

*Преобразования  
числовых и  
буквенных  
иррациональных  
выражений в  
заданиях ЕГЭ (В7).*

*Работа Гагкаевой В.С. ученицы 11 «Б» кл*

*Руководитель: Мильдзихова И.К. учитель математики*



# Формулы вычисления обыкновенных дробей.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

$$(a - b) \div c = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

# Правила действия со степенями.

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$(a^n)^m = a^{nm}$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$$

# *Правила действия с многочленами.*

$$a \cdot (b + c - k) = ab + ac - ak$$

$$a - b + c - k = a + c - b - k$$

$$a \cdot b \div c \cdot k = a \cdot k \cdot b \div c$$

# Действия с корнями.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{|a|^m}, \text{ если } k \text{ четное}$$

$$\sqrt[nk]{a^{mk}} = \sqrt[n]{a^m}, \text{ если } k \text{ нечетное}$$

# Формулы сокращенного умножения.

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

Дорогие друзья, в рассмотренных ниже примерах я не прописывала каждое отдельное свойство на каждый отдельный шаг (действие). Вам даны рекомендации и указано, что именно нужно использовать. Данные подходы и пути не претендуют на исключительность. Замечательно, если вы найдёте более рациональные пути и методы решения. Процесс решения прописан достаточно подробно для того, чтобы вы могли разобраться. Советую вам распечатать теорию, предоставленную выше или иметь перед собой справочник формул. Просмотра и понимания недостаточно, важна практика. Только она способна закрепить знания в вашей способной голове.



# *Примеры.*





**B7**

$\sqrt{754^2 - 304^2}$  Найдите значение выражения

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\sqrt{754^2 - 304^2} = \sqrt{(754 + 304)(754 - 304)} = \sqrt{1058 \cdot 450}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 529 \cdot 2 \cdot 215} = 23 \cdot 2 \cdot 15 = 690$$

*Ответ: 690*

**B7**

$$\frac{(2\sqrt{3})^3}{10}$$

Найдите значение выражения

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\frac{(2\sqrt{3})^3}{10} = \frac{4 \cdot 3}{10} = \frac{12}{10} = 1,2$$

**Ответ: 1,2**

**B7**

Найдите значение выражения

$$(\sqrt{13} - \sqrt{12})(\sqrt{13} + \sqrt{12})$$

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$$

$$(\sqrt{a})^2 = a$$

$$(\sqrt{13} - \sqrt{12})(\sqrt{13} + \sqrt{12}) = (\sqrt{13})^2 - (\sqrt{12})^2$$

$$= 13 - 12 = 1$$

**Ответ: 1**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{0,6} \cdot \sqrt{1,2}}{\sqrt{0,18}}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

$$\frac{\sqrt{0,6} \cdot \sqrt{1,2}}{\sqrt{0,18}} = \sqrt{\frac{0,6 \cdot 1,2}{0,18}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 12}{18}} = \sqrt{4} = 2$$

**Ответ: 2**

**B7**

$$\left( \sqrt{41\frac{2}{3}} - \sqrt{6\frac{2}{3}} \right) \div \sqrt{\frac{5}{27}}$$

Найдите значение выражения

$$(a - b) \div c = \frac{a}{c} - \frac{b}{c}$$

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

$$\left( \sqrt{41\frac{2}{3}} - \sqrt{6\frac{2}{3}} \right) \div \sqrt{\frac{5}{27}} = \sqrt{\frac{125}{3} \cdot \frac{27}{5}} - \sqrt{\frac{20}{3} \cdot \frac{27}{5}} = \sqrt{225} - \sqrt{36}$$

$$= 15 - 6 = 9$$

**Ответ: 9**

**B7**

$$\frac{{}^{20}\sqrt{7} \cdot {}^5\sqrt{7}}{{}^4\sqrt{7}}$$

Найдите значение выражения

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n : a^m = a^{n-m}$$

$$\frac{{}^{20}\sqrt{7} \cdot {}^5\sqrt{7}}{{}^4\sqrt{7}} = \frac{7^{\frac{1}{20} + \frac{1}{5}}}{7^{\frac{1}{4}}} = \frac{7^{\frac{5}{20}}}{7^{\frac{1}{4}}} = 7^{\frac{1}{4} - \frac{1}{4}} = 1$$

