

СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ



Учитель математики МОУ СОШ №3 с.
Кочубеевское Кочубеевского района
Ставропольского края Кирьянова
Марина Владимировна

ЗАДАЧИ УРОКА:



○ образовательные:

- повторить понятие системы линейных уравнений с двумя переменными, ее решения, графический метод, метод подстановки;
- отработать графический способ решения системы линейных уравнений, рассмотреть применение систем как модели реальных ситуаций;
- закрепить навыки построения графиков линейных функций;
- формировать навыки самостоятельной работы;



○ развивающие:

- развивать логическое мышление, математическую речь, вычислительные навыки;
- развивать умение применять полученные знания к решению прикладных задач;
- расширение кругозора;

○ воспитывающие:

- воспитание познавательного интереса к предмету;
- воспитание у учащихся дисциплинированности на уроках;
- воспитание аккуратности, внимательности, рационального использования времени при выполнении заданий.

БЛИЦ ОПРОС :

- ⦿ Определение линейного уравнения с двумя переменными.
- ⦿ Что является решением линейного уравнения с двумя переменными?
- ⦿ В каком случае говорят, что уравнения образуют систему?
- ⦿ Что значит решить систему?
- ⦿ Что является решением системы?
- ⦿ Сколько решений может иметь система?

МИНИ – ТЕСТ

- ⊙ 1. Из предложенных уравнений выберите линейное с двумя переменными :

а) $3x^2 + 5x - 4 = 0$; б) $-2x + 4,5y - 8 = 0$; в) $125x - 12 = 0$

- ⊙ 2. Какая из пар является решением уравнения $5x + 3y - 19 = 0$

а) (2; 3); б) (5; 6); в) (1; 2)?

- ⊙ 3. Сколько решений имеет уравнение

$$\underline{3x + 2y - 16 = 0}$$

а) 1; б) 3; в) много?

- ⊙ 4. Какая из пар является решением системы:

$$5x - 8y = 31$$

$$3x + y = 7$$

а) (4; -5) б) (2; 1) в) (3; -2)

КЛЮЧ К ТЕСТУ



1 - б



2 - а

3 - в

4 - в



Для уравнения вида $ax + by = c$
найти значения

a , b , и c и заполнить таблицу:

| $ax + by = c$ | a | b | c |
|--------------------|-----|-----|-----|
| $6x - 2y = -5$ | | | |
| $x + 0,5y = 0$ | | | |
| $0,75x - y = 1$ | | | |
| $-0,25x + y = 1,5$ | | | |

Для уравнения вида $ax + by = c$ найти значения a , b , и c и заполнить таблицу:

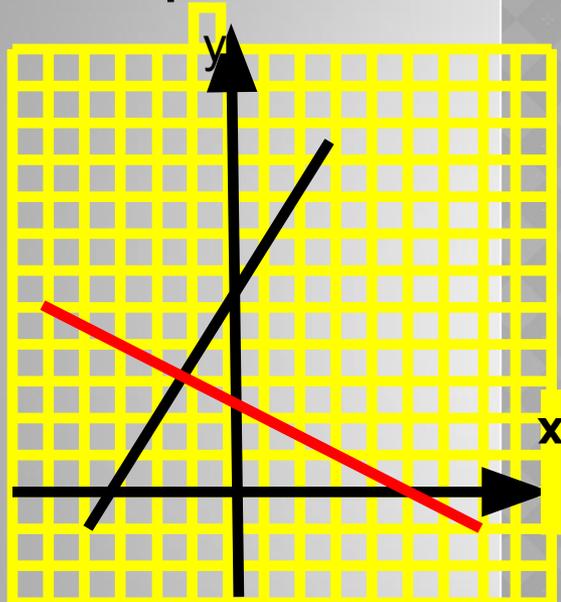
| $ax + by = c$ | a | b | c |
|--------------------|---------|-------|-------|
| $6x - 2y = -5$ | 6 | -2 | -5 |
| $x + 0,5y = 0$ | 1 | $0,5$ | 0 |
| $0,75x - y = 1$ | $0,75$ | -1 | 1 |
| $-0,25x + y = 1,5$ | $-0,25$ | 1 | $1,5$ |

