

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯНОСТЕЙ



**Теория вероятностей** — раздел математики, изучающий закономерности случайных явлений: случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними.

Понятие вероятности восходит к древним временам; оно было известно уже античным философам. Мысль о том, что законы природы проявляются в случайных событиях, впервые возникла у древнегреческих материалистов.



В развитии теории вероятностей весьма большую роль играли задачи, связанные с азартными играми, в первую очередь с игрой в кости. Уже в древности игра в кости была популярна и любима.



Возникновение теории вероятностей в современном смысле слова относится к середине XVII века и связано с исследованиями **Паскаля** (1623-1662), **Ферма** (1601-1665) и **Гюйгенса** (1629-1695) в области теории азартных игр. В этих работах постепенно сформировались такие важные понятия, как вероятность и математическое ожидание; были установлены их основные свойства и приемы их вычисления. Наряду с задачами азартных игр уже в самом начале возникновения теории вероятностей появились задачи, связанные с составлением таблиц смертности и вопросами страхования. В Лондоне уже с 1592 года велись точные записи о смертности.



**Б. Паскаль**



**П. Ферма**

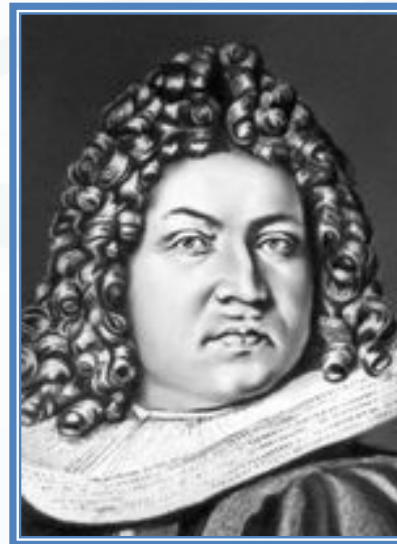


**Х. Гюйгенс**



Крупный шаг вперед в развитии теории вероятностей связан с работами **Якова Бернулли** (1654-1705). Ему принадлежит первое доказательство одного из важнейших положений теории вероятностей – так называемый закон больших чисел. Он гласит: явления, вероятностные при их малом числе, при большом количестве становятся закономерными, при очень большом – неизбежными.

$$\frac{S_n}{n} \xrightarrow{P} p$$



Яков Бернулли

**Ночью светит солнце**

**1 января – праздничный день**

**При броске кости выпало «7»**

**При броске монеты выпал «орел»**

**При броске монеты выпала «решка»**

**Равновозможные события**

**Невозможное событие**

**Достоверное событие**

**Случайное событие**

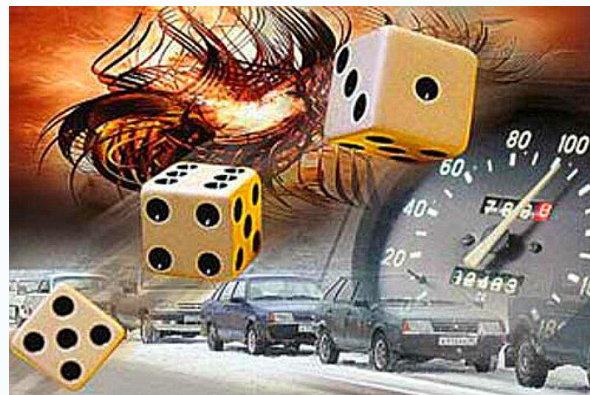


**СЛУЧАЙНОЕ** - событие, которое может произойти, а может и не произойти.

**НЕВОЗМОЖНОЕ** - событие, которое в данных условиях (опыте) не может произойти.

**РАВНОВОЗМОЖНЫ**  
**Е** - события, любое из которых не обладает никаким преимуществом появляться чаще при многократных испытаниях

**ДОСТОВЕРНОЕ** - событие, которое при данных условиях всегда произойдет



Вероятностью события  $A$  называется отношение числа благоприятных исходов для события  $A$  к числу всех равновозможных исходов.

$$P(A) = \frac{k}{n} \text{ формула Лапласа}$$

$n$  - число равновозможных исходов

$k$  - число благоприятных исходов события

$A$





**Пример.**

Андрей, Роман, Максим и Сергей бросили жребий, кому быть вратарем. Найти вероятность того, что вратарем стал Роман.

**Решение:**

Пусть событие **A = {вратарем стал Роман}**

Число благоприятных исходов **k=1**

Общее число возможных исходов **n=4**

По формуле классической вероятности получаем  $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$

**Ответ: 0,25**



## Свойства вероятности

Вероятность достоверного события  $A$  равна единице:  $P(A) = 1$

Вероятность невозможного события  $A$  равна нулю:  $P(A) = 0$

Вероятность случайного события  $0 < P(A) < 1$



### **Задание В10 (№ 283483)**

В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 20 из Японии, 28 из Китая, остальные — из Кореи. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Кореи.

### **Решение:**

Из Кореи выступают  **$64 - (20 + 28) = 16$**  спортсменок.  
По формуле классической вероятности получим:  $P(A) = \frac{16}{64} = \frac{1}{4} = 0,25$

**Ответ: 0,25**



### Задание В10 (№ 283473)

В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Метод перебора комбинаций:

Нужно выписать все возможные комбинации орлов и решек, а затем выбрать нужные и применить формулу классической вероятности.

