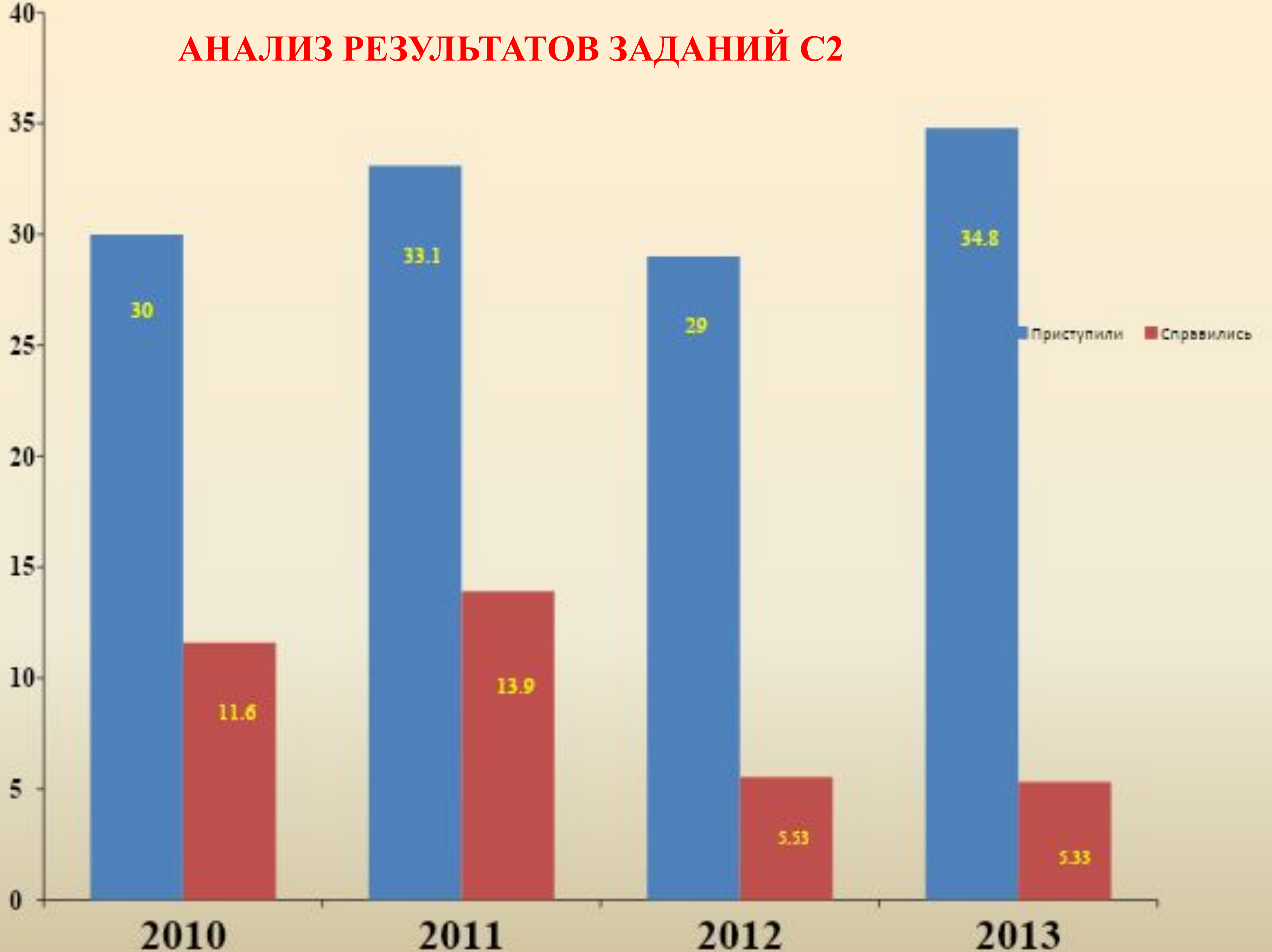
ЗАДАЧИ С2 НА ЕГЭ

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЗАДАНИЙ С2



Задачи на нахождение:

- **Расстояния между двумя точками**
- **Расстояния от точки до прямой**
- **Расстояния от точки до плоскости**
- **Расстояния между скрещивающимися прямыми**
- **Угла между двумя прямыми**
- **Угла между прямой и плоскостью**

МЕТОДЫ:

- **Поэтапно-вычислительный**
- **Координатно-векторный**
- **Метод параллельных прямых**
- **Метод параллельных прямых и плоскостей**
- **Метод объемов**
- **Метод ортогонального проектирования**

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.

