Урок-презентация по теме «Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа» (6 класс)

Яковлева Татьяна Петровна,
доцент кафедры математики и физики
Камчатского государственного
университета имени Витуса Беринга,
кандидат педагогических наук, доцент,
г. Петропавловск - Камчатский

ПЛАН УРОКА:

Цели урока

Повторение

Историческая справка

Новая тема

Говори правильно

Закрепление

ЦЕЛИ УРОКА

Образовательная:

знакомство с понятиями наибольший общий делитель и взаимно простые числа.

Развивающая:

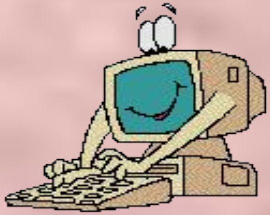
развить умение обобщать, систематизировать изученный материал;

формировать навыки нахождения НОД;

формировать навыки нахождения взаимно простых чисел.

Воспитательная:

данная тема способствует воспитанию, усидчивости, сообразительности, самостоятельности, внимательности и развитию интереса к математике.



ПОВТОРЕНИЕ

Вопрос 1. Какое число называют делителем данного натурального числа?

ОТВЕТ

Вопрос 2. Какое число называют кратным данному натуральному числу?

ОТВЕТ

Вопрос 3. Как по записи натурального числа определить, делится ли оно без остатка на 5 или не делится на 5?

ОТВЕТ

Вопрос 4. Как по записи натурального числа определить, делится ли оно без остатка на 10 или не делится на 10?

ОТВЕТ

Вопрос 5. Как по записи натурального числа определить, делится ли оно без остатка на 2 или не делится на 2?

ОТВЕТ

Вопрос 6. Как по записи натурального числа определить, делится ли оно без остатка на 3 или не делится на 3?

ОТВЕТ

Вопрос 7. Как по записи натурального числа определить, делится ли оно без остатка на 9 или не делится на 9?

ОТВЕТ

Вопрос 8. Какие натуральные числа называют простыми?

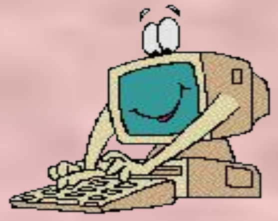
ОТВЕТ

Вопрос 9. Какие натуральные числа называют составными?

ОТВЕТ

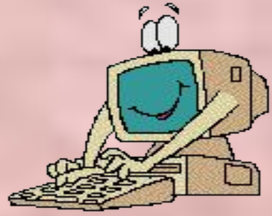
Вопрос 10. Почему число 1 не является ни простым, ни составным?

ОТВЕТ



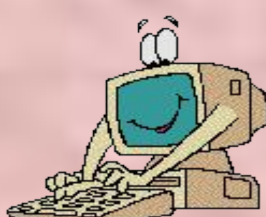
ДАЛЕЕ

Делителем натурального числа **а** называют натуральное число, на которое **а** делится без остатка.



НАЗАД

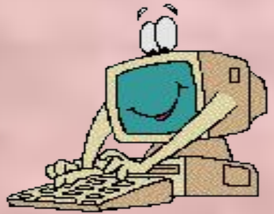
Кратным натурального числа **а** называют натуральное число, которое делится без остатка на **а**.



НАЗАД

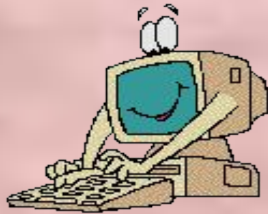
Если запись натурального числа оканчивается 0 или 5, то это число делится без остатка на 5.

Если же запись числа оканчивается иной цифрой, то число без остатка на 5 не делится.



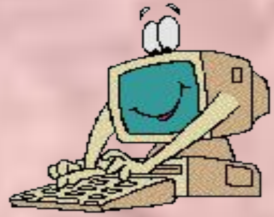
НАЗАД

Если запись натурального числа оканчивается цифрой 0,
то это число делится
без остатка на 10.
Если же запись натурального числа оканчивается иной цифрой, то оно не делится без остатка на 10.