ТРИ ВОЗМОЖНЫХ СЛУЧАЯ ВЗАИМНОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ ДВУХ ПРЯМЫХ - ГРАФИКОВ УРАВНЕНИЙ СИСТЕМЫ

Прямые

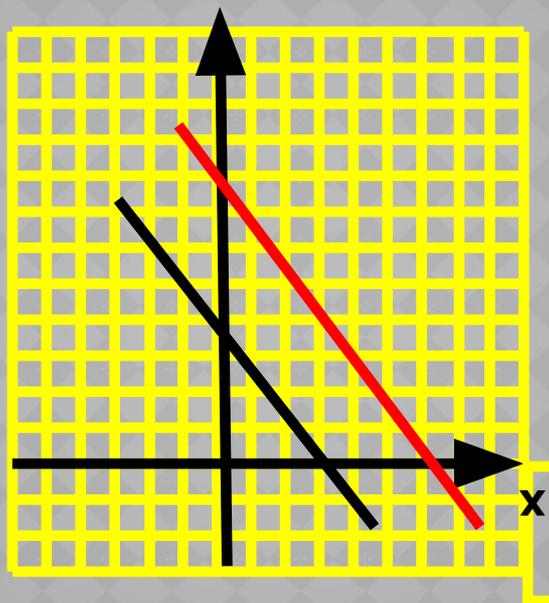
Прямые

Прямые
пересекаются



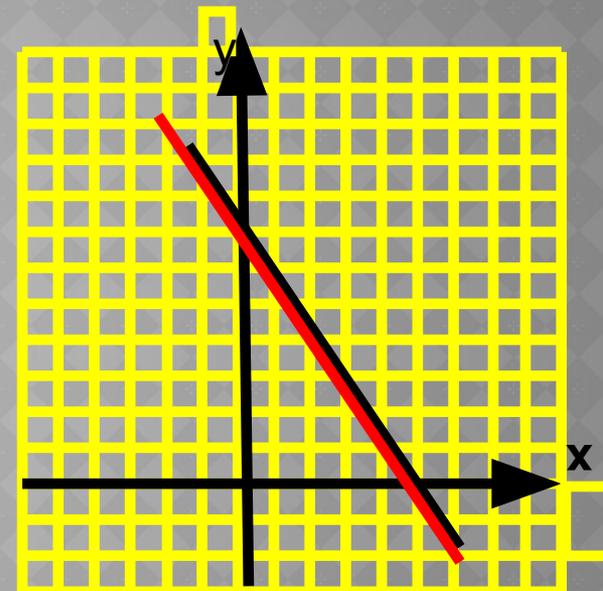
Система уравнений
имеет единственное
решение

Прямые
параллельны



Система уравнений
не имеет решений

Прямые
совпадают



Система
уравнений имеет
бесконечное
множество
решений

ОПРЕДЕЛИТЕ, СКОЛЬКО РЕШЕНИЙ ИМЕЕТ СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ.

$$1. \begin{cases} 3x + y = 5, \\ -3x + y = 3. \end{cases} \quad \frac{3}{-3} \neq \frac{1}{1}$$

$$2. \begin{cases} 4x - 2y = 8 \\ 2x - y = 4 \end{cases} \quad \frac{4}{2} = \frac{-2}{-1} = \frac{8}{4}$$

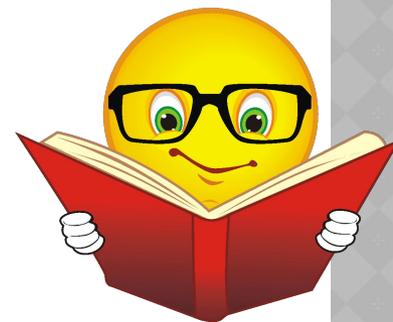
$$3. \begin{cases} 5x + 2y = 3, \\ -5x - 2y = -6 \end{cases} \quad \frac{5}{-5} = \frac{2}{-2} \neq \frac{3}{-6}$$

ответ :

1. одно

2. множество

3. нет _ решений



ЗАКОНЧИТЕ ПРЕДЛОЖЕНИЕ, ЧТОБЫ ПОЛУЧИЛОСЬ ВЕРНОЕ УТВЕРЖДЕНИЕ



Вариант 1.