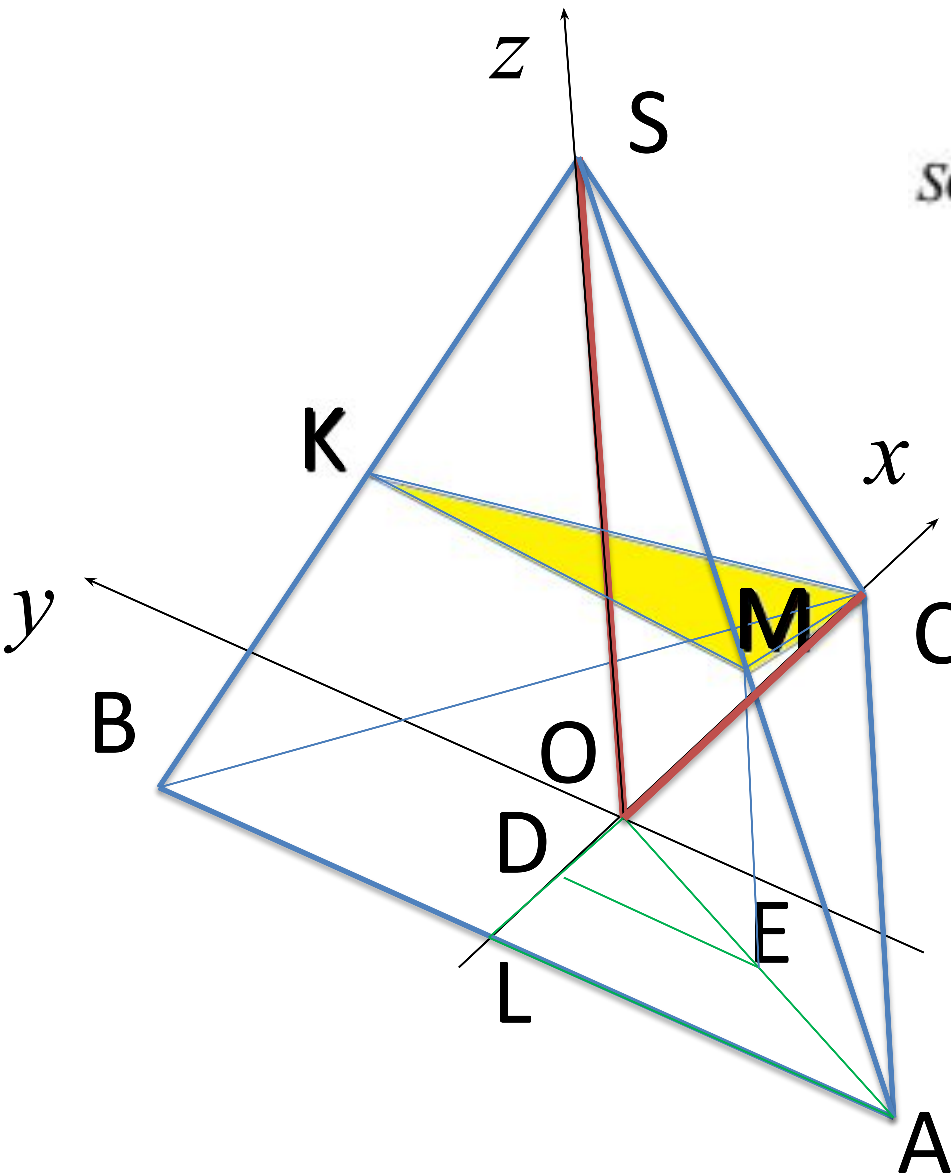
Координатно-векторный метод

$$M\left(x_0, y_0, z_0\right)$$

$$ax + by + cz + d = 0,$$

$$\rho\left(M, \alpha\right) = \frac{\left|ax_0 + by_0 + cz_0 + d\right|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



Решение.

$$SO=\sqrt{SC^2-OC^2}=\sqrt{6^2-\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2}=\sqrt{\frac{92}{3}}$$

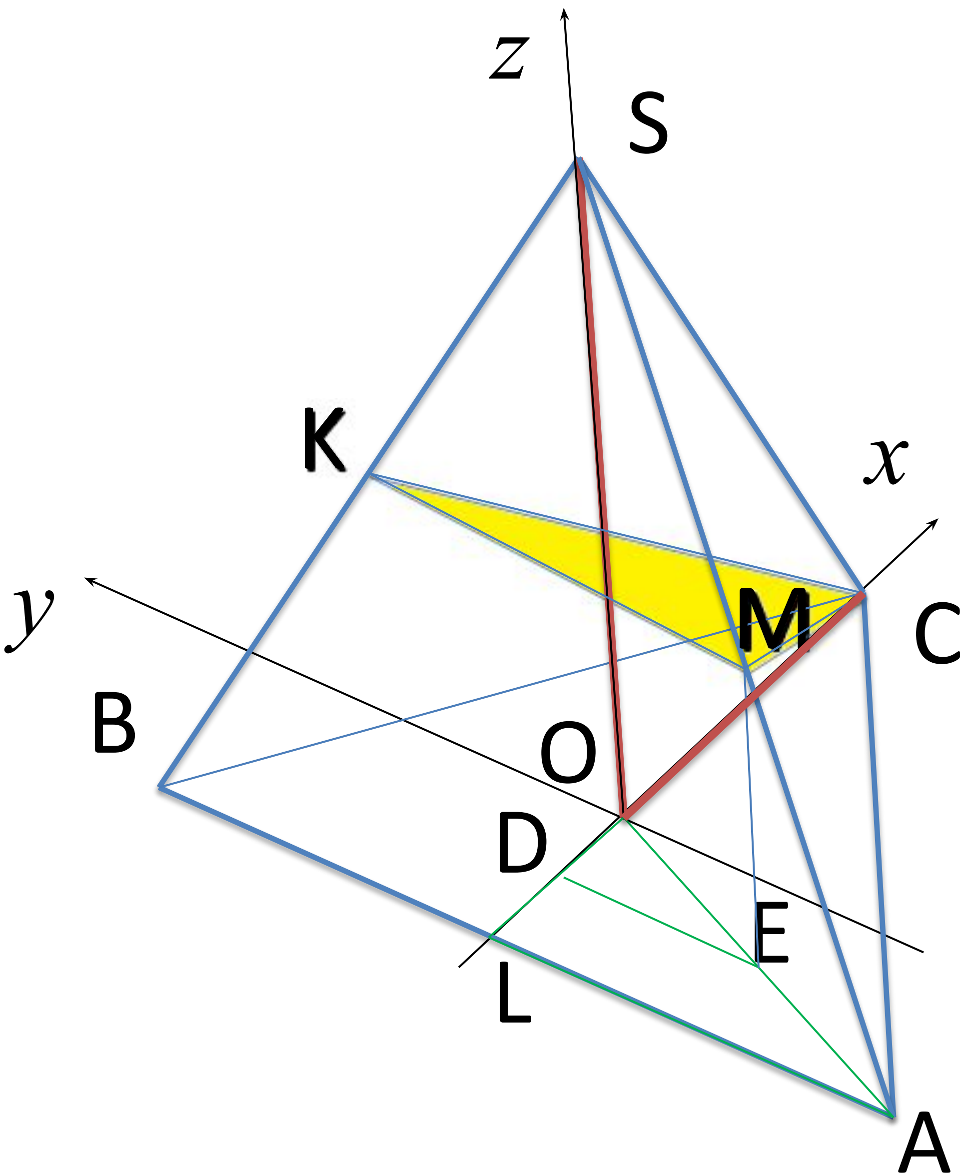
$$C\left(\frac{4\sqrt{3}}{3};0;0\right),\quad A\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3};-2;0\right)$$