НАЗАД

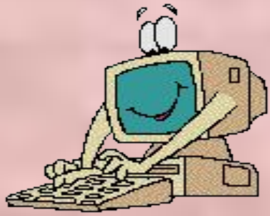
Если запись натурального числа оканчивается четной цифрой, то это число делится без остатка на 2.



А если запись числа оканчивается нечетной цифрой, то это число не делится без остатка на 2.

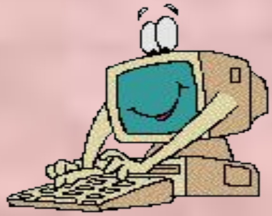
НАЗАД

Если сумма цифр числа
делится на 3, то
и число делится на 3.
Если сумма цифр
числа не делится на 3, то и
число не делится на 3.



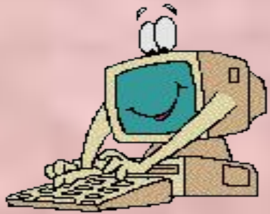
НАЗАД

Если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9. Если сумма цифр числа не делится на 9, то и число не делится на 9.



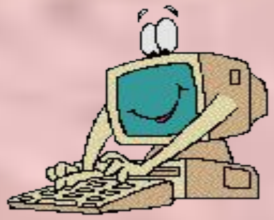
НАЗАД

Натуральные числа называют простыми числами, если они имеют только два различных делителя: единицу и самого себя.



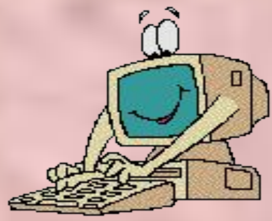
НАЗАД

Число, имеющее более двух делителей, называется составным числом.



НАЗАД

Число **1** имеет только один делитель: само это число. Поэтому его не относят ни к составным, ни к простым.



НАЗАД

ИСТОРИЧЕСКАЯ СПРАВКА

Натуральное число называется **ПРОСТЫМ,** если оно имеет только два делителя: единицу и само это число.

Интерес древних математиков к простым числам натурального ряда связан с тем, что любое число либо простое, либо может быть представлено в виде произведения простых чисел натурального ряда.

Простые числа натурального ряда — это как бы кирпичики, из которых строятся остальные натуральные числа.

Возникает вопрос: существует ли последнее (самое большое) простое число натурального ряда?

Ответ на этот вопрос был получен Евклидом.

Евклид

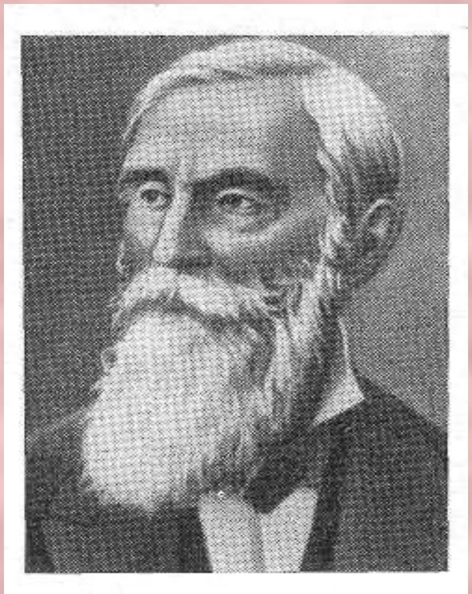
(III в. до н. э.)

Доказал, что простых чисел натурального ряда бесконечно много

Эратосфен

(276 – 194 до н. э.)

Изобрел способ для нахождения простых чисел натурального ряда от 1 до любого числа



П.Л. Чебышев

(1821 – 1894 г.)

Открыл формулу для подсчета простых чисел на любом отрезке натурального ряда

ДАЛЕЕ

Евклид
(III в. до н. э.)

Древнегреческий математик **Евклид** в своей книге «Начала», бывшей на протяжении двух тысяч лет основным учебником математики, доказал, что простых чисел натурального ряда бесконечно много.

За каждым простым числом натурального ряда есть еще большее простое число.

НАЗАД

Эратосфен
(276 – 194 до н. э.)

Эратосфен придумал другой способ.

Он записывал все числа от 1 до какого-то числа, а потом *вычеркивал единицу*, которая не является ни простым, ни составным числом.

