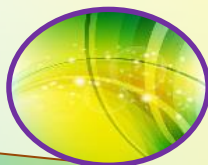
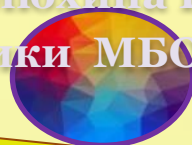




Задачи с экономическим содержанием Часть 2



Автор: Илюхина Елена Викентьевна
учитель математики МБОУ Новогородковской СОШ





Сегодня на уроке:

- 1. Познакомиться с задачами на проценты по вкладам (депозитам).
- 2. познакомиться с дифференцированные (неравными) платежами и с аннуитетными (равными) платежами.





На этом уроке речь пойдёт именно о задачах по математике, а не по экономике. Вообще говоря, любую задачу, условие которой связано с товарно-денежными отношениями, производством товаров и услуг, минимизацией расходов или максимизацией прибыли и т. п., можно отнести к задачам с экономическим содержанием. Подобные задачи встречаются на самых разных позициях в вариантах ЕГЭ по математике—от первых до последних.

Сегодня мы рассмотрим следующие задачи:

- задачи о кредитовании и банковских процентах.**





Задачи о вкладах и кредитовании (банковских процентах)

Задачи на банковские проценты можно условно разделить на две группы:

1. Задачи на проценты по вкладам (депозитам),
2. Задачи о кредитах.





Проценты по вкладам (депозитам)

В задачах на проценты по вкладам речь идёт либо об однократном изменении величины вклада на определённое число процентов (простые проценты), либо о последовательном изменении величины вклада через (как правило) равные промежутки времени на определённое число процентов (сложные проценты). В последнем случае каждый раз начиная со второго проценты начисляются на сумму, полученную после предыдущего начисления процентов. Тем самым задачи на проценты по вкладам представляют собой типичные задачи на последовательное изменение некоторой величины на определённое число процентов. Если S_0 — сумма вклада, то при начислении $r\%$ на неё получим сумму $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)$. При начислении $r\%$ на сумму S_1 получим $S_2 = S_1 \left(1 + \frac{r}{100}\right) = S_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^2$ и т. д. После n -го начисления процентов получим $S_n = S_0 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$.

Если при каждом начислении проценты меняются и составляют соответственно $r_1\%, r_2\%, \dots, r_n\%$, то $S_n = S_0 (1 + r_1/100) (1 + r_2/100) \dots (1 + r_n/100)$.





Отметим ещё, что обычно в предложениях по вкладам (депозитам) речь идёт об определённом проценте годовых. Если этот процент начисляется раз в год, то проблем нет, соответствующие формулы приведены выше. Но в некоторых случаях речь может идти о вкладах с пролонгацией (продлением) через определённые промежутки времени (как правило, 1, 3 или 6 месяцев). В этом случае формулы расчёта процентов на депозиты меняются. При однократном начислении процентов через m дней на вклад S_0 под $r\%$ годовых получим сумму $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{100} \cdot \frac{m}{365}\right)$ для обычного года, или $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{100} \cdot \frac{m}{366}\right)$ для високосного года, т. е. годовой процент умножается на долю, которую срок вклада составляет по отношению к году (в обычном году—365 дней, в високосном году—366 дней).

Сумма начисленных процентов будет равна соответственно $\frac{S_0}{36500}$ для обычного года или $\frac{S_0}{36600}$ для високосного года. При реальных расчётах полученные величины округляются с заданной точностью (обычно так, чтобы можно было вычислить искомую сумму с точностью до копеек).





Пример 1.

В не високосном году клиент открыл вклад в банке 1 сентября сроком на 1 месяц под 12% годовых. Сколько рублей окажется на счёте вклада 1 октября того же года, если сумма вклада равна 100 000 рублей?



Решение. Воспользуемся формулой $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{100} \cdot \frac{m}{365}\right)$, где $S_0 = 100000$, $r = 12$, а $m = 30$ (поскольку в сентябре 30 дней). Получим $S = 100\,000 \left(1 + 0,12 \cdot \frac{30}{365}\right)$. Число в скобках с точностью до 7 знаков после запятой равно 1,0098630, поэтому $S = 100986,30$ (т.е. 100 986 рублей 30 копеек).
Ответ. 100 986,30.