А). Если графики двух линейных уравнений системы пересекаются, то система уравнений имеет ____

единственное решение

Б). Если система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет бесконечное множество решений, то графики уравнений системы _____

совпадают



Вариант 2.

А). Если графики уравнений системы линейных уравнений - параллельные прямые, то эта система _____

не имеет решения

Б). Если система двух линейных уравнений с двумя неизвестными имеет единственное решение, то графики уравнений системы _____

пересекаются



ЗАДАНИЕ.

В КАЖДОМ ЗАДАНИИ ИЗ ТРЕХ ПРЕДЛОЖЕННЫХ ОТВЕТОВ ВЫБЕРИТЕ ВЕРНЫЙ

Вариант 1.

1) Укажите взаимное расположение прямых:

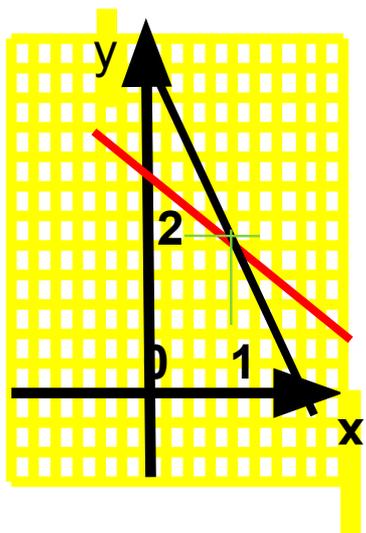
$$2x - y = 4 \text{ и } 3x - y = 6.$$

А). пересекаются;

Б). совпадают;

В). параллельны.

2) Выберите систему уравнений, соответствующую данному чертежу.



А) $\begin{cases} X + 2y \\ = 4, \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 2x + y = 4; \\ 2y + x = 5, \\ 2x + 2y = 6; \end{cases}$

В) $\begin{cases} 2X + y \\ = 5, \\ 2x + y = \\ 4; \end{cases}$

Вариант 2.

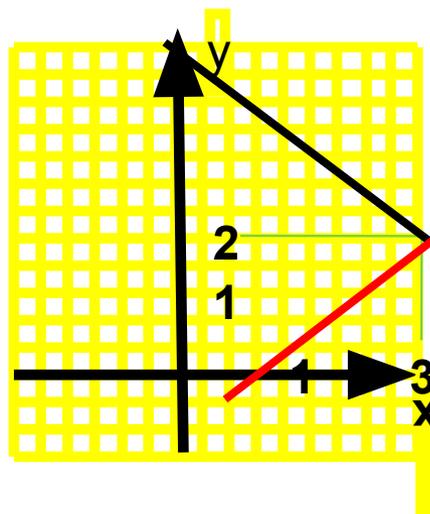
1). Укажите взаимное расположение прямых: $2x - y = 3$ и $x - y = 2$.

А). пересекаются;

Б). совпадают;

В). параллельны.

2) Выберите систему уравнений, соответствующую данному чертежу.



А) $\begin{cases} X - 2y = 1, \\ 2x - y = 5; \end{cases}$

Б) $\begin{cases} 2X - 3y = 7, \\ 3x - 2y = 8; \end{cases}$

В) $\begin{cases} X + y = 5, \\ y = 5 - \\ x; \end{cases}$

ЗАДАНИЕ.

ПОКАЗАТЬ, ЧТО СИСТЕМА УРАВНЕНИЙ
ИМЕЕТ БЕСКОНЕЧНО МНОГО РЕШЕНИЙ. ЧТО
ЭТО ОЗНАЧАЕТ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ ?

$$6x - 12y = 4$$

$$9x - 18y = 6,$$

Решение.

1. Разделив обе части первого уравнения на 2 и обе части второго уравнения на 3, получим систему

.....

2. Уравнения системы оказались

это означает, что система

Геометрически это означает, что графиками этих уравнений являются.....