Затем оставлял 2, и вычеркивал каждое второе после 2 (числа, кратные 2, т. е. 4, 6, 8 и т.д.). Первым оставшимся числом после 2 было 3.

Далее оставлял 3, и вычеркивал каждое третье после 3 (числа, кратные 3, т. е. 6, 9, и т.д.).

В конце концов оставались невычеркнутыми только простые числа:

~~1~~	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	~~25~~	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	~~35~~	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~

Эратосфен
(276 – 194 до н. э.)

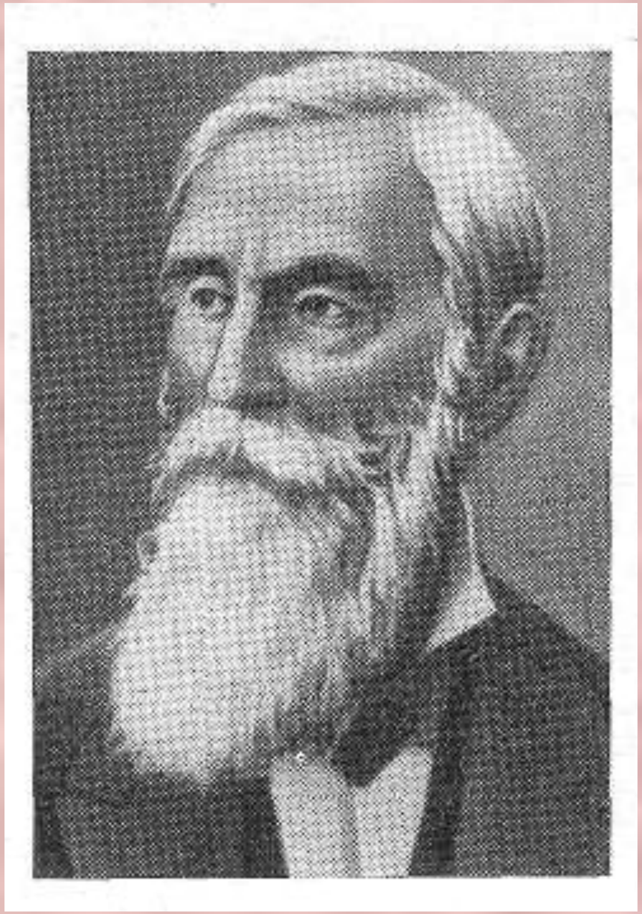
Итак, *простыми числами от 2 до 40 являются 17 чисел:*

2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37.

Таким способом и в настоящее время составляют таблицы простых чисел, но уже с помощью вычислительных машин.

И таким способом составлены таблицы простых чисел между 1 и 12000000.

НАЗАД



П.Л. Чебышев (1821 – 1894 г.)

Лишь в XIX в., около 2200 лет после Евклида, великий русский математик Пафнутий Львович Чебышев открыл формулу, позволяющую приближенно подсчитать простые числа на любом отрезке натурального ряда.

$$a\frac{x}{\ln x} < \pi(x) < b\frac{x}{\ln x}$$

Такое неравенство будет изучаться вами позднее

НАЗАД

НОВАЯ ТЕМА

ЗАДАЧА 1.

Какое наибольшее число одинаковых подарков можно составить из 48 конфет «Ласточка» и 36 конфет «Чебурашка», если надо использовать все конфеты?

РЕШЕНИЕ.

Каждое из чисел 48 и 36 должно делиться на число подарков.

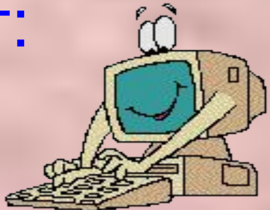
Выпишем все делители числа 48.

Получим: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48. Затем выпишем все делители числа 36.

Получим: 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36.

Общими делителями чисел 48 и 36 будут:

1, 2, 3, 4, 6, 12.



Видим, что наибольшим из этих чисел является 12.

Его называют **наибольшим общим делителем** чисел 48 и 36.

Записывают: **НОД (36, 48) = 12**.