Если проценты на депозит начисляются несколько раз через равные промежутки времени и каждый раз зачисляются на вклад, то сумма вклада по истечении n таких промежутков будет равна $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{100} \cdot \frac{m}{365}\right)^n$. На практике банки варьируют величину m в соответствии с реальным числом дней в каждом конкретном месяце (28, 29, 30 или 31 день). Для приближённых расчётов может использоваться упрощённая модель, в соответствии с которой один месяц считается равным $1/12$ части года. Тогда если речь идёт о вкладе на 3 месяца под $r\%$ годовых с последующей автоматической пролонгацией в течение нескольких раз, то каждые три месяца сумма на счёте вклада будет увеличиваться на $r/4\%$ (так как три месяца составляют четверть года) и после n -й пролонгации сумма на счёте вклада составит $S_1 = S_0 \left(1 + \frac{r}{400}\right)^n$. Аналогично при пролонгации каждые полгода сумма на счёте вклада после n -й пролонгации составит $S_T = S_0 \left(1 + \frac{r}{200}\right)^n$. Найденные значения обычно также округляются так, чтобы вычислить искомую сумму с точностью до копеек.





Пример 2

Какой вклад выгоднее: первый—на 1 год под 13% годовых, или второй—на 3 месяца (с автоматической пролонгацией каждые три месяца в течение года) под 12% годовых? При расчётах считайте, что один месяц равен $1/12$ части года.

Решение. Пусть S_0 —сумма вклада. Тогда по условиям первого депозита вкладчик через год получит $1,13 \cdot S_0$, а по условиям второго депозита он получит

$(1,03)^4 \cdot S_0 = 1,12550881 \cdot S_0$, т. е. прибавка составит примерно 12,55%, а значит, первый вклад выгоднее.

Ответ. Первый.





В варианте ЕГЭ по математике это будет задание, требующее развёрнутого решения. Такие задачи появились на экзамене в последние годы и обычно вызывают значительные затруднения у очень многих выпускников, хотя в большинстве случаев их решение требует последовательного выполнения арифметических действий, а значит, аккуратности и определённых вычислительных навыков.

При начислении процентов по кредиту обычно используются две схемы: схема с дифференцированными (неравными) платежами и схема с аннуитетными (равными) платежами. Эти схемы отличаются принципами формирования и величиной обязательных платежей.

Дифференцированные платежи

Пусть S_0 — сумма кредита. Для кредита с дифференцированными платежами процент и периодичность обязательных платежей фиксируются (например, ежегодные, ежеквартальные или ежемесячные платежи), а фиксированный процент начисляется на ещё не выплаченную к моменту очередного обязательного платежа часть кредита (долга). В этом случае каждый год (или каждый платёжный период) сумма выплат уменьшается, поскольку она состоит из фиксированной $\frac{S_0}{n}$. Таким образом, при схеме с дифференцир. платежами клиент возвращает банку до истечения каждого платёжного периода $1/n$ часть суммы кредита и проценты от ещё не выплаченной на начало этого платёжного периода части кредита.





Рассмотрим сначала базовую (упрощённую) задачу на проценты по кредиту с дифференцированными платежами. Пусть кредит берётся под $k\%$ годовых на n лет. Это означает, что клиент должен вернуть банку сумму кредита (долг) и проценты за пользование кредитом на следующих условиях: каждый год клиент возвращает банку $\frac{1}{n}$ часть суммы долга (кредита) и проценты за пользование кредитом, начисляемые ежегодно на остаток долга. Таким образом, за первый год пользования кредитом сумма δ_1 процентов составит

$$\delta_1 = S_0 \cdot \frac{k}{100} = \frac{k \cdot S_0}{100};$$

за второй год пользования кредитом сумма 2 процентов составит

$$\delta_2 = \left(S_0 - \frac{S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{k \cdot S_0 (n-1)}{100n};$$