**ПОДБЕРИТЕ
ТАКОЕ ЗНАЧЕНИЕ К, ПРИ КОТОРОМ
СИСТЕМА**

Имеет единственное
решение

Не имеет решений

$$\begin{cases} y = 3x - 5 \\ y = kx + 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 5x - 7 \\ y = kx - 7 \end{cases}$$

ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ (АЛГОРИТМ)

- ⦿ Выразить y через x в каждом уравнении
- ⦿ Построить в одной системе координат график каждого уравнения
- ⦿ Определить координаты точки пересечения
- ⦿ Записать ответ: $x=...$; $y=...$, или $(x; y)$



РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ГРАФИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

$$\begin{cases} y - x = 2, \\ y + x = 10; \end{cases}$$

Выразим y через x

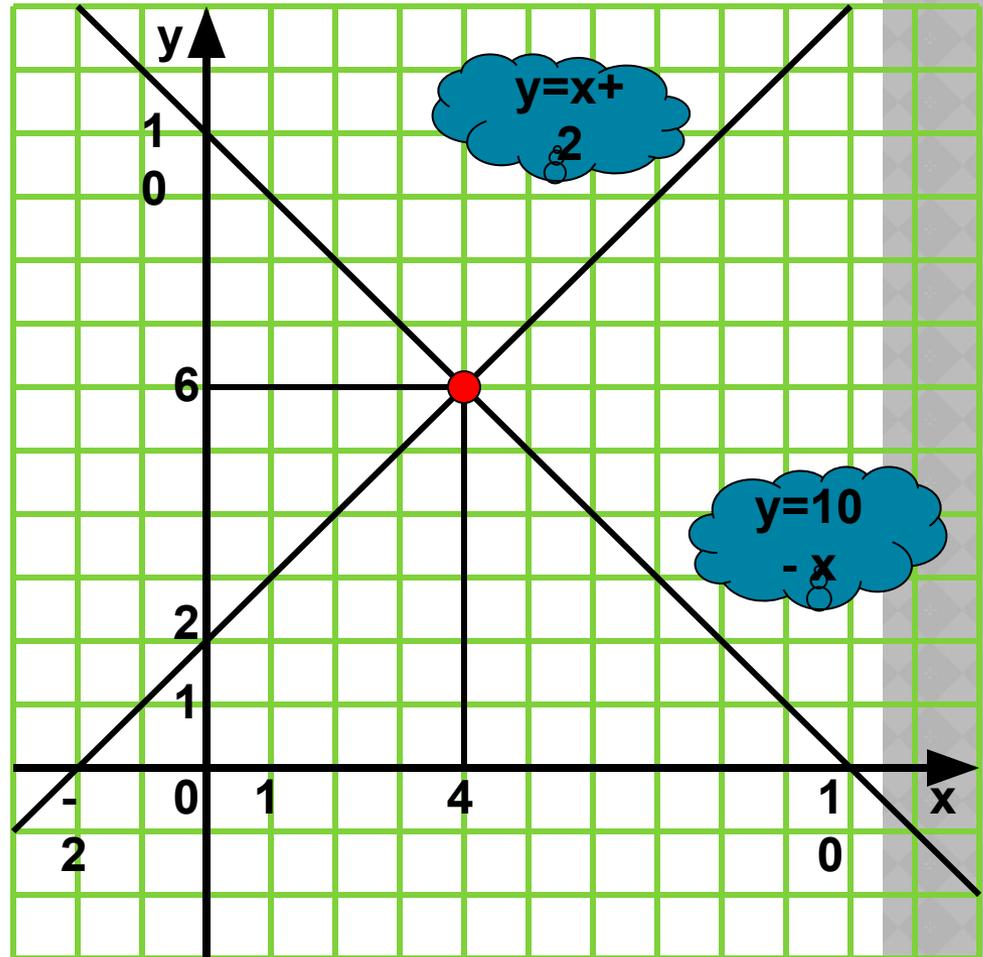
$$\begin{cases} y = x + 2, \\ y = 10 - x; \end{cases}$$

