

# *ЗАДАЧИ С2 НА ЕГЭ*



## АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЗАДАНИЙ С2



# Задачи на нахождение:

- Расстояния между двумя точками
- Расстояния от точки до прямой
- Расстояния от точки до плоскости
- Расстояния между скрещивающимися прямыми
- Угла между двумя прямыми
- Угла между прямой и плоскостью

# МЕТОДЫ:

- **Поэтапно-вычислительный**
- **Координатно-векторный**
- **Метод параллельных прямых**
- **Метод параллельных прямых и плоскостей**
- **Метод объемов**
- **Метод ортогонального проектирования**

**В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $SMK$ , если  $SC = 6$ ,  $AB = 4$ .**

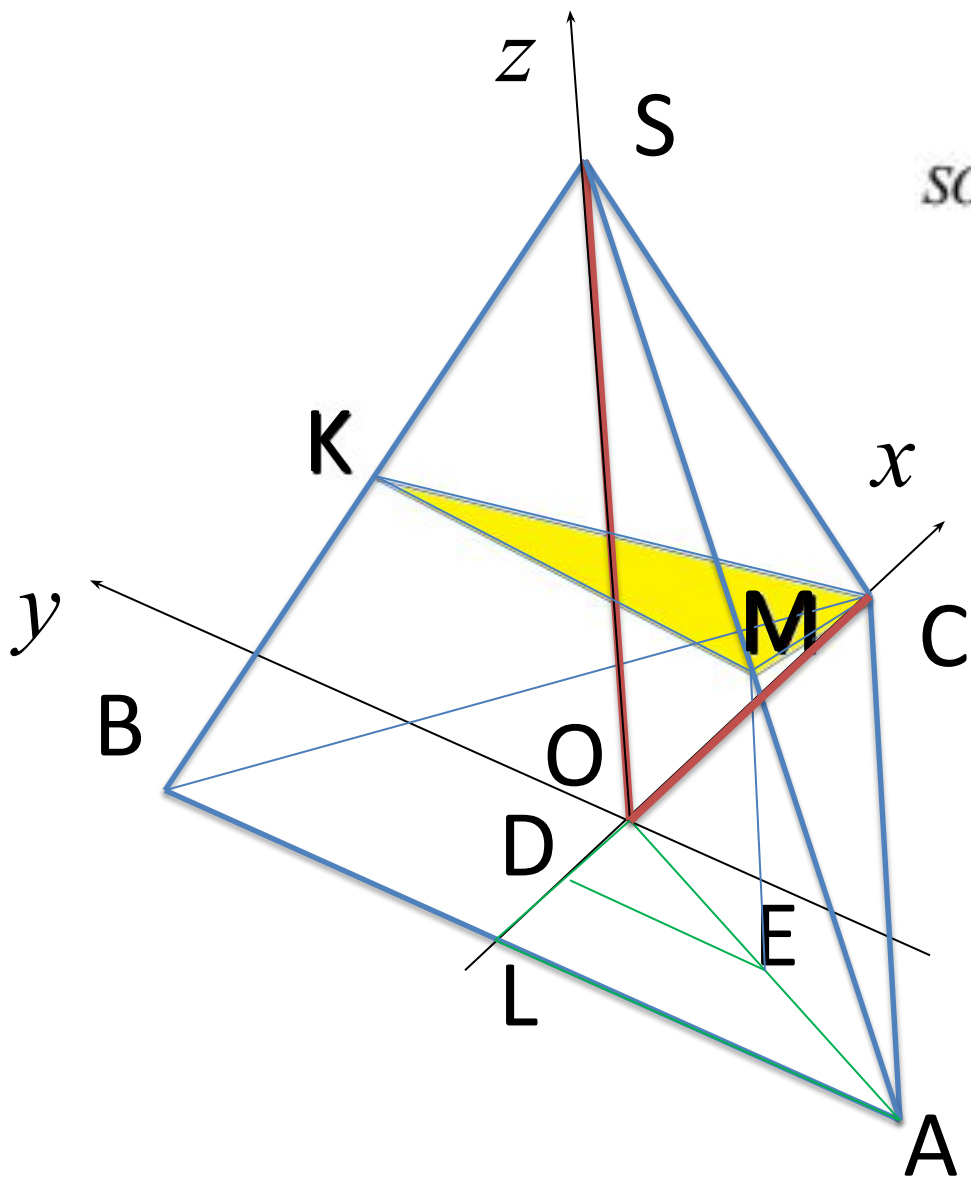
# Координатно-векторный метод

$$M(x_0, y_0, z_0)$$

$$ax + by + cz + d = 0,$$

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .



*Решение.*

$$SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = \sqrt{6^2 - \left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{92}{3}}$$

$$C\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}; 0; 0\right), \quad A\left(-\frac{2\sqrt{3}}{3}; -2; 0\right)$$

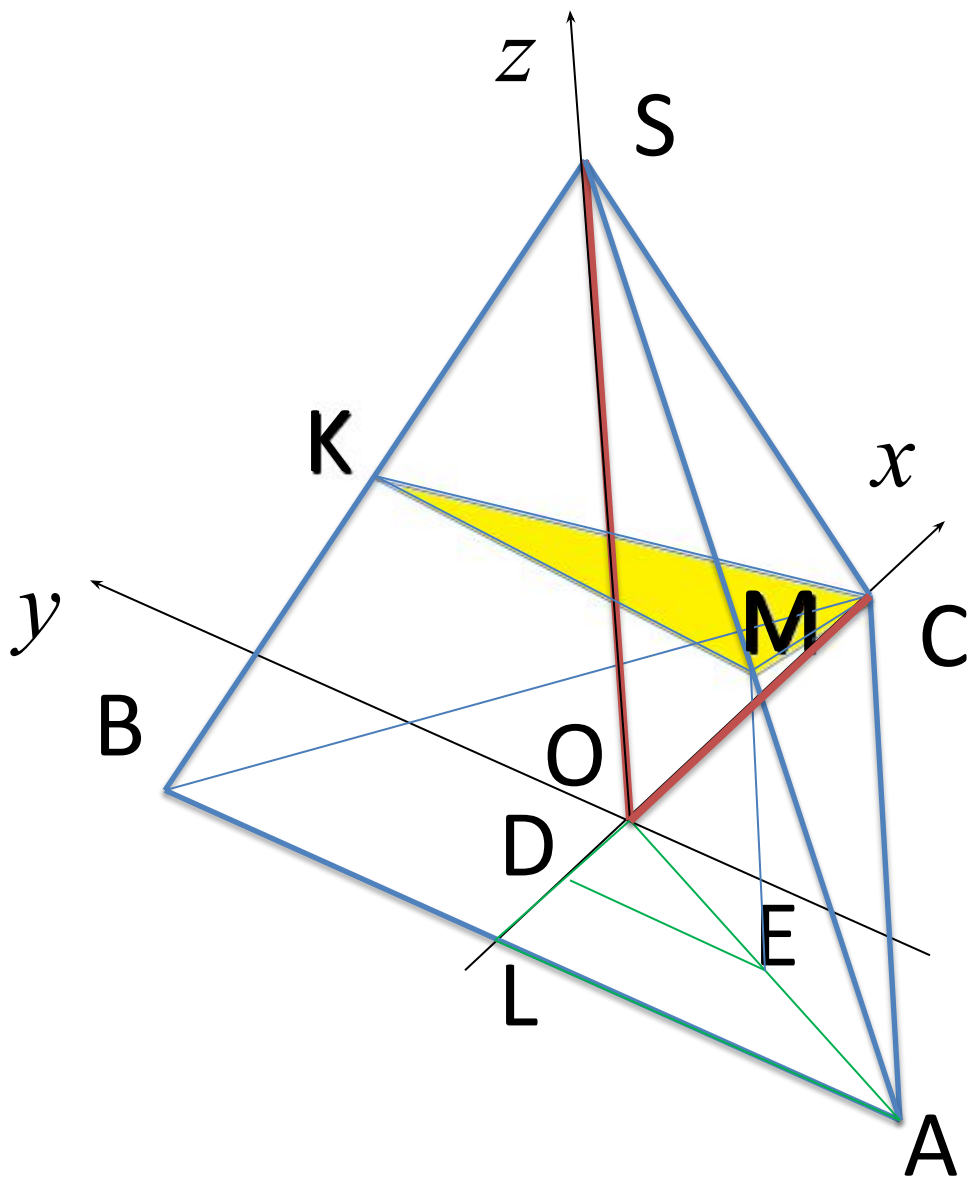
$$M\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; -1; \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{92}{3}}\right), \quad K\left(-\frac{\sqrt{3}}{3}; 1; \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{92}{3}}\right)$$

$$ax + by + cz + d = 0,$$

$$\begin{cases} \frac{4\sqrt{3}}{3} \cdot a + d = 0, \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a - b + \sqrt{\frac{23}{3}} \cdot c + d = 0, \\ -\frac{\sqrt{3}}{3} \cdot a + b + \sqrt{\frac{23}{3}} \cdot c + d = 0. \end{cases}$$