за третий год пользования кредитом сумма процентов составит

$$\delta_3 = \left(S_0 - \frac{2S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{k \cdot S_0 (n-2)}{100n} \text{ и т. д.};$$

за последний год пользования кредитом сумма n процентов составит

$$\delta_n = \left(S_0 - \frac{(n-1)S_0}{n}\right) \cdot \frac{k}{100} = \frac{k \cdot S_0}{100n}.$$

Общая сумма всех начисленных процентов (переплата) находится

по формуле $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \dots + \delta_n$, откуда $\delta = \frac{k \cdot S_0}{100} + \frac{k \cdot S_0 (n-1)}{100n} + \frac{k \cdot S_0 (n-2)}{100n} + \dots + \frac{k \cdot S_0}{100n}$.

Вынесем за скобки общий множитель $\delta = \frac{k \cdot S_0}{100} (n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1)$.





Сумма $n + (n - 1) + (n - 2) + \dots + 1$ легко вычисляется по формуле

$$n \cdot \frac{n+1}{2} = \frac{n^2 + n}{2}$$

суммы S_n первых n членов арифметической прогрессии $\{a_n\}$. В данном случае $a_1 = 1$, $a_n = n$. Поэтому $S_n = \frac{n+1}{2} \cdot n$.

Таким образом $\delta = \frac{k \cdot S_0}{100} (n + (n-1) + (n-2) + \dots + 1) = \frac{k \cdot S_0}{100} \cdot \frac{n+1}{2} \cdot n$.

Откуда $\delta = \frac{k \cdot (n+1)}{200} \cdot S_0$ сумма выплат по процентам.

Общая сумма S всех выплат по кредиту равна сумме кредита и сумме начисленных процентов: $S = S_0 + \delta$,

$$\text{т. е. } S = S_0 + \frac{k \cdot (n+1)}{200} \cdot S_0. \quad (1)$$

$$\text{Откуда } S = \frac{S_0 \cdot (k(n+1) + 200)}{200} \quad (2).$$





Пример 3.

Виктор взял в банке кредит сроком на 4 года под 16% годовых. На сколько процентов сумма всех выплат банку окажется больше суммы кредита, если досрочное погашение кредита не предполагается?

Решение. Пусть S_0 —сумма кредита.
Тогда $\delta = \frac{16(4+1)}{200} S_0 = 0,4 \cdot S_0$.

Значит, сумма всех выплат составит $0,4 \cdot S_0 + S_0 = 1,4 \cdot S_0$, т. е. окажется на 40% больше суммы кредита.

Ответ. 40.





Пример 4.

Иван планирует взять ипотечный кредит (кредит на покупку квартиры под залог квартиры) в банке на несколько лет под 10% годовых на следующих условиях: по истечении каждого года пользования кредитом он должен возвращать банку часть кредита, равную сумме кредита, делённой на число лет пользования кредитом (погашать кредит), и выплачивать банковские проценты за пользование кредитом в размере 10% от не погашенной к моменту очередного платежа суммы кредита. Так, если кредит взят на 5 лет, то за первый год пользования кредитом Иван должен выплатить пятую часть суммы кредита и 10% от всей суммы кредита, за второй год пятую часть суммы кредита и 10% от непогашенной суммы кредита, т. е. от $4/5$ суммы кредита, и т. п. При оформлении кредита банк предложил Ивану выплачивать кредит ежемесячными равными платежами по следующей схеме: сумма кредита и сумма процентов за всё время пользования кредитом суммируются и делятся на число месяцев пользования кредитом. Иван принял предложение банка. Известно, что сумма ежемесячного платежа равна 30 000 рублей, а сумма начисленных процентов оказалась равна сумме кредита.

- На сколько лет был взят кредит?
- Чему равна сумма кредита (в рублях)?

Решение. Пусть сумма кредита равна S_0 , годовые составляют $k\%$,

число лет кредита равно n . Тогда сумма выплат по процентам равна

$$\delta = \frac{k \cdot (n+1)}{200} \cdot S_0.$$

а) По условию сумма процентов равна сумме кредита. Следовательно, $\frac{k \cdot (n+1)}{200} \cdot S_0 = S_0$ откуда $k(n+1) = 200$. Поскольку $k = 10$, получим, что $n = 19$.