Построим график первого уравнения

| | | |
|-----|---|----|
| x | 0 | -2 |
| y | 2 | 0 |

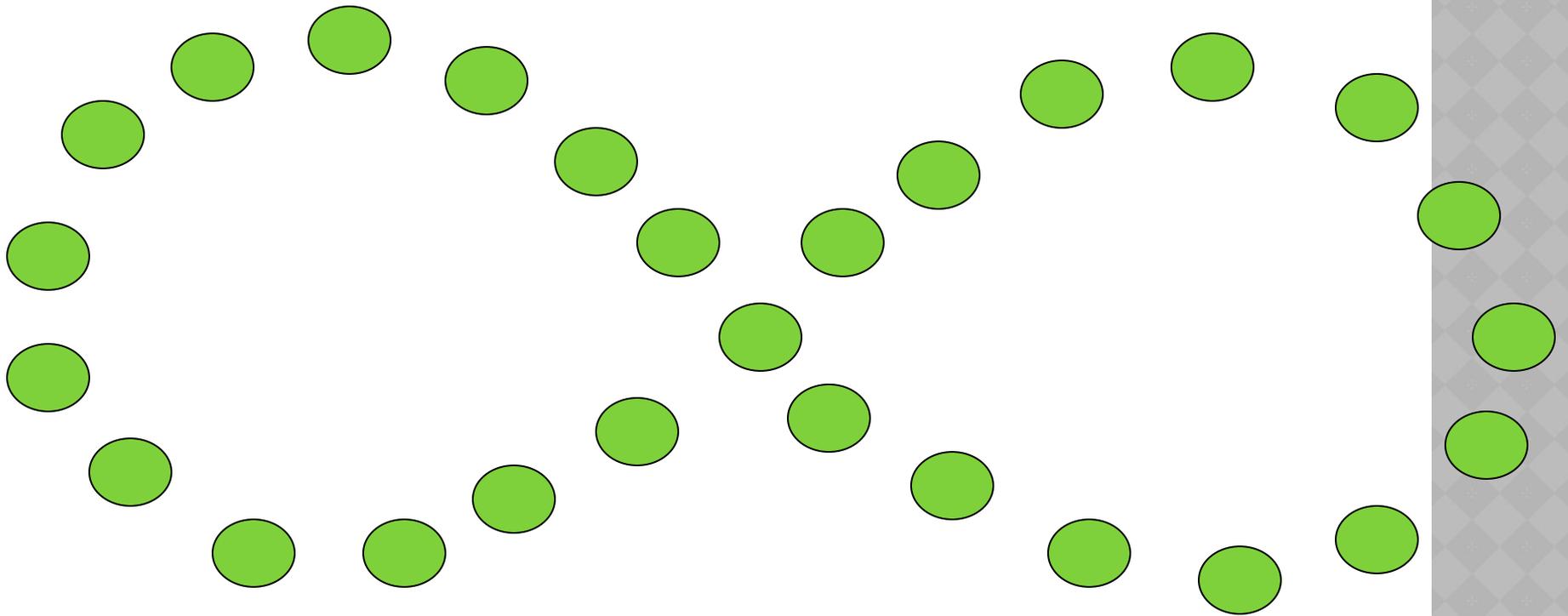
Построим график второго уравнения

| | | |
|-----|----|----|
| x | 0 | 10 |
| y | 10 | 0 |



Ответ: (4; 6)

ЗАРЯДКА ДЛЯ ГЛАЗ



РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ СПОСОБОМ ПОДСТАНОВКИ

Выразим y через x

$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - (2x + 4) = 1; \end{cases}$$

Подстави

Решим уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Подставим

$$7x - 2x - 4 = 1;$$

$$5x = 5;$$

$$\underline{x = 1};$$

Ответ: $x=1; y=6.$



РЕШИТЬ СИСТЕМУ МЕТОДОМ ПОДСТАНОВКИ



⦿ 1 вариант

⦿ 2 вариант

$$x + y = 7$$

$$2x + y = 8$$

$$\frac{x + 2y}{5} + \frac{3x - y}{3} = 5$$

$$2x - 3y = -1$$

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ 1 ВАРИАНТА



$$\begin{cases} x + y = 7 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \underline{x = 7 - y} \\ 2(7 - y) + y = 8 \end{cases}$$

Решим второе
уравнение:

$$14 - 2y + y = 8$$

$$-y = 8 - 14$$

$$-y = -6$$

$$y = 6$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 7 - y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 7 - 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ответ: (1;6)