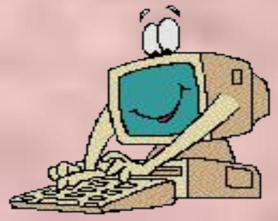
Значит, можно составить 12 подарков.

В каждом подарке будет

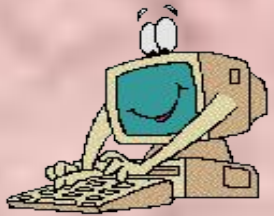
4 конфеты «Ласточка» 48 : 12 = 4 и

3 конфеты «Чебурашка» 36 : 12 = 3.

ИТАК,



НАИБОЛЬШЕЕ НАТУРАЛЬНОЕ ЧИСЛО, НА КОТОРОЕ ДЕЛИТСЯ БЕЗ ОСТАТКА ЧИСЛА a и b, НАЗЫВАЮТ **НАИБОЛЬШИМ ОБЩИМ ДЕЛИТЕЛЕМ** ЭТИХ ЧИСЕЛ.



Записывают **НОД (a, b) = c**.

ЗАДАЧА 2.

Найдем наибольший общий делитель чисел 24 и 35.

РЕШЕНИЕ.

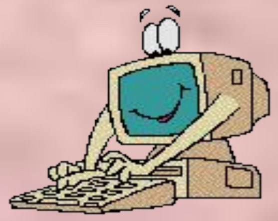
Делителями 24 будут 1, 2, 3, 4 ,6, 8, 12, 24, а делителями 35 будут 1, 5, 7, 35.

Видим, что числа 24 и 35 имеют только один общий делитель – число 1.

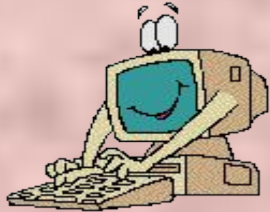
Такие числа называют **взаимно простыми.**

Записывают: **НОД (24, 35) = 1.**

ИТАК,



НАТУРАЛЬНЫЕ ЧИСЛА НАЗЫВАЮТ **ВЗАИМНО ПРОСТЫМИ**, ЕСЛИ ИХ НАИБОЛЬШИЙ ОБЩИЙ ДЕЛИТЕЛЬ РАВЕН 1.



Записывают **НОД (a, b) = 1**.

Наибольший общий делитель можно найти, не выписывая всех делителей данных чисел.

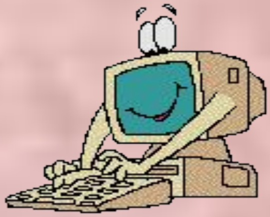
Разложим на множители числа 48 и 36, и получим:

48	2
24	2
12	2
6	2
3	3
1	

$48 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3$

36	2
18	2
9	3
3	3
1	

$36 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$



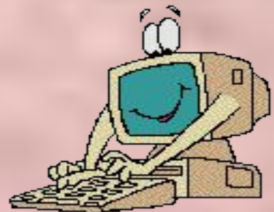
Из множителей, входящих в разложение первого из этих чисел, вычеркнем те, которые не входят в разложение второго числа: $2 \cdot 2 \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot 3$.

Остаются множители $2 \cdot 2 \cdot 3$. Их произведение равно 12 – это наибольший общий делитель чисел 48 и 36.

ИТАК,

Чтобы найти наибольший общий делитель нескольких натуральных чисел, **НАДО:**

1. Разложить их на простые множители.
2. Из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнуть те, которые не входят в разложение других чисел.
3. Найти произведение оставшихся множителей.



ПРИМЕР 1. **Найдите наибольший общий делитель чисел 50 и 175.**

РЕШЕНИЕ:

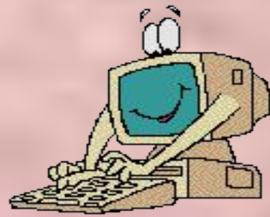
Чтобы найти наибольший общий делитель двух чисел, сначала:

1. Разложим эти числа на простые множители.

$$\begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 175 & 5 \\ 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

$175 = 5 \cdot 5 \cdot 7$



Получим: $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$

$175 = 5 \cdot 5 \cdot 7$

2. Из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнем те, которые не входят в разложение второго числа.