б) Сумма l ежемесячного платежа по предложенной банком схеме находится по формуле $l = \frac{S_0(k \cdot (n+1) + 200)}{2400n}$, откуда

$$S_0 = \frac{2400nl}{k(n+1) + 200}. \text{ Так как } k = 10, n = 19,$$

$l = 30\,000$, находим, что $S_0 = \frac{2400nl}{400} = 6nl = 6 \cdot 19 \cdot 30\,000 = 3\,420\,000$ рублей.

Ответ. а) 19; б) 3 420 000.





Как видим, эта задача оказалась типичной задачей на кредит с дифференцированными платежами по упрощённой схеме. Отметим, что её формулировка не слишком удачна в части условий кредитования, и у некоторых экзаменуемых трудности в решении могут быть обусловлены лингвистикой, а не математикой: ведь в задаче не указано, часть какого долга (первоначального или с начисленными процентами) берётся для расчёта выплат. Более удачными формулировками соответствующих условий возврата кредита являются следующие:

- 1-го числа каждого месяца на ещё не выплаченную часть кредита начисляется $r\%$, т. е. к ещё не выплаченной части кредита добавляется $r\%$ от этой части;
- со 2-го по 14-е число каждого месяца необходимо выплатить $1/19$ часть долга и проценты, начисленные 1-го числа этого месяца.

Тем не менее, внимательное чтение и анализ условия задачи позволяют правильно интерпретировать его и получить нужный результат; в этом смысле задача является корректной.





Пример 5.

1 июля не високосного года Екатерина взяла в банке кредит на сумму 109 500 рублей под 24% годовых сроком на 6 месяцев на условиях погашения кредита дифференцированными платежами. Это означает, что до 1 числа каждого следующего за июлем месяца она вносит в банк платёж, состоящий из $1/6$ части долга (т. е. 18 250 рублей) и процентов, которые начисляются с учётом числа дней соответствующего месяца: 30 или 31 (всего 6 платежей). Найдите сумму всех выплат по кредиту..

Найдём сумму платежей по процентам в каждом из месяцев кредитования.

Сумма процентов в рублях за *июль* составит

$$\delta_1 = 109\,500 \cdot 0,24 \cdot 31/365 = 2232.$$

Сумма процентов в рублях за *август* составит

$$\delta_2 = (109\,500 - 18\,250) \cdot 0,24 \cdot 31/365 = 1860.$$

Сумма процентов в рублях за *сентябрь* составит

$$\delta_3 = (109\,500 - 18\,250 \cdot 2) \cdot 0,24 \cdot 30/365 = 1440.$$

Сумма процентов в рублях за *октябрь* составит

$$\delta_4 = (109\,500 - 18\,250 \cdot 3) \cdot 0,24 \cdot 31/365 = 1116.$$

Сумма процентов в рублях за *ноябрь* составит

$$\delta_5 = (109\,500 - 18\,250 \cdot 4) \cdot 0,24 \cdot 30/365 = 720.$$

Сумма процентов в рублях за *декабрь* составит

$$\delta_6 = (109\,500 - 18\,250 \cdot 5) \cdot 0,24 \cdot 31/365 = 372.$$

Таким образом, сумма всех выплат в рублях по процентам (переплата) составит

$$\delta = \delta_1 + \dots + \delta_6 = 2232 + 1860 + 1440 + 1116 + 720 + 372 = 7740,$$

а общая сумма выплат: $S = 109\,500 + 7740 = 117\,240$.

Ответ. 117 240.





Аннуитетные платежи

Начнём с упрощённой реальной схемы, предполагающей ежегодные, а не ежемесячные выплаты. По-прежнему будем считать, что S_0 —сумма кредита (долга) и кредит берётся на n лет под $k\%$ годовых. Эта же схема применима и в тех случаях, когда процент по кредиту указывается для платёжного периода, а не для полного года.