$$M\left(-\frac{\sqrt{3}}{3};-1;\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{92}{3}}\right),\ K\left(-\frac{\sqrt{3}}{3};1;\frac{1}{2}\cdot\sqrt{\frac{92}{3}}\right)$$

$$ax+by+cz+d=0,$$

$$\begin{cases}\frac{4\sqrt{3}}{3}\cdot a+d=0,\\ -\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot a-b+\sqrt{\frac{23}{3}}\cdot c+d=0,\\ -\frac{\sqrt{3}}{3}\cdot a+b+\sqrt{\frac{23}{3}}\cdot c+d=0.\end{cases}$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



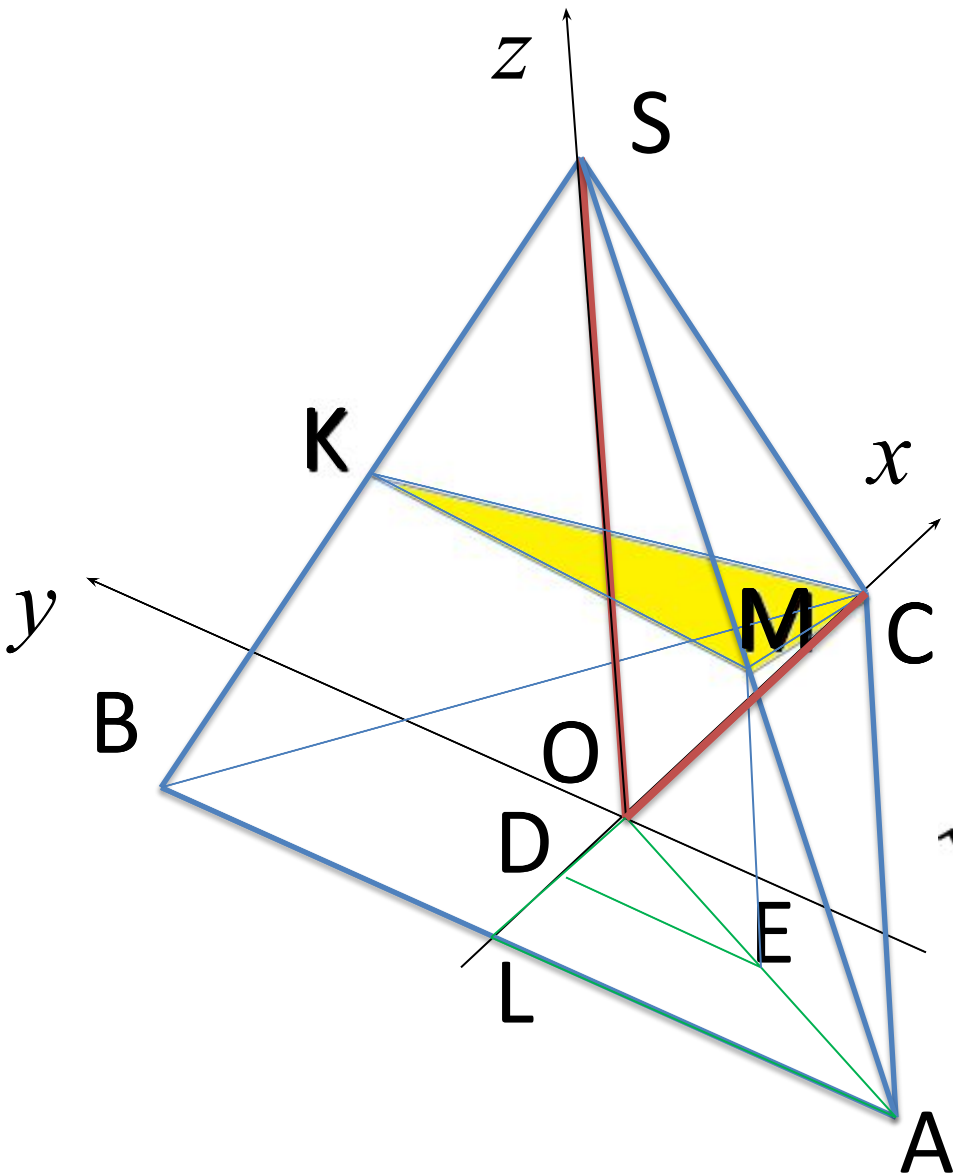
Решение.

