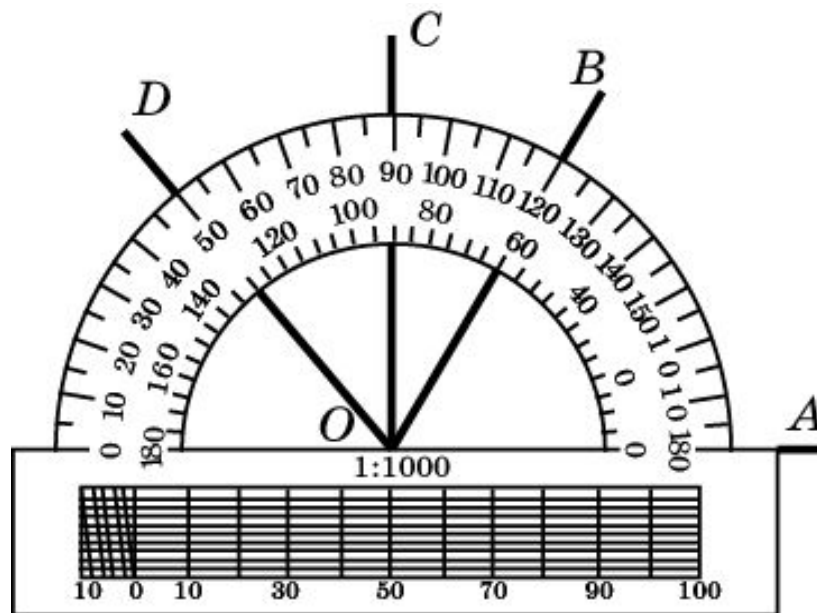


# Измерение углов

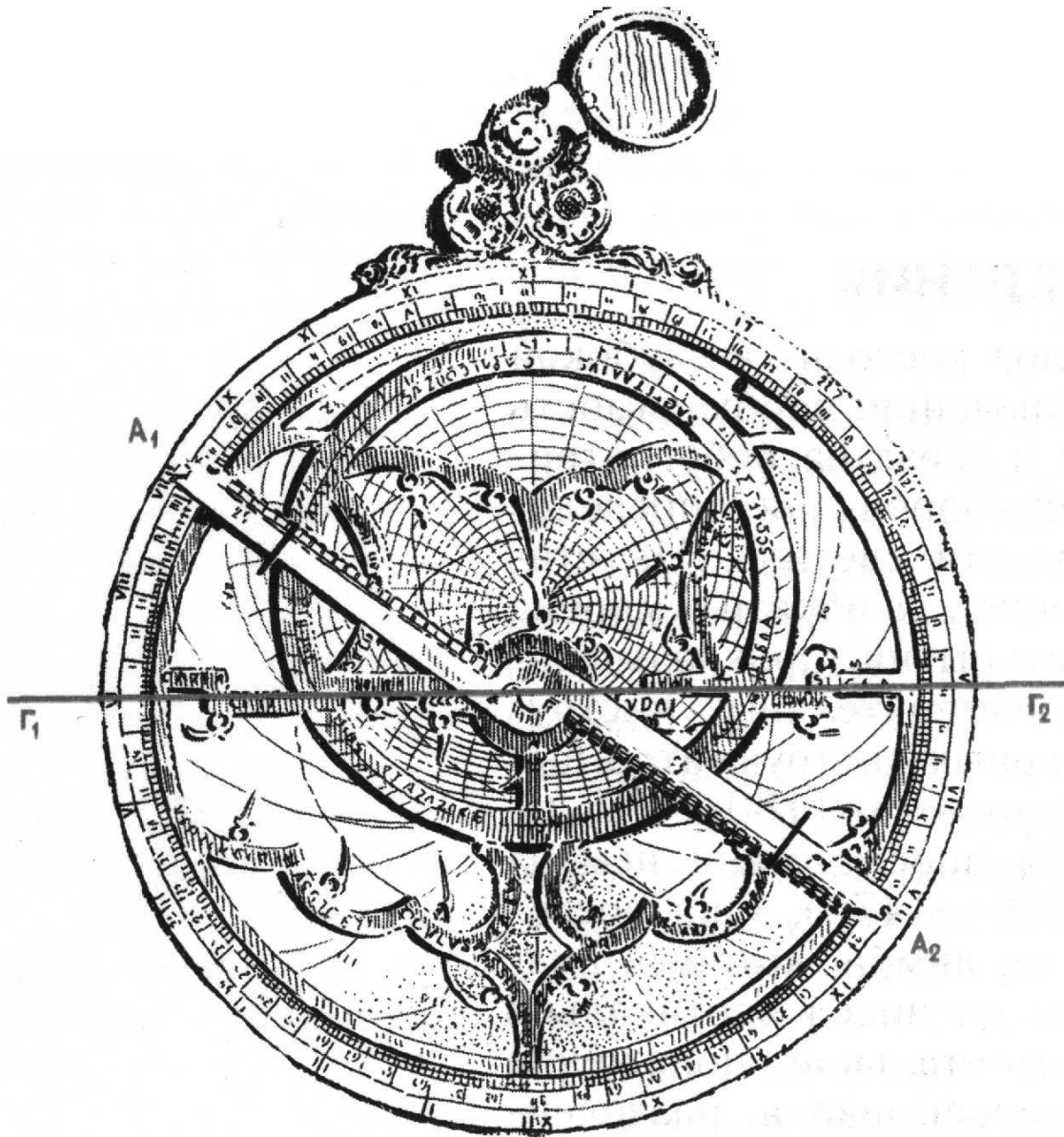
За единицу измерения углов обычно принимается угол, составляющий одну сто восьмидесятую часть развернутого угла. Считают, что величина этого угла равна одному градусу, обозначают  $1^\circ$ .