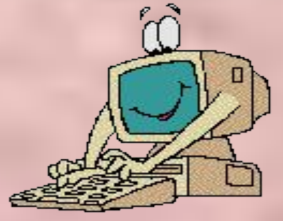
Рассмотрим разложение одного из этих чисел, например, $50 = 2 \cdot 5 \cdot 5$, и выясним, какие простые множители другого числа в этом разложении отсутствуют: $\cancel{2} \cdot 5 \cdot 5$.

Таким множителем будет 2.

3. Найдем произведение оставшихся множителей.

$5 \cdot 5 = 25$.

Следовательно, НОД (50, 175) = 25.



ПРИМЕР 2. **Найдите наибольший общий делитель чисел 324, 111 и 432.**

РЕШЕНИЕ:

Чтобы найти наибольший общий делитель трех чисел, сначала:

1. Разложим эти числа на простые множители.

324	2
162	2
81	3
27	3
9	3
3	3
1	

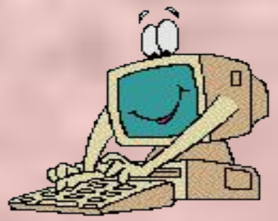
$324 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

432	2
216	2
108	2
54	2
27	3
9	3
3	3
1	

$432 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

111	3
37	37
1	

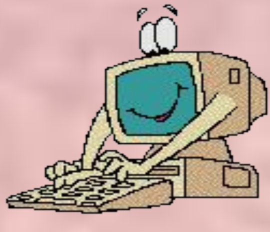
$111 = 3 \cdot 37$



Получим: 111 = 3 · 37

324 = 2 · 2 · 3 · 3 · 3 · 3

432 = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3



2. Из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнем те, которые не входят в разложение других чисел.

Рассмотрим разложение одного из этих чисел, например, 432 = 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3, и выясним, какие простые множители других чисел в этом разложении отсутствуют: 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 · 3.

Таким множителем будет 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 3 .

3. Найдем произведение оставшихся множителей.

Это число 3.

Следовательно, НОД (111, 324, 432) = 3.

ПРИМЕР 3. **Являются ли взаимно простыми числа 77 и 20?**

РЕШЕНИЕ.

Натуральные числа называются взаимно простыми, если их наибольший общий делитель равен 1.

Для этого найдем наибольший общий делитель:

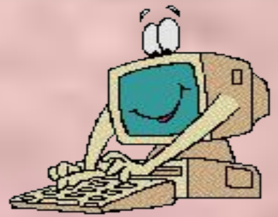
1. Разложим эти числа на простые множители.

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$

$$\begin{array}{r|l} 77 & 7 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

$77 = 7 \cdot 11$



Получим: 20 = 2 · 2 · 5

77 = 7 · 11

2. Из множителей, входящих в разложение одного из этих чисел, вычеркнем те, которые не входят в разложение второго числа.

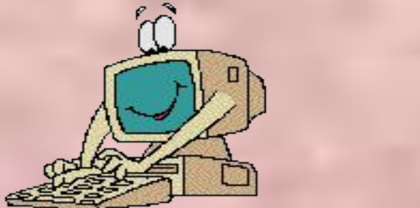
Рассмотрим разложение одного из этих чисел, например, 20 = 2 · 2 · 5, и выясним, какие простые множители другого числа в этом разложении отсутствуют: $\cancel{2} \cdot \cancel{2} \cdot \cancel{5}$.

Таким множителем будет 2 · 2 · 5.

3. Найдем произведение оставшихся множителей.

Это число 1.

Итак, НОД (20, 77) = 1, следовательно, числа 20 и 77 – взаимно простые.