Для реальных кредитов с аннуитетными платежами условия начисления процентов оказываются следующими:

- до истечения очередного платёжного периода банк начисляет $k\%$ на оставшуюся сумму долга, т. е. увеличивает её на $k\%$;
- после начисления процентов клиент вносит в банк (также до истечения соответствующего платёжного периода) некоторую сумму x —одну и ту же для каждого платежа; сумма долга при этом уменьшается, и на эту уменьшенную на x сумму начисляются проценты до истечения следующего платёжного периода, после чего клиент вносит в банк платёж в размере той же суммы x и т.п.

Из этих условий и находится сумма x регулярного платежа. Для её вычисления запишем суммы долга по истечении каждого платёжного периода, обозначив

$1 + \frac{k}{100}$ буквой m .

$$\text{Тогда } x = \frac{m^n(m-1)}{m^n} \cdot S_0. \quad (3)$$





Обозначим $\frac{m^n(m-1)}{m^n} = A$ и назовём его коэффициентом аннуитета.

Если $\frac{k}{100} = p$, то $1 + p = m$ и $A = \frac{p(p+1)^n}{(p+1)^n - 1}$, тогда формула (3) примет вид

$$x = \frac{p(p+1)^n}{(p+1)^n - 1} \cdot S_0 \quad (4)$$

Последняя формула позволяет находить сумму регулярного платежа и для любого периодического платежа. При этом считают, что p —это процентная ставка, выраженная в сотых долях в расчёте за этот период. Например, для n ежемесячных платежей по кредиту под 12% годовых $p = 0,12/12 = 0,01$, и если

кредит берётся сроком на 10 лет, то $x = \frac{0,01(0,01+1)^{120}}{(0,01+1)^{120}-1} \cdot S_0$. Ясно, что вычисления

по подобным формулам без применения специальных (хотя и несложных) программ будут, мягко говоря, затруднительными. Так, если считать, что сумма

кредита на 10 лет под 12% годовых равна 1 000 000 руб., то $x = \frac{0,01 \cdot 1,01^{120}}{1,01^{120} - 1} \cdot$

1 000 000 $\approx 0,0143471 \cdot 1\,000\,000 = 14\,347,1$ (руб).

Общая сумма S выплат находится по формуле

$S = 120x = 120 \cdot 14\,347,1 = 1\,721\,652$ руб.

Сумма выплаченных процентов (переплата) составит 721 652 руб.,

т. е. примерно 72,17% от суммы кредита.





Пример 6.

1 июля не високосного года Екатерина взяла в банке кредит на сумму 109 500 рублей под 24% годовых сроком на 6 месяцев на условиях погашения кредита ежемесячными равными (аннуитетными) платежами. Это означает, что

- до истечения соответствующего платёжного периода, т. е. до 1-го числа каждого следующего за июлем месяца, банк начисляет 24% на оставшуюся сумму долга, т. е. увеличивает её на 24%;

- после начисления процентов Екатерина вносит в банк (также до истечения соответствующего платёжного периода, т. е. до 1-го числа каждого месяца начиная с августа) некоторую фиксированную сумму—одну и ту же для каждого платежа; сумма долга при этом уменьшается, и на эту уменьшенную сумму начисляются проценты до истечения следующего платёжного периода, после чего Екатерина вносит в банк платёж в размере той же фиксированной суммы, и т. п.

Найдите сумму всех выплат по кредиту.

Решение. В данном случае (для схемы с аннуитетными платежами) $p=0,24/12=0,02$.

Тогда сумма ежемесячного платежа

$$\text{составляет } x = \frac{0,02 \cdot 1,02^6}{1,02^6 - 1} \cdot 109\,500 \approx$$