**Градусная величина угла** показывает, сколько раз угол в один градус и его части укладываются в этом угле.

Для измерения величин углов применяют различные инструменты, простейшим из которых является известный вам транспортир.



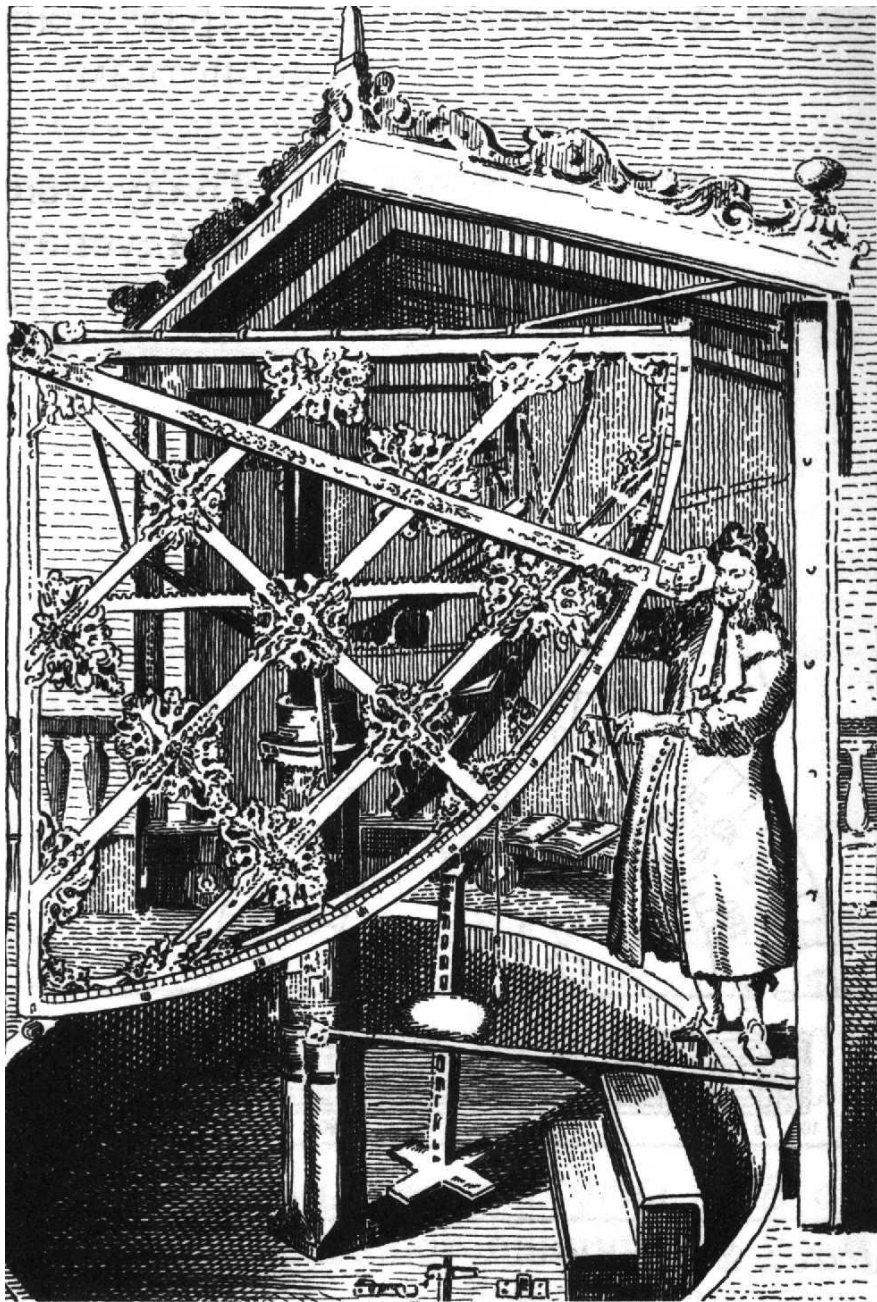
# Астролябия



Одним из первых угломерных инструментов была астролябия, изобретенная Гиппархом (180-125 гг. до н. э.) и усовершенствованная немецким ученым Региомontanом (1436-1476). Она состояла из тяжелого медного диска - лимба, который подвешивался за кольцо так, чтобы он висел вертикально и линия  $\Gamma_1\Gamma_2$  