ГОВОРИ ПРАВИЛЬНО

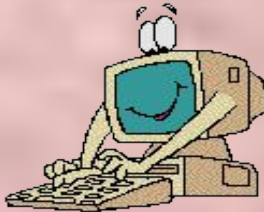
В предложениях с сочетаниями *общий делитель*, *наибольший общий делитель* числительные читают в родительном падеже, если перед ними нет слова *чисел*, и в винительном падеже в противном случае:

- пять – общий делитель двадцати и тридцати

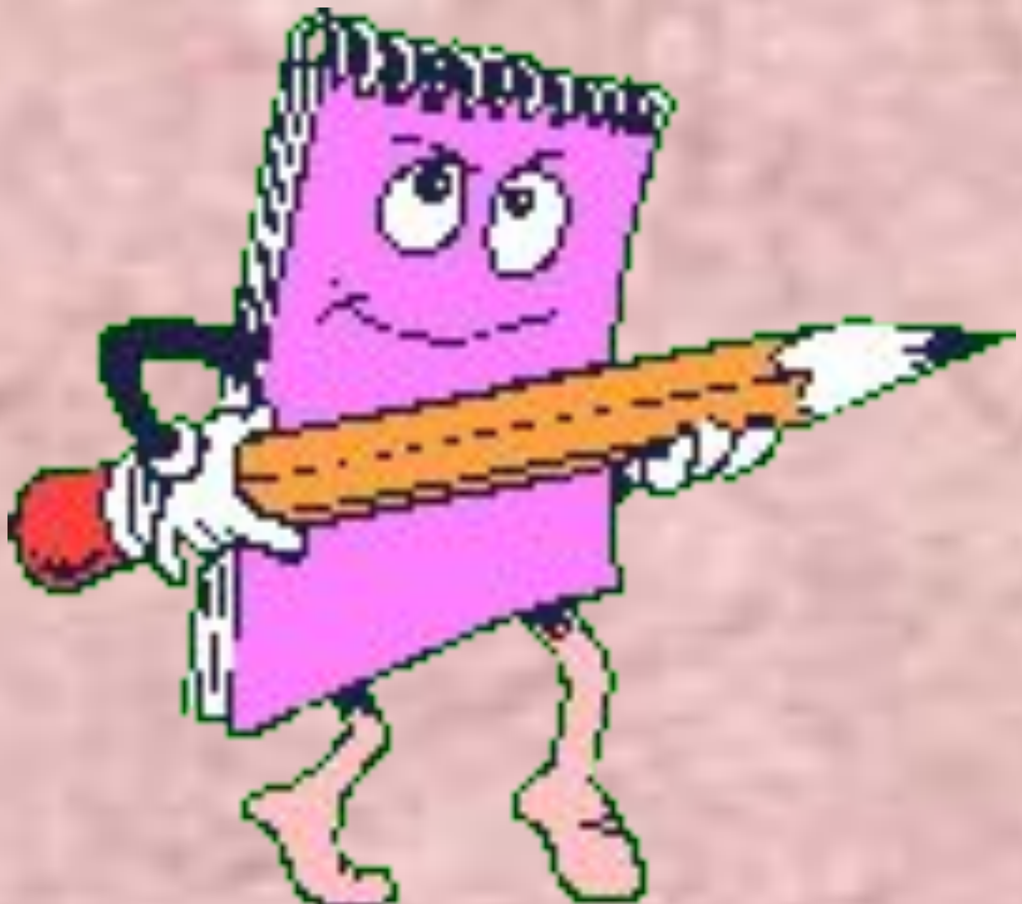
р.п. р.п.

- число пять – наибольший общий делитель чисел двадцать и двадцать пять

в.п. в.п.



ЗАКРЕПЛЕНИЕ



ЗАДАЧА 1. **Найдите наибольший общий делитель чисел 35 и 40.**

ОТВЕТ

ЗАДАЧА 2. **Найдите наибольший общий делитель чисел 612 и 680.**

ОТВЕТ

ЗАДАЧА 3. **Найдите наибольший общий делитель чисел 195, 156 и 260.**

ОТВЕТ

ЗАДАЧА 4. **Найдите наибольший общий делитель чисел 320, 640 и 960.**

ОТВЕТ

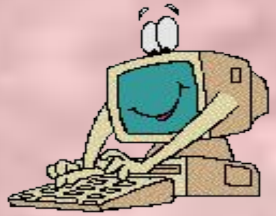
ЗАДАЧА 5. **Являются ли взаимно простыми числа 35 и 88?**

ДАЛЕЕ

ОТВЕТ

НА ЗАДАЧУ 1

НОД (35, 40) = 5.