**В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .**



*Решение.*

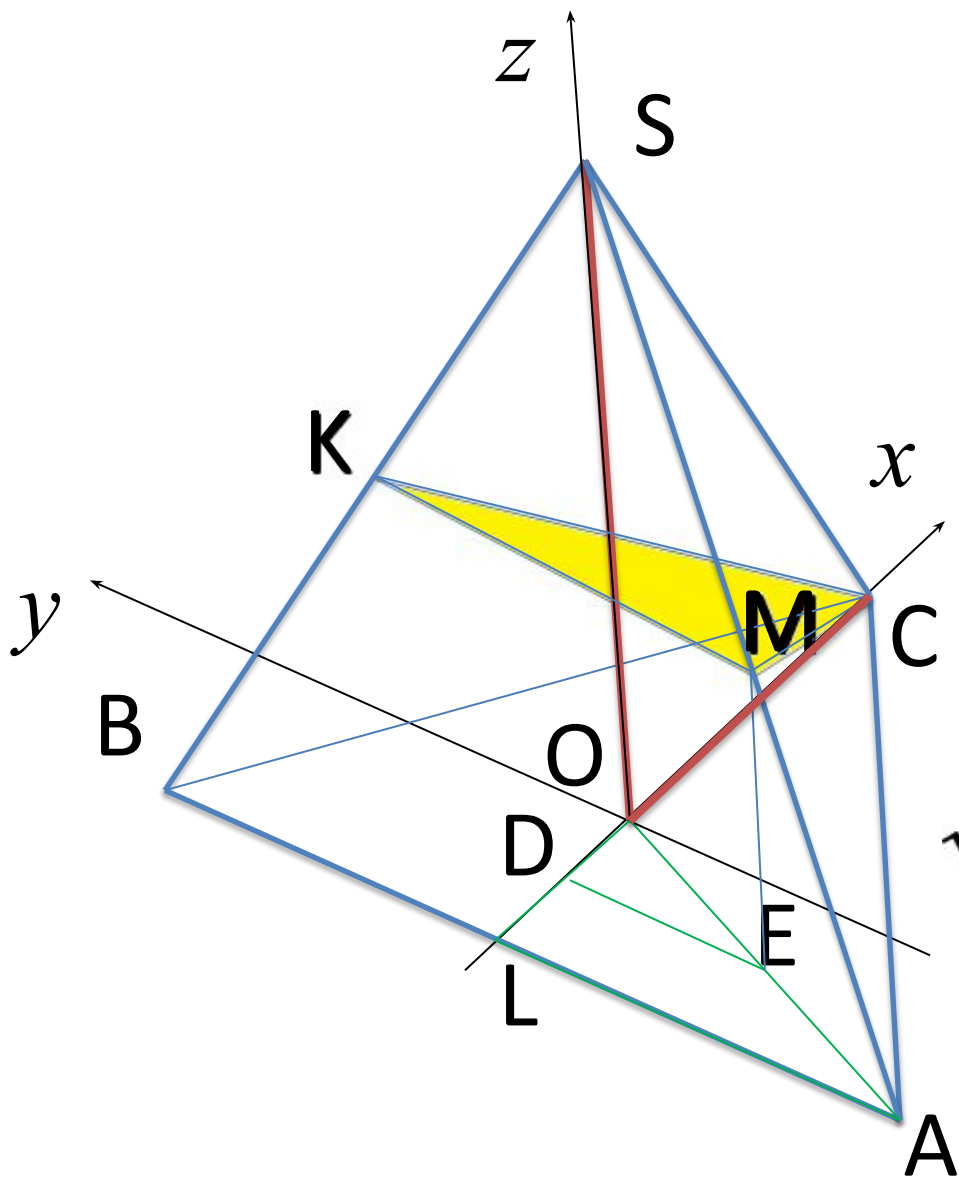
$$b = 0$$

$$a = -\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot d$$

$$c = -\frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{23}} \cdot d$$



В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .



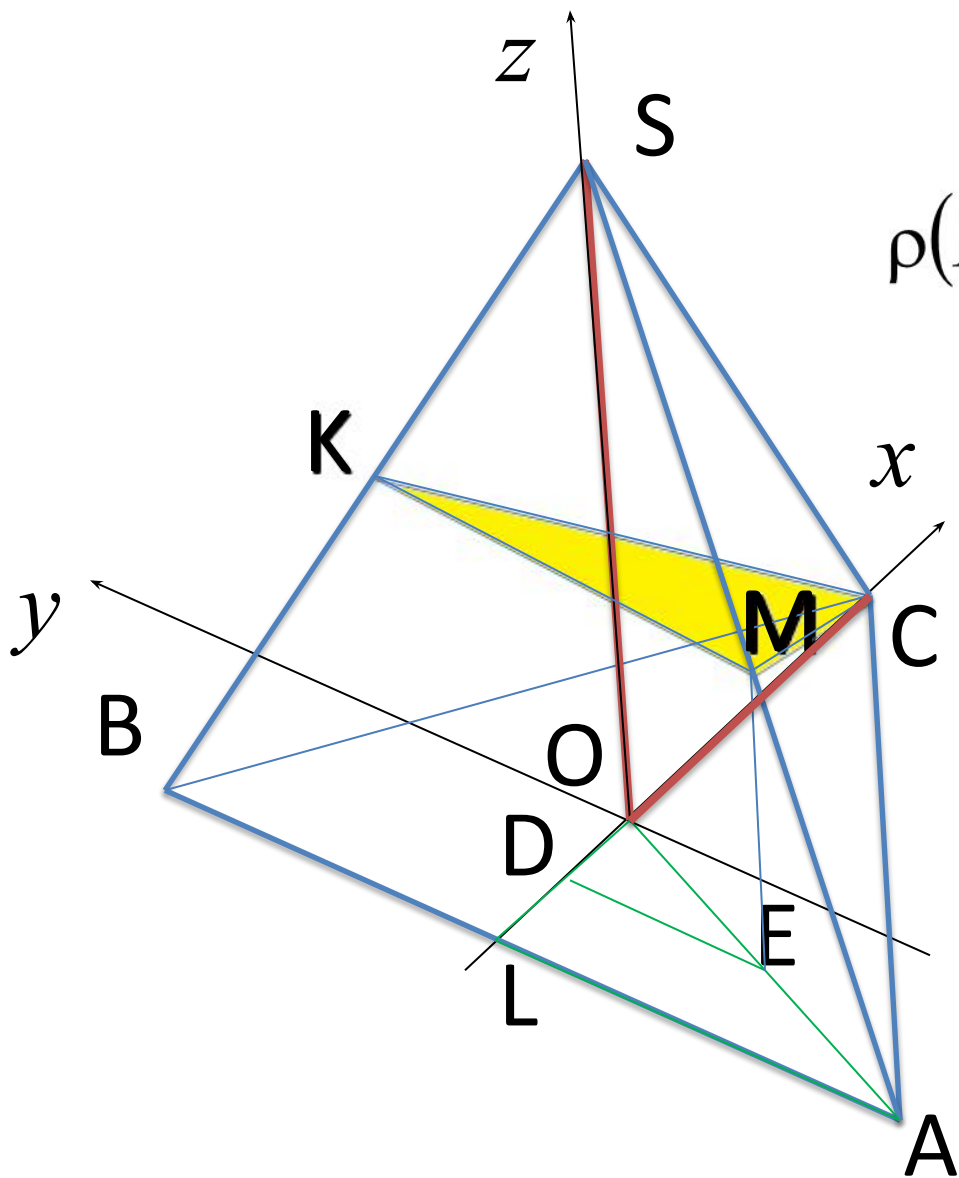
*Решение.*

$$-\frac{\sqrt{3}}{4} \cdot dx - \frac{5\sqrt{3}}{4\sqrt{23}} \cdot dz + d = 0$$

ИЛИ

$$\sqrt{69}x + 5\sqrt{3}z - 4\sqrt{23} = 0$$

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .



*Решение.*

$$\rho(M, \alpha) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}$$

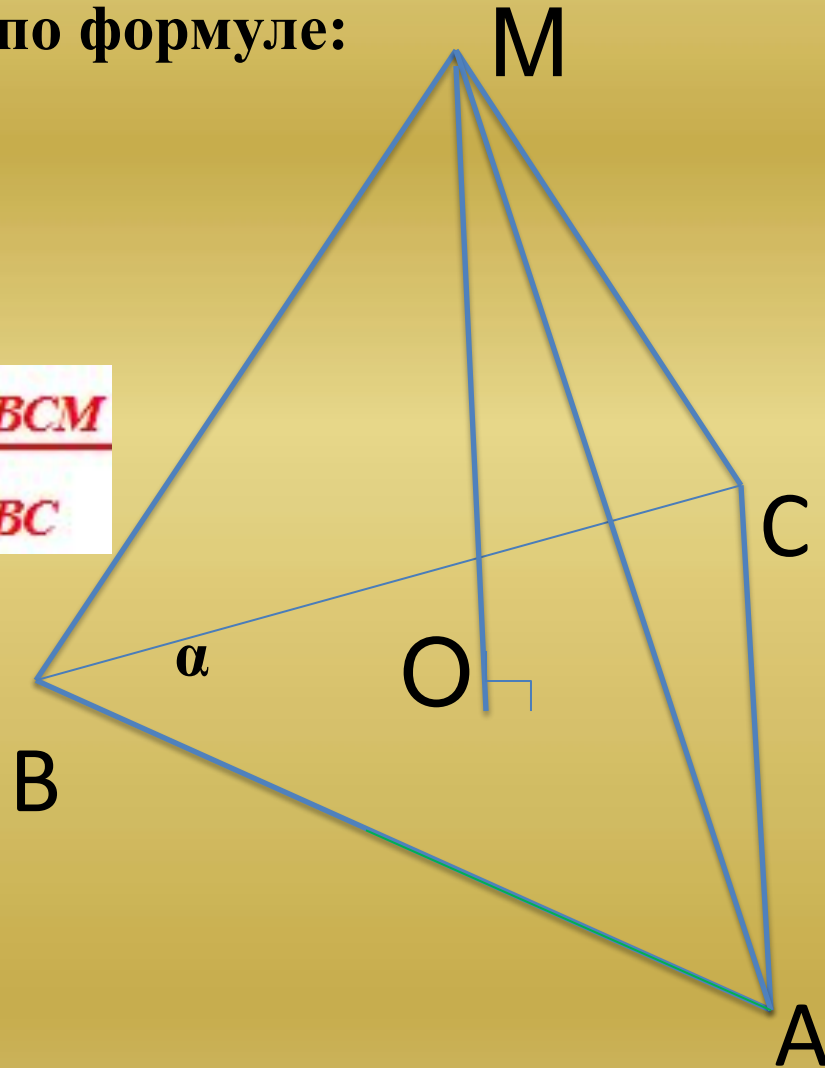
$$\begin{aligned} \rho(A; CMK) &= \\ &= \frac{\left| \sqrt{69} \cdot \left( -\frac{2\sqrt{3}}{3} \right) + 0 \cdot (-2) + 5\sqrt{3} \cdot 0 - 4\sqrt{23} \right|}{\sqrt{(\sqrt{69})^2 + 0^2 + (5\sqrt{3})^2}} = \\ &= \frac{\sqrt{23}}{2}. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{23}}{2}$