принимала горизонтальное положение. По краю лимба наносилась шкала, разделенная на градусы. Кроме этого, на лимбе имелась полоса  $A_1A_2$ , называемая алидадой, которая могла вращаться вокруг центра лимба и имела на концах поперечные пластинки с отверстиями, называемыми диоптрами.

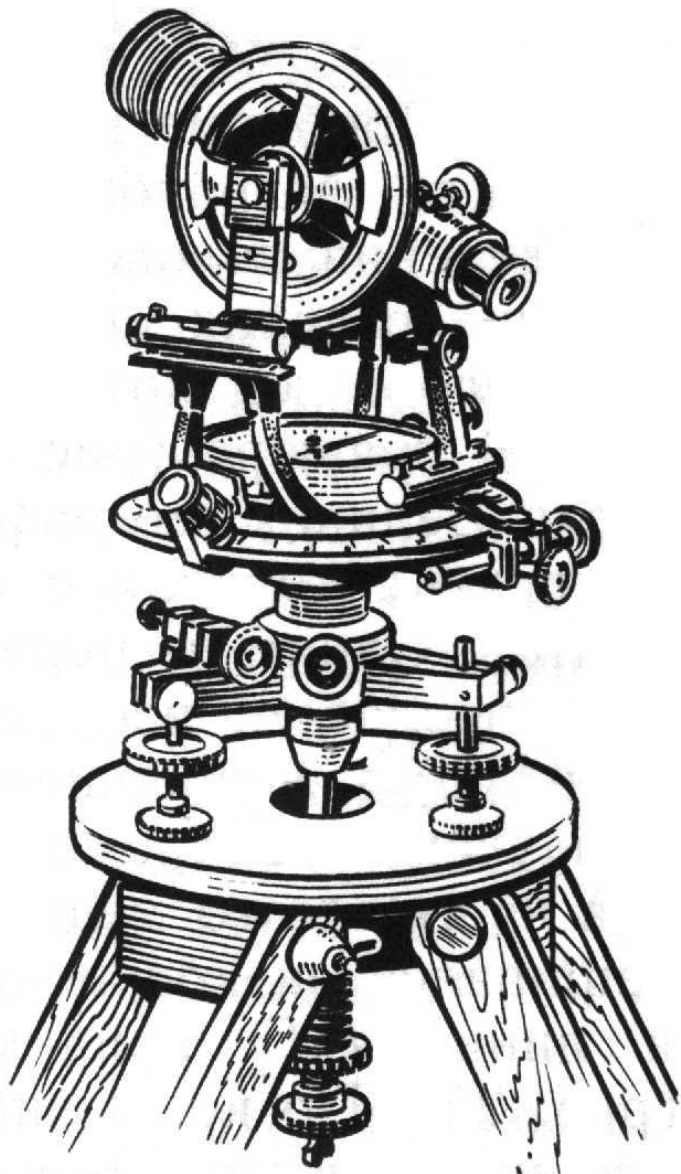


# Квадрант



Другим инструментом для измерения углов был квадрант, представляющий собой одну четвертую часть астролябии. Квадрант имел то преимущество перед астролябией, что его можно было сделать значительно больших размеров и тем самым увеличить точность измерения углов.