НАЗАД

РЕШЕНИЕ

35	5
7	7
1	

$35 = 5 \cdot 7$

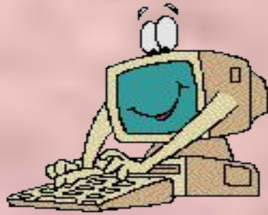
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

$40 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$5 \cdot \cancel{7} = 5$$

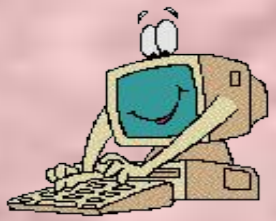
$$\text{НОД}(35, 40) = 5$$



НАЗАД

НА ЗАДАЧУ 2

НОД (612, 680) = 68.



НАЗАД

РЕШЕНИЕ

612	2
306	2
153	3
51	3
17	17
1	

$612 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$

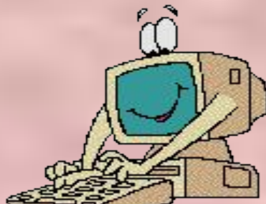
680	2
340	2
170	2
85	5
17	17
1	

$680 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 17$

$$612 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 17$$

$$2 \cdot 2 \cdot \cancel{3} \cdot \cancel{3} \cdot 17 = 68$$

НОД (612, 680) = 68

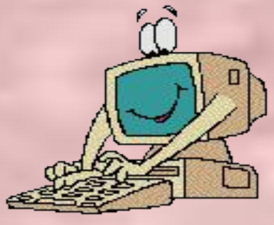


НАЗАД

НА ЗАДАЧУ 3

НОД (195, 156, 260) = 13.

НАЗАД



РЕШЕНИЕ

195	3
65	5
13	13
1	

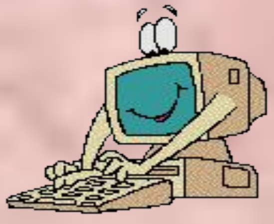
$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$

156	2
78	2
39	3
13	13
1	

$156 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 13$

260	2
130	2
65	5
13	13
1	

$260 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 13$



$$195 = 3 \cdot 5 \cdot 13$$

$$\cancel{3} \cdot \cancel{5} \cdot 13 = 13$$

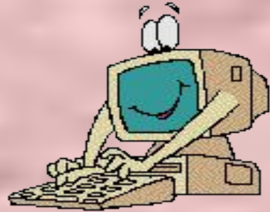
$$\text{НОД } (195, 156, 260) = 13$$

НАЗАД

НА ЗАДАЧУ 4

НОД (320, 640, 960) = 320.

НАЗАД



РЕШЕНИЕ

320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

320 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5

640	2
320	2
160	2
80	2
40	2
20	2
10	2
5	5
1	

640 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5

960	2
480	2
240	2
120	2
60	2
30	2
15	3
5	5
1	

960 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 3 · 5

320 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5

2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5 = 320

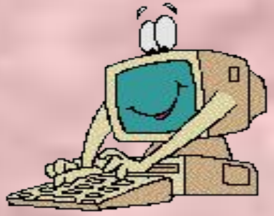
НОД (320, 640, 960) = 320

НАЗАД

НА ЗАДАЧУ 5

НОД (35,88) = 1.

Следовательно, числа 35 и 88 – взаимно простые.



НАЗАД

РЕШЕНИЕ

$$\begin{array}{r|l} 35 & 5 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$35 = 5 \cdot 7$

$$\begin{array}{r|l} 88 & 2 \\ 44 & 2 \\ 22 & 2 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

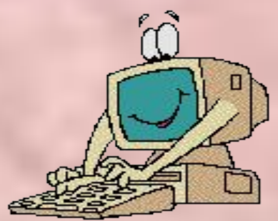
$88 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 11$

$$35 = 5 \cdot 7$$

$$\cancel{5} \cdot \cancel{7} = 1$$

НОД (35, 88) = 1.

Следовательно, числа 35 и 88 – взаимно простые.



НАЗАД

Спасибо за урок!

Желаем успеха в дальнейшем обучении!