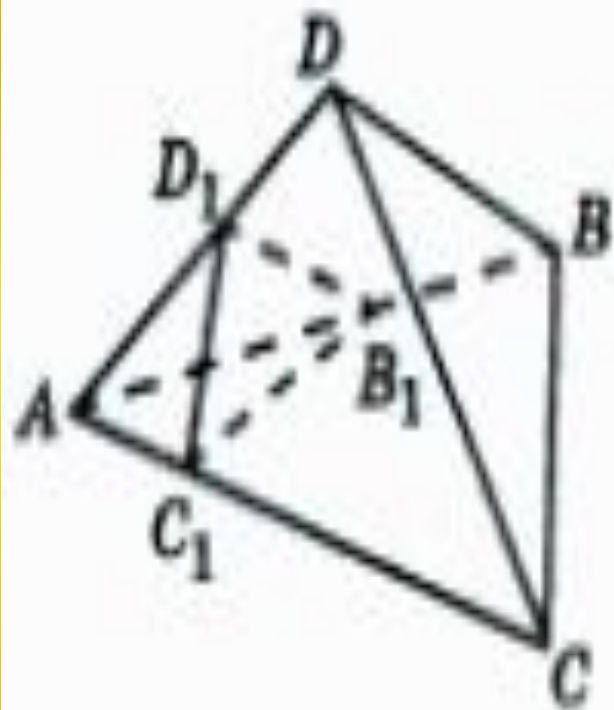
# Метод объёмов

Если объем пирамиды  $ABCM$  равен  $V_{ABCM}$ , то расстояние от точки  $M$  до плоскости  $\alpha$ , содержащей треугольник  $ABC$ , вычисляется по формуле:

$$\rho(M, \alpha) = \rho(M, ABC) = MO = \frac{3V_{ABCM}}{S_{ABC}}$$

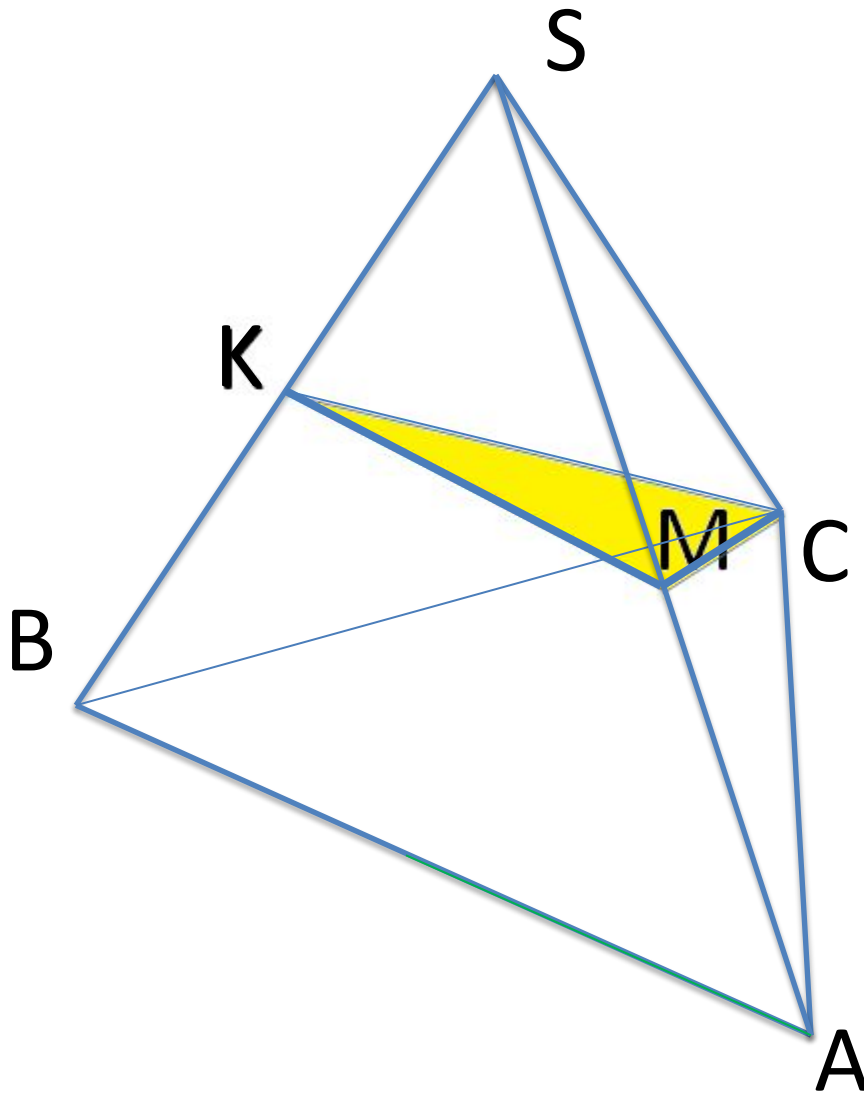


*Объемы пирамид, имеющих общий трехгранный угол, относятся как произведения ребер, содержащих этот угол.*



$$\frac{V_{ABCD}}{V_{AB_1C_1D_1}} = \frac{AB \cdot AC \cdot AD}{AB_1 \cdot AC_1 \cdot AD_1}$$

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .



*Решение.*

$$\rho(A; (CMK)) = \rho(S; (CMK))$$

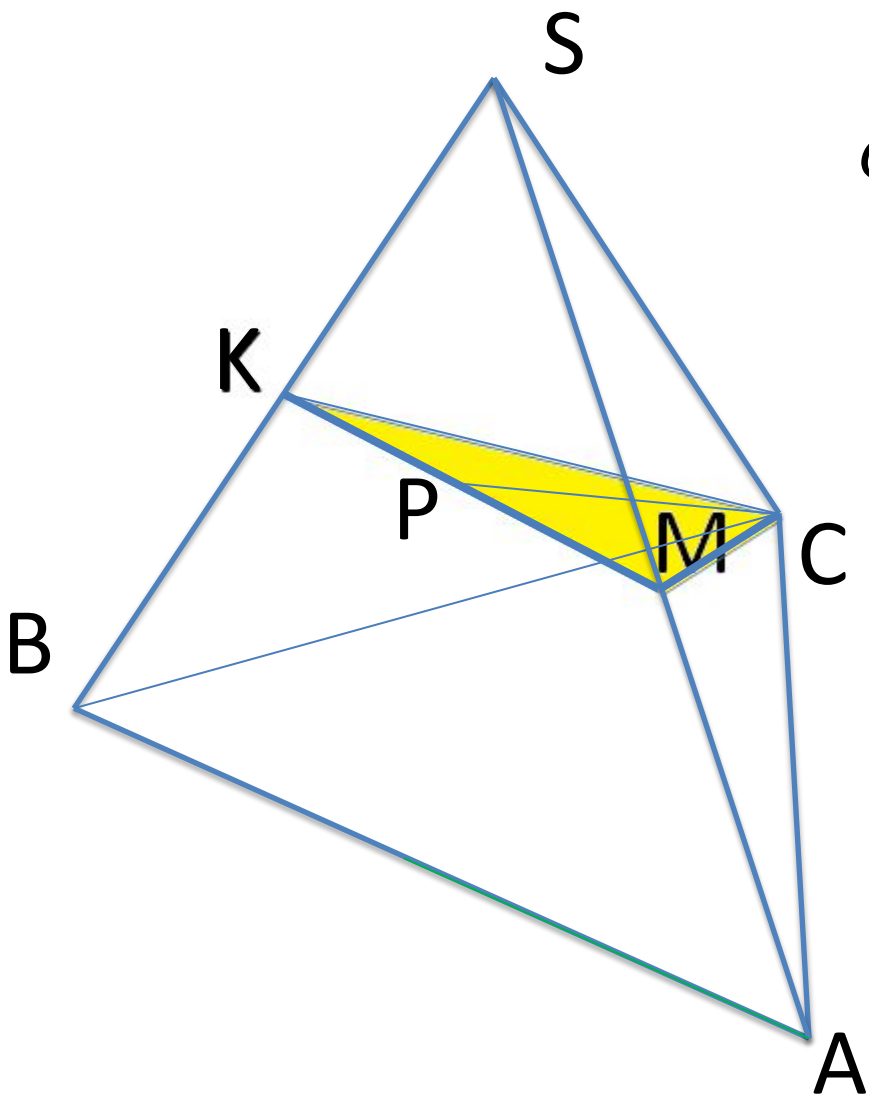
$$\frac{V_{SKMC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA} \cdot \frac{SK}{SB} \cdot \frac{SC}{SC} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned} V_{SKMC} &= \frac{1}{4} \cdot V_{SABC} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot S_{ABC} \cdot SO = \\ &= \frac{1}{12} \cdot \sqrt{\frac{92}{3}} \cdot \frac{16\sqrt{3}}{4} = \frac{2\sqrt{23}}{3}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} MC &= \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot AC^2 + 2 \cdot SC^2 - AS^2} = \\ &= \frac{1}{2} \sqrt{2 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^2 - 4^2} = \sqrt{17}. \end{aligned}$$