$$b = 0$$

$$a = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot d$$

$$c = -\frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{23}} \cdot d$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



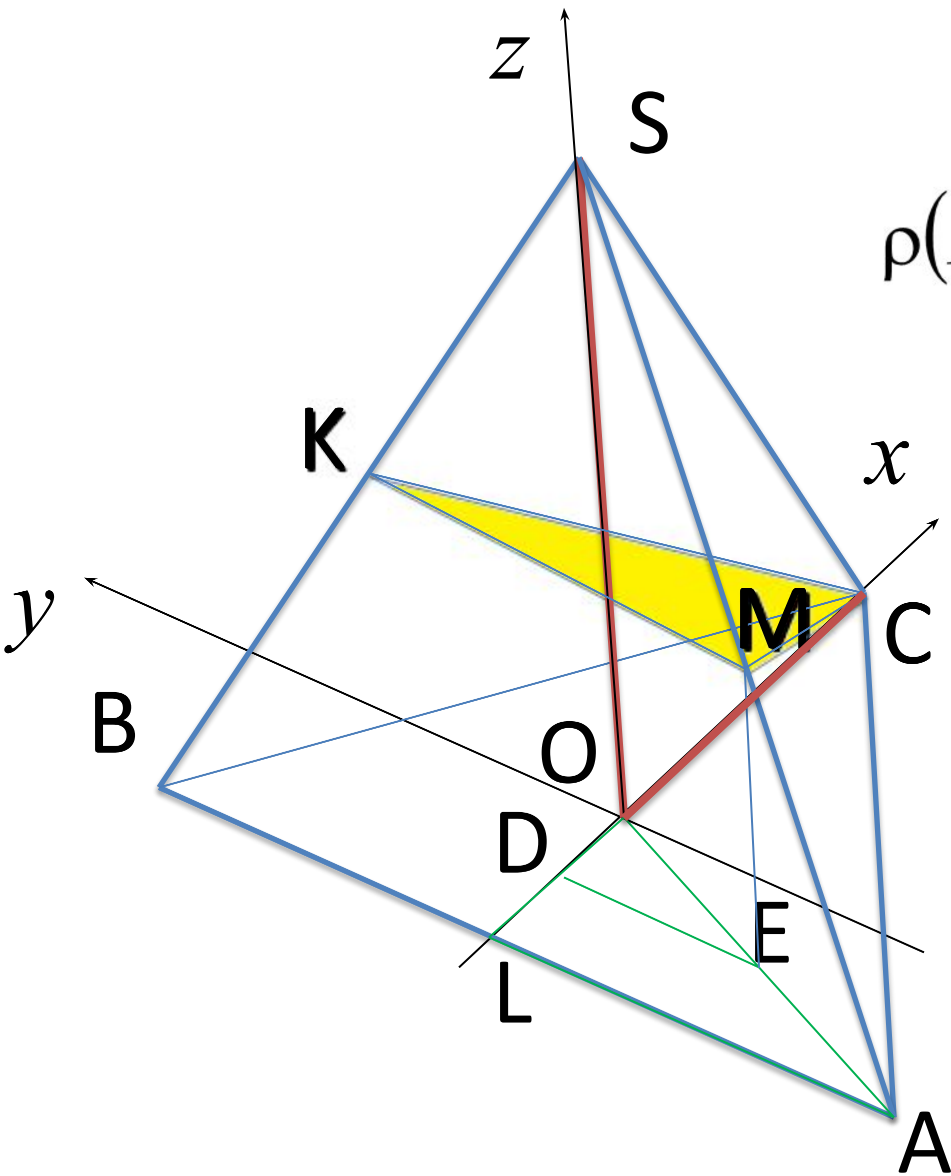
Решение.

$$-\frac{\sqrt{3}}{4}\cdot dx-\frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{23}}\cdot dz+d=0$$

или

$$\sqrt{69}x+5\sqrt{3}\,z-4\sqrt{23}=0$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



Решение.