$$0,1785258 \cdot 109\,500 \approx 19\,548,58 \text{ руб.}$$

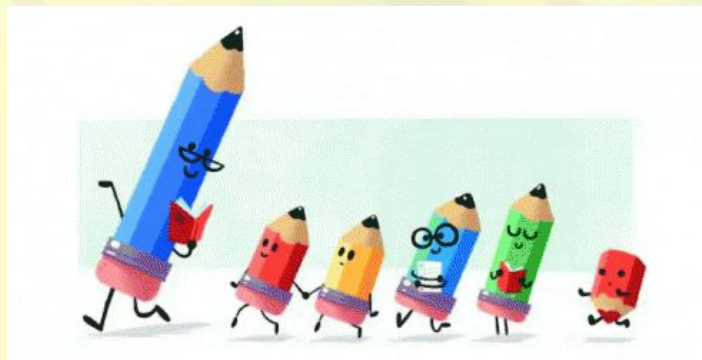
и сумма всех выплат равна

$$S = 6x = 6 \cdot 19\,548,58 = 117\,291,48 \text{ руб.},$$

т. е. переплата составляет

$$\delta = 117\,291,48 - 109\,500 = 7\,791,48 \text{ руб.}$$

Ответ. 117 291,48.





В заданиях ЕГЭ по математике обычно рассматриваются несколько упрощённые схемы, например, кредит выдаётся на условиях оплаты тремя равными платежами с начислением фиксированного процента на сумму долга за каждый период.

Пример 7. 31 декабря 2014 года бизнесмен взял в банке кредит на 3 года под 10% годовых. Схема выплаты кредита следующая: до 31 ноября каждого следующего года банк начисляет проценты на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 10%), затем до истечения этого же платёжного периода (т. е. по 31 декабря того же года) бизнесмен переводит в банк определённую (одну и ту же для каждого года) сумму ежегодного платежа. Какой была сумма кредита (в рублях), если сумма ежегодного платежа составила 2 662 000 рублей?

Пусть S_0 — сумма кредита, x — сумма ежегодной выплаты. Запишем суммы долга по истечении каждого платёжного периода:

$$S_1 = 1,1S_0 - x;$$

$$S_2 = 1,1S_1 - x = (1,1)^2 S_0 - 1,1x - x;$$

$$S_3 = 1,1S_2 - x = (1,1)^3 S_0 - (1,1)^2 x - 1,1x - x.$$

Поскольку по истечении последнего платёжного периода долг равен 0, имеем $S_3 = 0$, т. е.

$$(1,1)^3 S_0 - (1,1)^2 x - 1,1x - x = 0,$$

$$\text{Откуда } ((1,1)^2 + 1,1 + 1)x = (1,1)^3 S_0,$$

т. е. $3,31x = 1,331S_0$. Так как $x = 2\,662\,000$, получаем, что

$$S_0 = 3,31 \cdot 2\,662\,000 / 1,331 = 3,31 \cdot 2\,000\,000 = 6\,620\,000.$$

Ответ. 6 620 000.





Как видим, в подобных задачах используются формулы, связывающие 4 величины: сумму кредита, процентную ставку, число платежей (срок кредита), сумму регулярного платежа. Обычно в условии задания ЕГЭ задаются три из этих величин, а четвертую требуется найти.

Так, в рассмотренном примере были заданы процентная ставка, число платежей, сумма регулярного платежа, а требовалось найти сумму кредита.

Пример 8. В июле планируется взять кредит в банке на сумму 4,5 млн рублей на срок 9 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг возрастает на $r\%$ по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить часть долга;
- в июле каждого года долг должен быть на одну и ту же сумму меньше долга на июль предыдущего года.

Найдите r , если известно, что наибольший годовой платёж по кредиту составит не более 1,4 млн рублей, а наименьший—не менее 0,6 млн рублей.





Решение. По условию долг перед банком (в млн рублей) по состоянию на июль должен уменьшаться до нуля равномерно, т. е. на $\frac{1}{9}$ часть, поэтому суммы долга за каждый год (до начисления процентов) составят (в порядке убывания) 4,5, 4, ..., 1, 0,5.

По условию каждый январь долг возрастает на $r\%$. поэтому последовательность размеров платежей по процентам будет следующей:
 $4,5 \cdot r/100, 4 \cdot r/100, \dots, 0,5 \cdot r/100.$

Ежемесячный платёж состоит из фиксированной суммы $4,5/9 = 0,5$ и суммы платежа по процентам. Следовательно, наибольший платёж составит $0,5 + 4,5 \cdot r/100$ млн рублей, а наименьший платёж составит $0,5 + 0,5 \cdot r/100$ млн рублей.