# Теодолит



Наиболее совершенным угловым инструментом, применяющимся в настоящее время для выполнения геодезических работ, является теодолит, состоящий из двух лимбов, расположенных в вертикальной и горизонтальной плоскостях, что позволяет измерять вертикальные и горизонтальные углы одновременно. На вертикальном лимбе имеется зрительная труба, с помощью которой алидады вертикального и горизонтального лимбов наводятся на объект наблюдения. Точность измерения углов при этом составляет доли минуты.

## Вопрос 1

Что принимается за единицу измерения величины угла?

**Ответ:** За единицу измерения углов принимается угол, составляющий одну сто восьмидесятую часть развернутого угла.

## Вопрос 2

Что такое: а) градус; б) минута; в) секунда?

**Ответ:** а) Одна сто восьмидесятая часть развернутого угла;  
б) одна шестидесятая часть градуса;  
в) одна шестидесятая часть минуты.

## Вопрос 3

Что показывает градусная величина угла?

**Ответ:** Градусная величина угла показывает, сколько раз угол в один градус и его части укладываются в этом угле.

## Вопрос 4

Каким свойствам удовлетворяет градусная величина угла?

**Ответ:** Градусная величина угла удовлетворяет следующим свойствам:

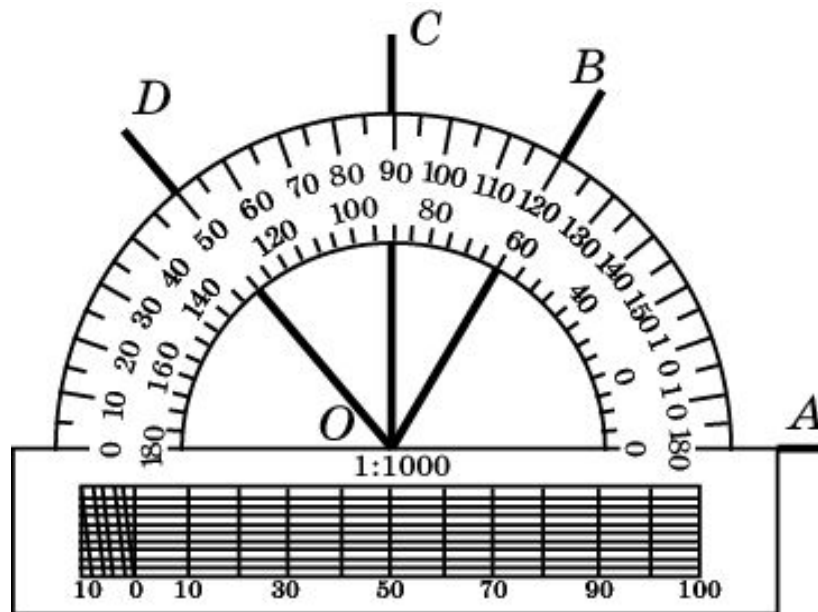
**Свойство 1.** Градусные величины равных углов равны.

**Свойство 2.** Градусная величина суммы углов равна сумме их градусных величин.



# Упражнение 1

На рисунке найдите величины углов: а)  $AOB$ ; б)  $AOC$ ; в)  $AOD$ ; г)  $BOC$ ; д)  $BOD$ ; е)  $COD$ .



**Ответ:** а)  $60^\circ$ ; б)  $90^\circ$ ; в)  $130^\circ$ ; г)  $30^\circ$ ; д)  $70^\circ$ ; е)  $40^\circ$ .

## Упражнение 2

Луч  $OC$  лежит внутри угла  $AOB$ . Найдите градусную величину угла  $AOB$ , если: а)  $AOC = 35^\circ$ ,  $COB = 75^\circ$ ; б)  $AOC = 75^\circ$ ,  $COB = 62^\circ$ ; в)  $AOC = 94^\circ$ ,  $COB = 85^\circ$ .

**Ответ:** а)  $110^\circ$ ; б)  $137^\circ$ ; в)  $179^\circ$ .

## Упражнение 3

Луч  $OC$  лежит внутри угла  $AOB$ , равного  $60^\circ$ . Найдите углы  $AOC$  и  $BOC$ , если: а) угол  $AOC$  на  $30^\circ$  больше угла  $BOC$ ; б) угол  $AOC$  в два раза больше угла  $BOC$ ; в) градусные меры углов  $AOC$  и  $BOC$  относятся как 2:3.