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

$$\rho(A; CMK) =$$

$$= \frac{\left|\sqrt{69} \cdot \left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right) + 0 \cdot (-2) + 5\sqrt{3} \cdot 0 - 4\sqrt{23}\right|}{\sqrt{(\sqrt{69})^2 + 0^2 + (5\sqrt{3})^2}} =$$

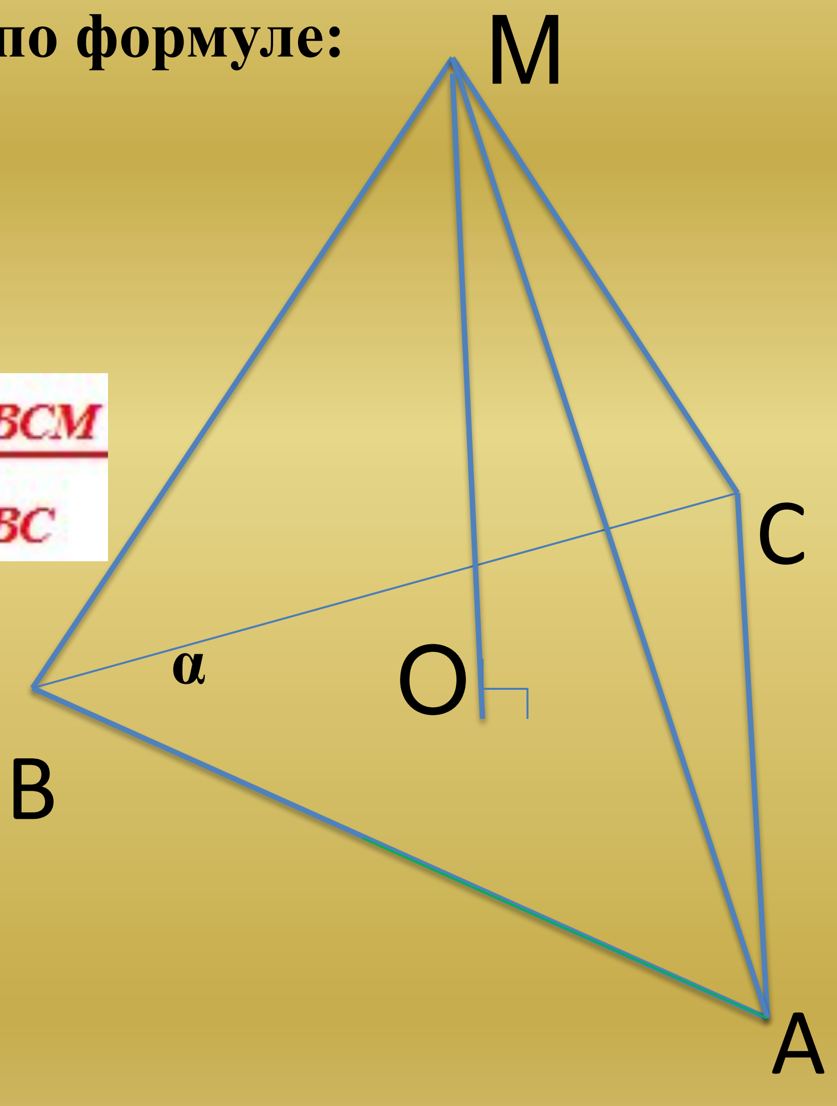
$$= \frac{\sqrt{23}}{2}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{23}}{2}$

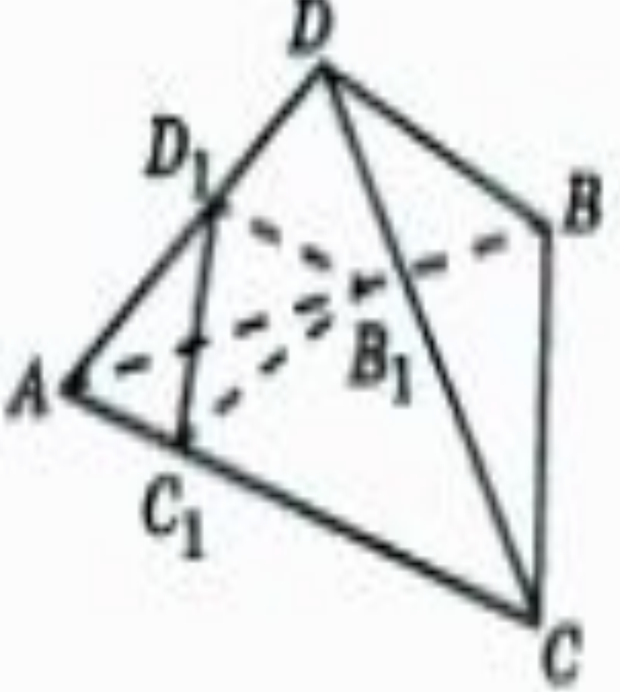
Метод объёмов

Если объем пирамиды ABCM равен V_{ABCM}, то расстояние от точки M до плоскости α, содержащей треугольник ABC, вычисляется по формуле:

$$\rho(M,\alpha) = \rho(M,ABC) = MO = \frac{3V_{ABCM}}{S_{ABC}}$$

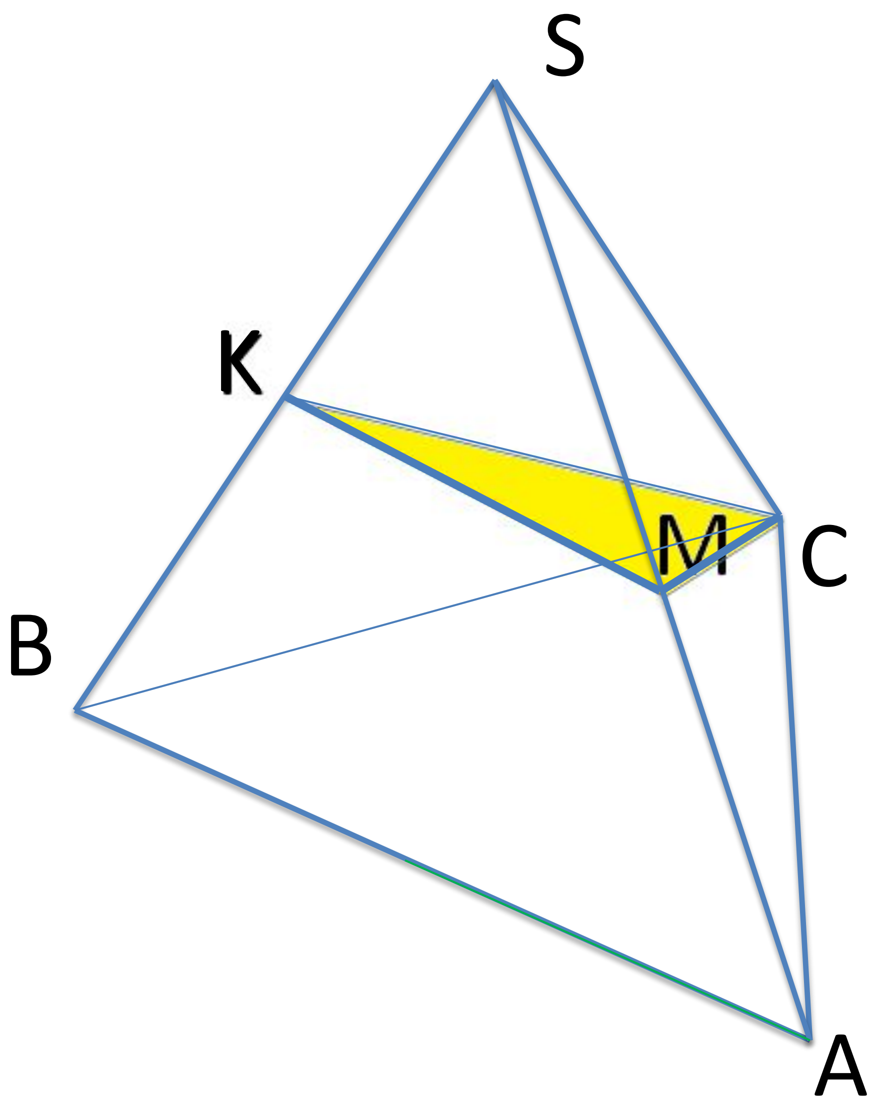


Объемы пирамид, имеющих ***общий трехгранный угол***, относятся как ***произведения ребер***, содержащих этот угол.



$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB_1C_1D_1}} = \frac{AB \cdot AC \cdot AD}{AB_1 \cdot AC_1 \cdot AD_1}$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



Решение.

$$\rho(A;(CMK)) = \rho(S;(CMK))$$

$$\frac{V_{SKMC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA}\cdot\frac{SK}{SB}\cdot\frac{SC}{SC} = \frac{1}{4}$$

$$V_{SKMC} = \frac{1}{4}\cdot V_{SABC} = \frac{1}{4}\cdot\frac{1}{3}\cdot S_{ABC}\cdot SO =$$