Получаем $0,5 + 4,5 \cdot r/100 \leq 1,4$, откуда $r \leq 20$, и $0,5 + 0,5 \cdot r/100 \geq 0,6$, откуда $r \geq 20$.
Следовательно, $r = 20$.

Ответ. 20.





Некоторые задачи можно решать, не используя формулы, а ограничившись простым перебором (оформлять который для наглядности лучше с помощью таблицы) или элементарными логическими построениями. Рассмотрим оба этих способа на примере двух аналогичных заданий.

Пример 9. 1 января 2016 года Тарас Павлович взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая—1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 2 процента на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 2%), затем Тарас Павлович переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Тарас Павлович мог взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты не превышали 220 тыс. рублей?

Решение. Ясно, что чем больше месячные выплаты, тем быстрее будет выплачен долг. Значит, срок кредита будет минимален в том случае, когда величина выплаты будет равна 220 тыс. рублей. Составим таблицу, в первом столбце которой будем указывать долг на первое число месяца, а во втором—долг в том же месяце, но уже после выплаты. Для упрощения расчётов будем сохранять только два знака после запятой, представляя суммы долга в тыс. рублей.





Месяц	Долг на первое число месяца (тыс. руб.)	Долг после выплаты (тыс. руб.)
1	1112	902
2	920,04	700,04
3	714,04	494,04
4	503,92	283,92
5	289,60	69,60
6	70,99	0

Заметим, что в последний месяц выплата составит менее 220 тыс. руб. Из таблицы видно, что минимальный срок кредита в условиях задачи составляет 6 месяцев.

Ответ. 6.

Пример 10. 1 января 2016 года Александр Сергеевич взял в банке 1,1 млн рублей в кредит. Схема выплаты кредита следующая—1-го числа каждого следующего месяца банк начисляет 1 процент на оставшуюся сумму долга (т. е. увеличивает долг на 1%), затем Александр Сергеевич переводит в банк платёж. На какое минимальное количество месяцев Александр Сергеевич мог взять кредит, чтобы ежемесячные выплаты не превышали 275 тыс. рублей?

Решение. Заметим, что за 4 месяца Александр Сергеевич выплатит 1,1 млн рублей. Таким образом, он не покроет долг с процентами. Каждый месяц долг увеличивается не более чем на $1\ 100\ 000 \cdot 0,01 = 11\ 000$ рублей. Значит, за пять месяцев Александр Сергеевич должен будет выплатить не более $1\ 100\ 000 + 5 \cdot 11\ 000 = 1\ 155\ 000$ рублей, что менее чем $5 \cdot 275\ 000 = 1\ 375\ 000$ рублей. Таким образом, Александр Сергеевич сможет выплатить кредит за 5 месяцев.

Ответ. 5.





Источники

1. ЕГЭ 2018. Математика. Задачи с экономическим содержанием. Задача 17 (профильный уровень) / Под ред. И. В. Яценко.—М.: МЦНМО, 2018.—208 с.
2. <https://matematikalegko.ru>
3. <http://forumsmile.ru/u/e/2/5/e254945922c4f1013d20ea0624e17a53.png> девочка читает книгу
4. http://s22.postimg.org/igft004a9/0_94205_c1a601b5_XL.png чертежные инструменты
5. http://pandia.ru/text/79/302/images/image005_98.jpg читают книгу девочка и мальчик
6. <http://www.playcast.ru/uploads/2015/06/13/13966223.png> глобус, учебники, звонок
7. <http://150st-mnsc.edusite.ru/images/00696116.png> будильник
8. http://flatik.ru/flax/620/619215/619215_html_569b7b33.jpg девочка измеряет
9. <http://alexandrbykadorov.ru/wp-content/uploads/2013/12/15.jpg> чертежн инструменты 2
10. <http://wallpapers1920.ru/img/picture/Dec/25/093f9009d19ebd9799e9cf8bc3737d24/5.jpg>