В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .

*Решение.*



$$CP = \sqrt{MC^2 - \left(\frac{KM}{2}\right)^2} = \sqrt{17 - 1} = 4$$

$$S_{KMC} = \frac{1}{2} \cdot KM \cdot CP = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4 = 4.$$

$$\begin{aligned} \rho(A; KMC) &= \rho(S; KMC) = \\ &= \frac{3 \cdot V_{SKMC}}{S_{KMC}} = \frac{3 \cdot \frac{2\sqrt{23}}{3}}{4} = \frac{\sqrt{23}}{2}. \end{aligned}$$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{23}}{2}$

# **Поэтапно-вычислительный метод**



В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .

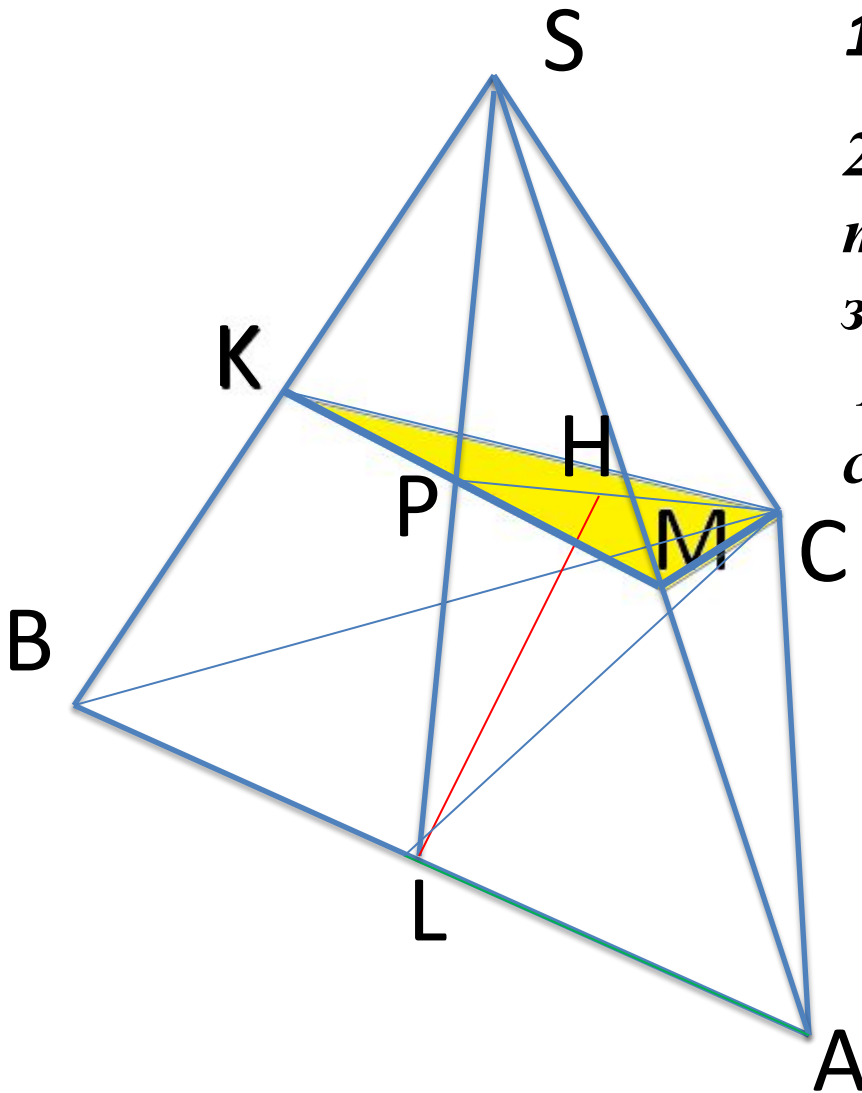
*Решение.*

1) Т.к.  $BA \parallel KM$ , то  $BA \parallel (KMC)$

2) Пусть  $L$  – середина  $AB$ , тогда  $SL \perp BA$  и  $CL \perp BA$ , значит,  $BA \perp (SLC)$ , поэтому  $KM \perp (SLC)$ , следовательно  $(KMC) \perp (SLC)$