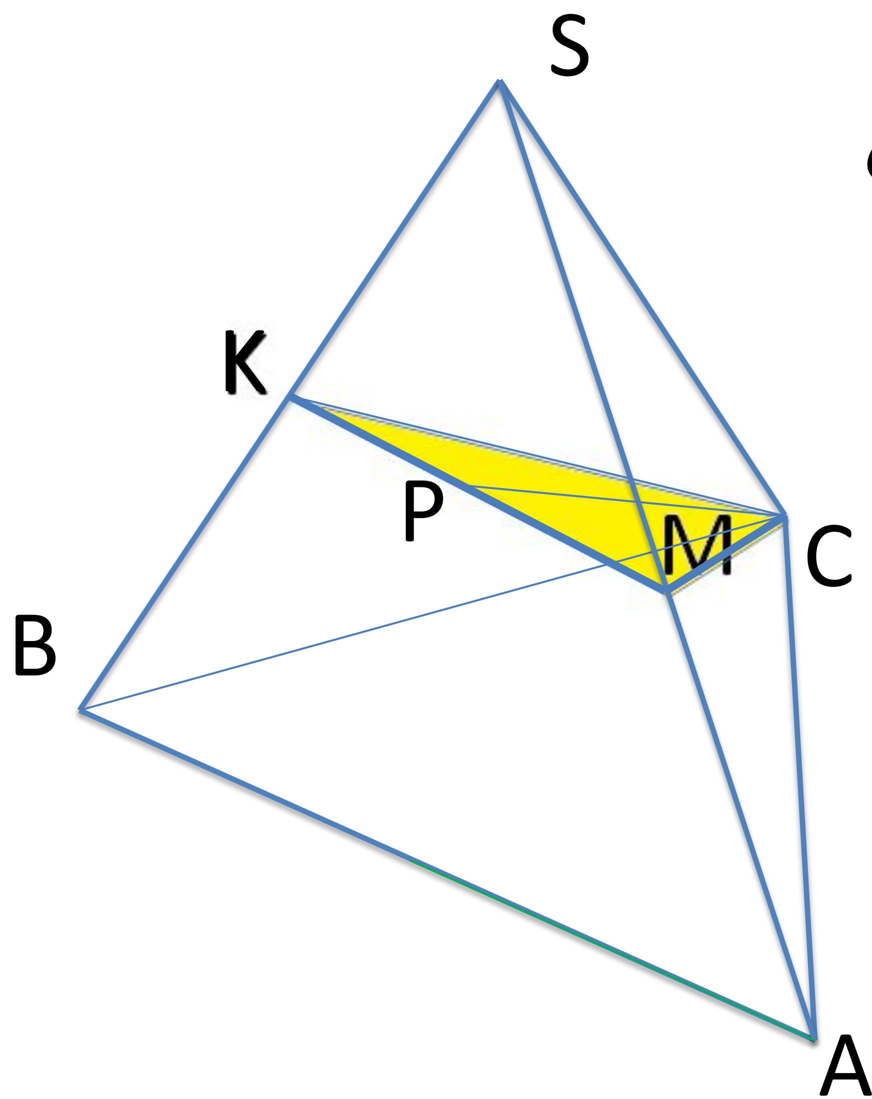
$$= \frac{1}{12}\cdot\sqrt{\frac{92}{3}}\cdot\frac{16\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{23}}{3}.$$

$$MC = \frac{1}{2}\sqrt{2\cdot AC^2 + 2\cdot SC^2 - AS^2} =$$

$$= \frac{1}{2}\sqrt{2\cdot 4^2 + 2\cdot 4^2 - 4^2} = \sqrt{17}.$$

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.

Решение.



$$CP = \sqrt{MC^2 - \left(\frac{KM}{2}\right)^2} = \sqrt{17 - 1} = 4$$

$$S_{KMC} = \frac{1}{2} \cdot KM \cdot CP = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4.$$

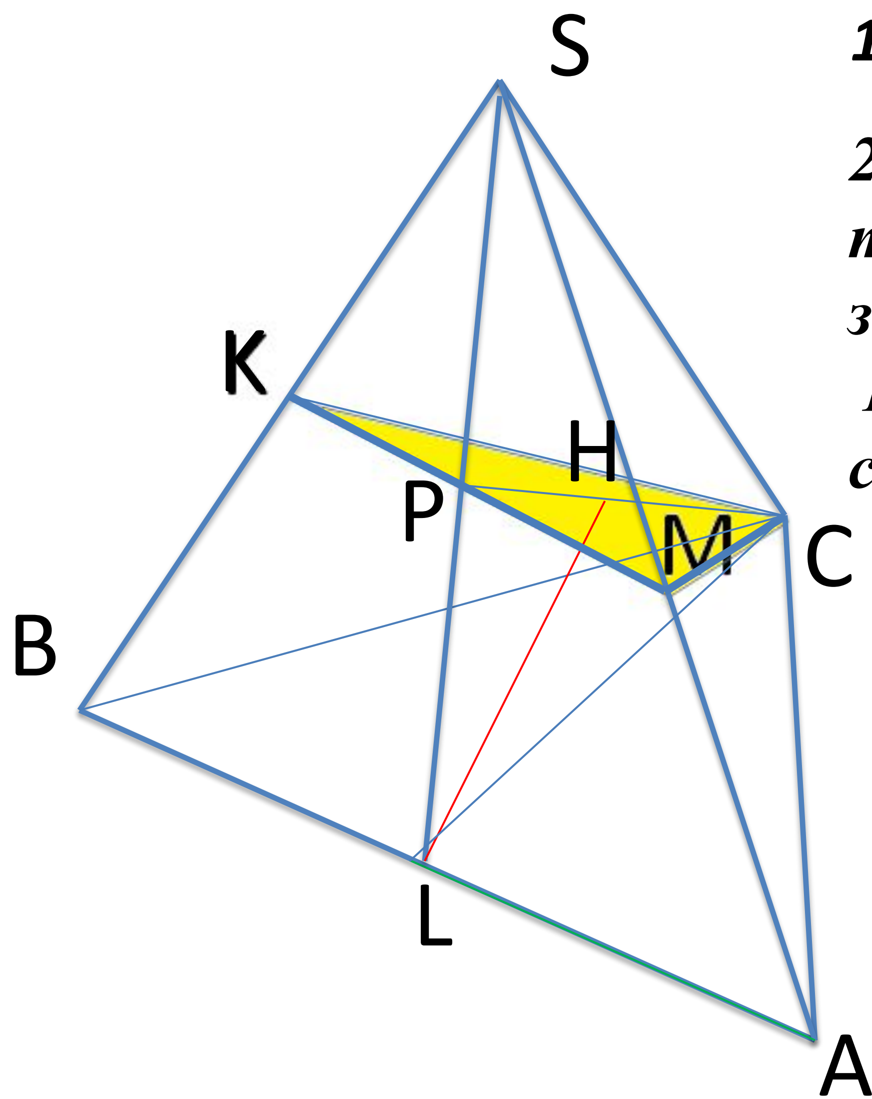
$$\rho(A; KMC) = \rho(S; KMC) =$$

$$= \frac{3 \cdot V_{SKMC}}{S_{KMC}} = \frac{3 \cdot \frac{2\sqrt{23}}{3}}{4} = \frac{\sqrt{23}}{2}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{23}}{2}$

Поэтапно-вычислительный метод

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.