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ 2 ВАРИАНТА



$$\frac{x+2y}{5} + \frac{3x-y}{3} = 5$$

$$2x - 3y = -1$$

$$3(x+2y)+5(3x-y)=75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$3x+6y+15x-5y=75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$18x+y = 75$$

$$2x - 3y = -1$$

$$y=75-18x$$

$$2x-3(75-18x)=-1$$

$$2x-225+54x=-1$$

$$56x=224$$

$$x=4$$

$$x=4$$

$$y=3$$

Ответ: (4;3)

Способ сравнения (алгоритм)

- **Выразить** y через x (или x через y) в каждом уравнении
- **Приравнять** выражения, полученные для одноимённых переменных
- Решить **полученное** уравнение и найти значение одной переменной
- **Подставить** значение найденной переменной в одно из выражений для другой переменной и найти её значение
- Записать ответ: $(X; Y)$.

РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ СПОСОБОМ СРАВНЕНИЯ



$$\begin{cases} y - 2x = 4, \\ 7x - y = 1; \end{cases}$$

Выразим y через x

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ 7x - 1 = y; \end{cases}$$

Приравняем
эти
выражения
для y

$$\begin{aligned} 7x - 1 &= 2x + 4, \\ 7x - 2x &= 4 + 1, \\ 5x &= 5, \\ x &= 1. \end{aligned}$$

Решим
уравнение

$$\begin{cases} y = 2x + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

Подставим

$$\begin{cases} y = 2 \cdot 1 + 4, \\ x = 1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 6, \\ x = 1. \end{cases}$$

Ответ: (1; 6)

СПОСОБ СЛОЖЕНИЯ (АЛГОРИТМ)

- **Уравнять** модули коэффициентов при какой-нибудь переменной
- **Сложить** почленно уравнения системы
- Составить **новую** систему: одно уравнение новое, другое - одно из старых
- Решить **новое** уравнение и найти значение одной переменной
- **Подставить** значение найденной переменной в старое уравнение и найти значение другой переменной
- Записать ответ: $x=...$; $y=...$.

РЕШИТЕ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СПОСОБОМ СЛОЖЕНИЯ



$$1. \begin{cases} 5x - 2y = 6, \\ 7x + 2y = -6; \end{cases}$$

1.
Ответ: (1; - 0,5)

$$2. \begin{cases} x + 3y = 17, \\ 2y - x = 13; \end{cases}$$

2.
Ответ: (-1; 6).

$$3. \begin{cases} 5x + 6y = 0, \\ 3x + 4y = 4; \end{cases}$$

3.
Ответ: (-12; 10).

Тест.

○ Вариант 1

○ Вариант 2

РЕШИТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ

$$\begin{cases} 2x - y = 1, \\ x + y = -4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + y = -1, \\ x - y = 5, \end{cases}$$

и, обозначив $(m; n)$ решение системы, вычислите значение выражения : $m^2 + n^2$.

а). 17; б). 5;
в). 13; г). 10.

а). 25; б). 17;
в). 10; г). 5.

ВЫВОД:

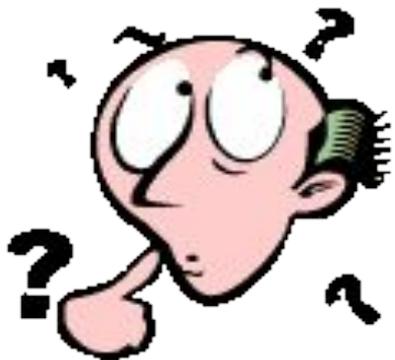
Итак, одну и ту же систему можно решить разными способами.

Какой из них вам показался более удобным?

В чем недостаток каждого метода?

ИСААК НЬЮТОН СКАЗАЛ:

«Чтобы решить вопрос,
относящийся к
числам или к отвлеченным
отношениям величин, нужно лишь
перевести задачу с родного языка
на алгебраический.»