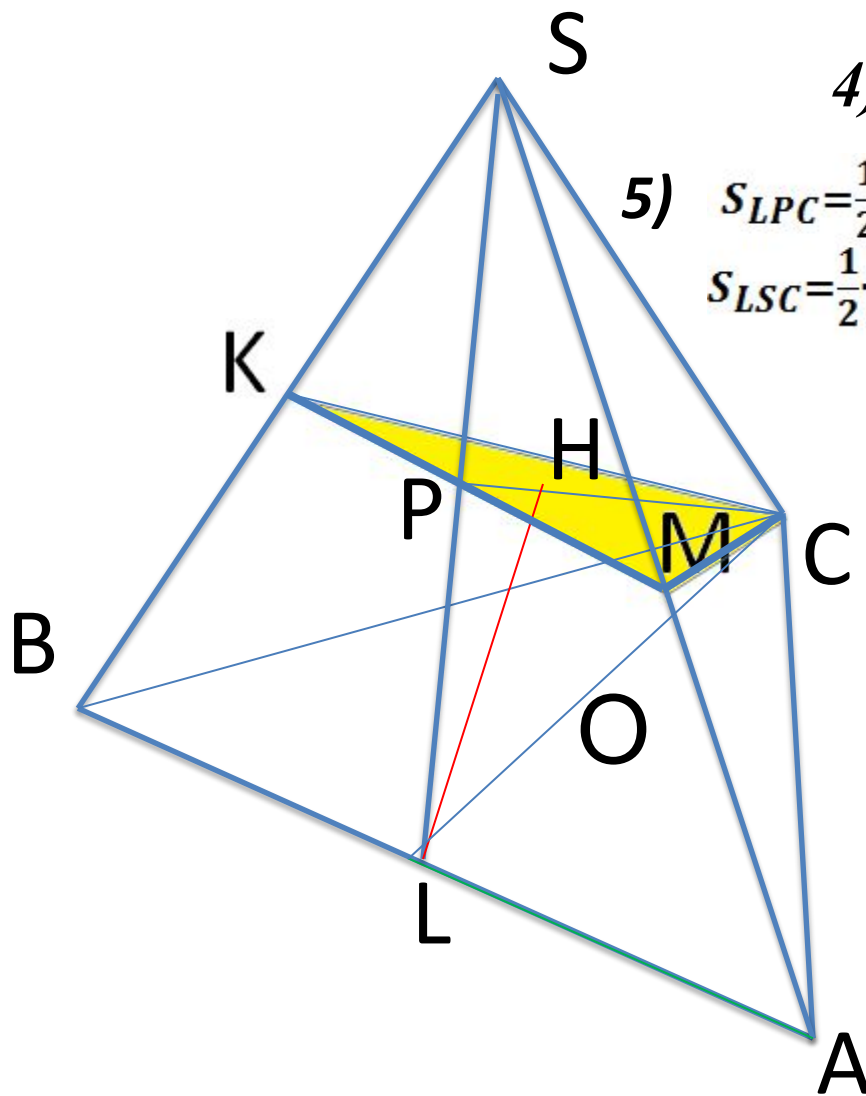
3) Т.к.  $PC = (KM \cap (SLC))$ , то  $LH \perp PC$  и  $LH \perp (KMC)$

*$LH$  – искомое расстояние*



В правильной треугольной пирамиде  $SABC$  точка  $S$  – вершина. Точка  $M$  – середина ребра  $SA$ , точка  $K$  – середина ребра  $SB$ . Найти расстояние от вершины  $A$  до плоскости  $CMK$ , если  $SC = 6, AB = 4$ .

*Решение.*



$$4) S_{LPC} = \frac{1}{2} \cdot PC \cdot LH \Rightarrow LH = \frac{2S_{LPC}}{PC}$$

$$5) \left. \begin{array}{l} S_{LPC} = \frac{1}{2} \cdot S_{LSC} \\ S_{LSC} = \frac{1}{2} \cdot LC \cdot SO \end{array} \right| \Rightarrow S_{LPC} = \frac{1}{4} \cdot LC \cdot SO = \sqrt{23}$$

$$6) PC = 4$$

$$7) \text{Из пунктов 4,5,6} \Rightarrow LH = \frac{\sqrt{23}}{2}$$

**Ответ:**  $\frac{\sqrt{23}}{2}$

**СПАСИБО  
ЗА  
ВНИМАНИЕ!**