Решение.

1) $\boldsymbol{T.к.\ BA \parallel KM,\ то\ BA \parallel (KMC)}$

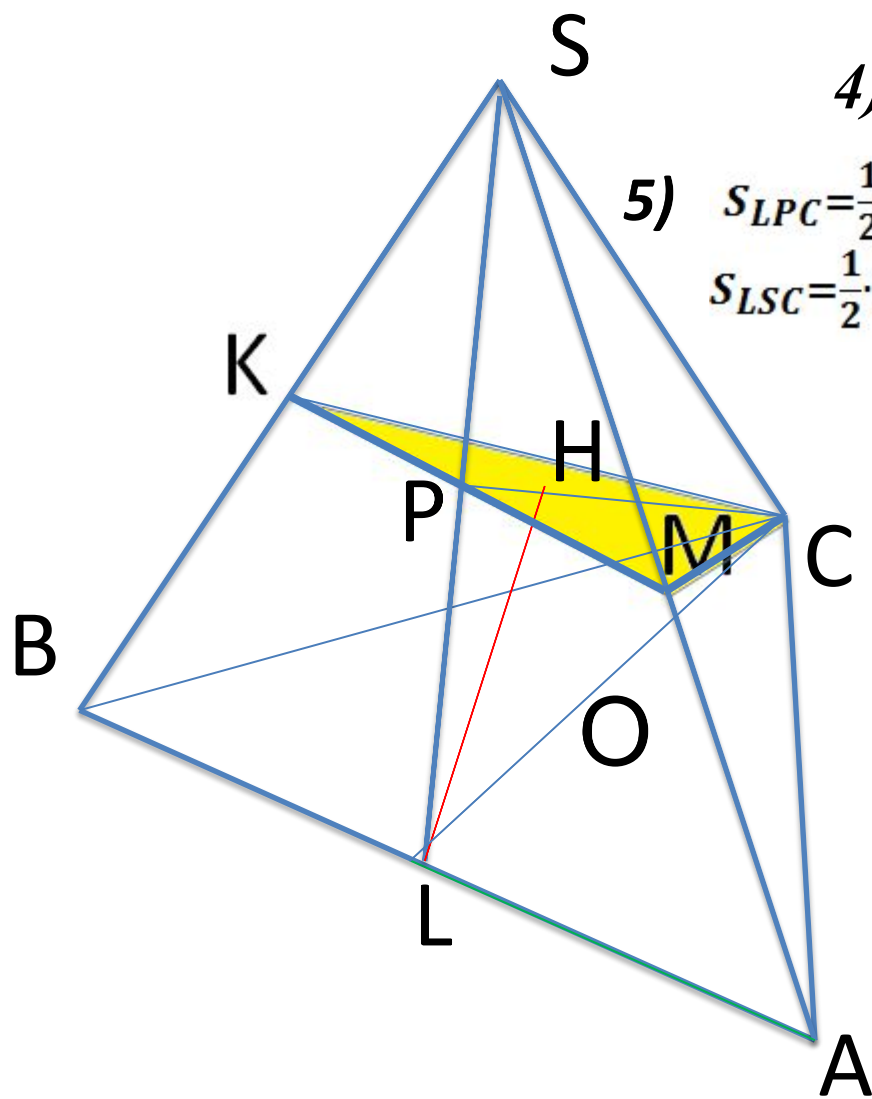
2) Пусть L - середина AB, тогда SL $\perp$ BA и CL $\perp$ BA, значит, BA $\perp$ (SLC), поэтому KM $\perp$ (SLC), следовательно (KMC) $\perp$ (SLC)

3) Т.к. PC=(KM($\cap$(SLC), то LH $\perp$ PC и LH $\perp$(KMC)

LH – искомое расстояние

В правильной треугольной пирамиде SABC точка S – вершина. Точка M – середина ребра SA, точка K – середина ребра SB. Найти расстояние от вершины A до плоскости CMK, если SC = 6, AB = 4.

Решение.



4) $S_{LPC} = \frac{1}{2} \cdot PC \cdot LH \Rightarrow LH = \frac{2S_{LPC}}{PC}$

5) $\left.\begin{array}{l} S_{LPC} = \frac{1}{2} \cdot S_{LSC} \\ S_{LSC} = \frac{1}{2} \cdot LC \cdot SO \end{array}\right| \Rightarrow S_{LPC} = \frac{1}{4} \cdot LC \cdot SO = \sqrt{23}$

6) $PC = 4$

7) *Из пунктов 4,5,6* $\Rightarrow LH = \frac{\sqrt{23}}{2}$

Ответ: $\frac{\sqrt{23}}{2}$

СПАСИБО

ЗА

ВНИМАНИЕ!