С ПОМОЩЬЮ КАКОЙ ИЗ СИСТЕМ, МОЖНО РЕШИТЬ СЛЕДУЮЩУЮ ЗАДАЧУ



Сумма двух чисел
равна 7, а их
разность 3. Найти
эти числа.

$$1) \begin{cases} x-y=7 \\ x+y=3 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x+y=7 \\ xy=3 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$$

СХЕМА РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ:

- ◎ 1). вводят обозначения неизвестных и составляют систему уравнений;
- ◎ 2). решают систему уравнений;
- ◎ 3). Возвращаясь к условию задачи и использованным обозначениям, записывают ответ.

УСТНЫЕ УПРАЖНЕНИЯ



Составьте систему уравнений по условию задачи:

«На двух полках 60 книг. На второй полке на 10 книг меньше, чем на первой. Сколько книг на каждой полке?»

СОСТАВЬТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ ПО УСЛОВИЮ ЗАДАЧИ:

- « Одна сторона прямоугольника меньше другой на 5 см, периметр прямоугольника равен 38 см. Найти стороны этого прямоугольника.»
- ВЫБЕРИТЕ ПРАВИЛЬНЫЙ ОТВЕТ.**



$$\begin{array}{l} \text{А)} \left\{ \begin{array}{l} X - Y = 5, \\ X + Y = 38; \end{array} \right. \quad \text{Б)} \left\{ \begin{array}{l} X + Y = 5, \\ 2(X + Y) = 38; \end{array} \right. \quad \text{В)} \left\{ \begin{array}{l} X - Y = 5 \\ 2(X + Y) = 38; \end{array} \right. \end{array}$$

ОПИСИТЕ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ СИТУАЦИЮ



- ⊙ Разность двух чисел равна 12. Одно из них больше другого в 4 раза.

$$x - y = 12$$

$$x = 4y$$

- ⊙ В классе 36 учеников. Девочек на 3 меньше, чем мальчиков.

$$x + y = 36$$

$$x - y = 3$$

РЕШИТЬ ЗАДАЧУ:

Миша купил 2 чупа-чупса и 1 жевачку и заплатил 5 руб. Если бы он купил 8 чупа-чупсов, то на 12 руб заплатил больше чем при покупке 4 жевачек.

Сколько стоит 1 чупа-чупс и 1 жевачка.



=

1

2

2

x

ЗАДАЧА:

В гостинице 25 номеров. Есть 4-х местные и 2-х местные номера. Сколько каких номеров, если известно, что всего в гостинице могут разместиться 70 человек?



РЕШЕНИЕ:



Пусть x номеров 4-х местных, а y - 2-х местных.

Составим и решим систему:

$$\begin{cases} x + y = 25 \\ 4x + 2y = 70 \end{cases}$$

ЗАДАЧА

- ⊙ В кассе лежит 480 рублей монетами достоинством по 2 рубля и по 5 рублей. Сколько 2-х рублёвых и 5-ти рублёвых монет в кассе, если всего 120 монет.





Решение:

*Пусть в кассе x (шт.) монет по 5 р.,
 y (шт) монет по 2 р.*

$$\begin{cases} x + y = 120, \\ 5x + 2y = 480. \end{cases}^{\text{л}}$$

$x = 80$ монет по 5 р.

$y = 40$ монет по 2 р.

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

ТЕМА: «СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ
УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ
НЕИЗВЕСТНЫМИ»



Вариант 1

Вариант 2

1. РЕШИТЕ СИСТЕМУ УРАВНЕНИЙ СПОСОБОМ СЛОЖЕНИЯ.

$$\begin{cases} x + y = 3, \\ 2x - y = 3. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 4. \end{cases}$$

2. Решите систему уравнений способом подстановки.

$$\begin{cases} 2x + y = 2, \\ 4x - 3y = 24. \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x + 2y = 6, \\ 2x - y = 1. \end{cases}$$

3. Решите задачу.

Двое рабочих изготовили вместе 237 детали, первый рабочий работал 8 дней, второй – 5. Сколько деталей изготовил каждый рабочий за один день, если первый изготавливал на 2 детали в день больше, чем второй ?

На покупку трех тренировочных костюмов и пяти мячей было потрачено 255 \$. Сколько стоит один костюм и один мяч, если стоимость четырех мячей такая же, как стоимость одного костюма?

Спасибо за урок



Дом.задание

№ 11.12(а); 12.5 (а);12.24