**Ответ:** а)  $45^\circ$  и  $15^\circ$ ; б)  $40^\circ$  и  $20^\circ$ ;  
в)  $24^\circ$  и  $36^\circ$ .

## Упражнение 4

Какой угол образуют биссектрисы  
вертикальных углов?

Ответ:  $180^\circ$ .

## Упражнение 5

Чему равен угол, образованный биссектрисами смежных углов?

Ответ:  $90^\circ$ .



## Упражнение 6

Некоторый угол равен  $38^\circ$ . Чему равен смежный с ним угол?

Ответ:  $142^\circ$ .

## Упражнение 6

Один из смежных углов на  $45^\circ$  меньше другого. Найдите эти углы.

Ответ:  $112^\circ 30'$ .

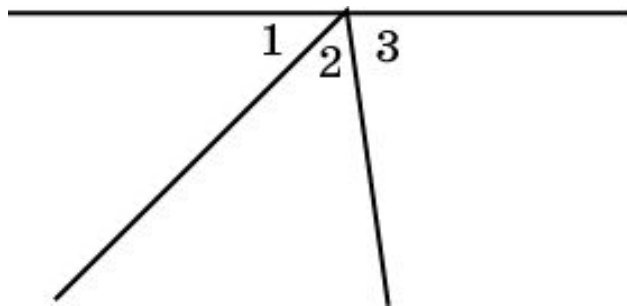
## Упражнение 7

Найдите смежные углы, если один из них в два раза больше другого.

Ответ:  $120^\circ$ ,  $60^\circ$ .

## Упражнение 8

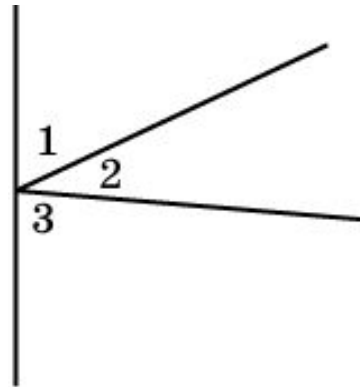
Из точки, взятой на прямой в одной полуплоскости относительно нее, проведены два луча,  $\angle 1 = 45^\circ$ ,  $\angle 2$  составляет  $\frac{5}{9}$  прямого угла. Найдите  $\angle 3$ .



Ответ:  $85^\circ$ .

## Упражнение 9

На прямой дана точка, из которой в одной полуплоскости относительно данной прямой проведены два луча. Величина одного из углов, образованных при этом, равна  $\frac{3}{5}$  прямого угла, величина другого составляет половину первого угла. Найдите величину третьего угла.



**Ответ:**  $99^\circ$ .



## Упражнение 10

Один из углов, которые получаются при пересечении двух прямых, равен  $30^\circ$ .  
Чему равны остальные углы?

**Ответ:**  $30^\circ$ ,  $150^\circ$ ,  $150^\circ$ .

# Упражнение 11

Может ли сумма трех углов, образовавшихся при пересечении двух прямых, быть равной  $150^\circ$ ?

Ответ: Нет.

## Упражнение 12

Сумма трех углов, образованных при пересечении двух прямых, равна  $306^\circ$ .  
Найдите эти углы.

**Ответ:**  $126^\circ$ ,  $126^\circ$ ,  $54^\circ$ .

## Упражнение 13

Общей частью двух углов, величины  $\varphi$  и  $\psi$ , является угол, величины  $\gamma$ . Найдите угол, покрываемый обоими данными углами.

Ответ:  $\varphi + \psi - \gamma$ .

## Упражнение 14

Колесо имеет восемь спиц. Чему равен угол между соседними спицами?

Ответ:  $45^\circ$ .



## Упражнение 15

На сколько градусов повернется минутная стрелка за: а) 20 мин; б) 10 мин; в) 45 мин?

**Ответ:** а)  $120^\circ$ ; б)  $60^\circ$ ; в)  $135^\circ$ .

## Упражнение 16

На сколько градусов повернется часовая стрелка за: а) 2 ч; б) 15 мин?

**Ответ:** а)  $60^\circ$ ; б)  $7^\circ 30'$ .

# Упражнение 17

Чему равен угол между минутной и часовой стрелками на часах в: а) 3 ч; б) 6 ч; в) 2 ч 30 мин?

**Ответ:** а)  $90^\circ$ ; б)  $180^\circ$ ; в)  $105^\circ$ .