### Решение:

1. Выписываем все возможные комбинации: **ОО, ОР, РО, РР.**

Значит,  $n = 4$

2. Среди полученных комбинаций выбираем те, которые требуются по условию задачи: **РР.**

Значит,  $m_a = 1$

3. По формуле классической вероятности получим:  $P(A) = \frac{1}{4} = 0,25$

Ответ: 0,25



Игральный кубик бросили один раз. Какова вероятность того, что выпадает не менее 4 очков?

**Решение:**

1. Бросаем игральный кубик один раз – **6 исходов**. Значит, у данного действия (бросание одного игрального кубика 1 раз) всего имеется  $n=6$  возможных исходов.
  2. Выписываем все благоприятные исходы: **4; 5; 6**.  
Значит,  $k = 3$  – число благоприятных исходов.
1. По формуле классической вероятности имеем  $P(A) = \frac{3}{6} = 0,5$

**Ответ: 0,5**



## Специальная формула вероятности, адаптированная для решения задач с монетами

Пусть монету бросают  $n$  раз. Тогда вероятность того, что орел выпадет ровно  $k$

раз, можно найти

$$P = \frac{C_n^k}{2^n}$$

по формуле: , где

$2^n$  - число всех возможных исходов,

$C_n^k$  — число сочетаний из  $n$  элементов по  $k$ ,

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

которое вычисляется по формуле:

**Задача.** В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

**Решение.**

$$C_3^0 = \frac{3!}{0!(3-0)!} = 1$$

$$P(A) = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} = 0,125$$

**Ответ:** 0,125



### **Задание В10 (№ 283441)**

В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 5 очков. Результат округлите до сотых.

### **Решение:**

Бросаем первую игральную кость – **6 исходов**, для каждого из которых возможны ещё **6 исходов** (когда мы бросаем вторую кость) Значит у данного действия (бросание двух игровых костей) всего имеется  $n=6^2=36$  возможных исходов

Выписываем все благоприятные исходы в виде пар чисел:

**(1;4), (2;3), (3;2), (4;1)**

Значит,  $k=4$  – число благоприятных исходов.

По формуле классической вероятности имеем  $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9} \approx 0,11$

**Ответ: 0,11**



| <b>Числа,<br/>выпавшие на<br/>гранях</b> | <b>1</b> | <b>2</b> | <b>3</b> | <b>4</b> | <b>5</b> | <b>6</b> |
|--|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| <b>1</b>                                 |          |          |          |          |          |          |
| <b>2</b>                                 |          |          |          |          |          |          |
| <b>3</b>                                 |          |          |          |          |          |          |
| <b>4</b>                                 |          |          |          |          |          |          |
| <b>5</b>                                 |          |          |          |          |          |          |
| <b>6</b>                                 |          |          |          |          |          |          |

Два случайных события называются  
**НЕСОВМЕСТИМЫМИ**,

если они могут произойти одновременно при  
одном и том же исходе испытания.

Формула сложения для несовместимых  
событий:

$$P(A \sqcup B) = P(A) + P(B)$$

### **Задание В10 (№ 320385)**

На экзамене по геометрии школьнику достаётся один вопрос из списка экзаменационных вопросов. Вероятность того, что это вопрос на тему «Вписанная окружность», равна 0,1. Вероятность того, что это вопрос на тему «Тригонометрия», равна 0,35. Вопросов, которые одновременно относятся к этим двум темам, нет. Найдите вероятность того, что на экзамене школьнику достанется вопрос по одной из этих двух тем.

### **Решение:**

1.  $A = \{\text{вопрос на тему «Вписанная окружность»}\}$   
 $B = \{\text{вопрос на тему «Тригонометрия»}\}$   
 $C = \{\text{вопрос по одной из двух тем}\}$
2. События  $A$  и  $B$  несовместны, так как по смыслу задачи нет вопросов, относящихся к двум темам одновременно. Значит  $C = A \sqcup B$
3. По правилу сложения для несовместных событий имеем:  
 $P(C) = P(A \sqcup B) = P(A) + P(B)$       **$P(C) = 0,1 + 0,35 = 0,45$**

**Ответ: 0,45**

Событие В называется  
**НЕЗАВИСИМЫМ** от события А,  
если появления события А не изменяет  
вероятности события В.

Формула умножения вероятностей для  
независимых событий:

$$P(C) = P(A \square B) = P(A) \times (B)$$

### **Задание В10 (№ 320477)**

Биатлонист 4 раза стреляет по мишеням. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,85. Найдите вероятность того, что биатлонист первые 2 раза попал в мишени, а последние два промахнулся. Результат округлите до сотых.

### **Решение:**

Вероятность попадания = **0,85**

Вероятность промаха = **1-0,85=0,15**

A={попадание, попадание, промах, промах}

События независимые. По формуле умножения вероятностей:

$$P(C) = 0,85 \times 0,85 \times 0,15 \times 0,15 = 0,7225 \times 0,0225 = 0,01625625 \approx 0,02$$

**Ответ: 0,02**

| <b>№<br/>варианта</b> | <b>№ задачи</b> |          |          |
|-----------------------|-----------------|----------|----------|
|                       | <b>1</b>        | <b>2</b> | <b>3</b> |
| <b>1</b>              | 0,05            | 0,07     | 0,35     |
| <b>2</b>              | 0,3             | 0,03     | 0,6      |

# ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