**Ответ: 1**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt[4]{15} \cdot \sqrt[4]{11}}{\sqrt[4]{5}}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[4]{15} \cdot \sqrt[4]{11}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{15 \cdot 11}{5}} = \sqrt[4]{81} = \sqrt[4]{3^4} = 3$$

**Ответ: 3**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2}{8 + \sqrt{55}}$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\frac{(\sqrt{5} + \sqrt{11})^2}{8 + \sqrt{55}} = \frac{5 + 2\sqrt{55} + 11}{8 + \sqrt{55}} = \frac{2(8 + \sqrt{55})}{8 + \sqrt{55}} = 2$$

**Ответ: 2**



**B7**

Найдите значение выражения

$$7 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[12]{27}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$7 \cdot \sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[12]{27} = 7 \cdot 27^{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = 7 \cdot (3^3)^{\frac{1}{3}}$$

$$= 7 \cdot 3 = 21$$

**Ответ: 21**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\sqrt[6]{49} \cdot \sqrt[3]{49}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$\sqrt[6]{49} \cdot \sqrt[3]{49} = 49^{\frac{1}{6} + \frac{1}{3}} = 49^{\frac{1}{2}} = (7^2)^{\frac{1}{2}} = 7$$

**Ответ:**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{10\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} \quad \text{при } x > 0$$

Надо привести дроби к общему знаменателю и применить правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{10\sqrt{x} + 2}{\sqrt{x}} - \frac{2\sqrt{x}}{x} = \frac{10x + 2\sqrt{x} - 2\sqrt{x}}{x} = \frac{10x}{x} = 10$$

**Ответ:**

**B7**

$$\frac{23^{48}\sqrt[48]{m} \cdot \sqrt[16]{m}}{\sqrt[16]{m}}$$

при  $m > 0$ 

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$$

$$\frac{23^{48}\sqrt[48]{m} \cdot \sqrt[16]{m}}{\sqrt[16]{m}} = 23^{48} \sqrt{\frac{m \cdot m^3}{m^4}} = 23^{48} \sqrt{1} = 23$$

**Ответ:**

**B7**

Найдите значение выражения

$$x + \sqrt{x^2 + 16x + 64} \quad \text{при } x \leq -8$$

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

$$x + \sqrt{x^2 + 16x + 64} = x + \sqrt{(x - 8)^2} = x + |x - 8| = x - (x - 8)$$

$$= x - x + 8 = 8$$

**Ответ:**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{4^3 \sqrt{b}}}{\sqrt[18]{b}}$$

при  $b > 0$ 

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\frac{\sqrt{4^3 \sqrt{b}}}{\sqrt[18]{b}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt[3]{\sqrt{b}}}{\sqrt[18]{b}} = \frac{2 \cdot \sqrt[18]{b}}{\sqrt[18]{b}} = 2$$

**Ответ:**

**B7**

$$\frac{12^7 \sqrt[20]{a} - 9^4 \sqrt[85]{a}}{15^5 \sqrt[28]{a}}$$

при  $a > 0$ 

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[nm]{a}$$

$$\frac{12^7 \sqrt[20]{a} - 9^4 \sqrt[85]{a}}{15^5 \sqrt[28]{a}} = \frac{12^{140} \sqrt{a} - 9^{140} \sqrt{a}}{15^{14} \sqrt{a}} = \frac{3^{140} \sqrt{a}}{15^{140} \sqrt{a}} = \frac{1}{5} = 0,2$$

**Ответ:**

**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{\sqrt{m}}{\sqrt[18]{m^9}\sqrt{m}} \text{ при } m = 729$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

**Теорема 5.** Если показатели корня и подкоренного выражения умножить или разделить на одно и то же натуральное число, то значение корня не изменится, т.е.

$$\sqrt[n \cdot k]{a^{k \cdot p}} = \sqrt[n]{a^p}.$$

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{m}}{\sqrt[18]{m^9}\sqrt{m}} &= \frac{\sqrt[18]{m^9}}{\sqrt[18]{m^9}\sqrt[18]{m^2}} = \sqrt[18]{\frac{m^9}{m \cdot m^2}} = \sqrt[18]{m^6} = \sqrt[3]{m} = \sqrt[3]{729} \\ &= 9 \end{aligned}$$

**Ответ:**



**B7**

Найдите значение выражения

$$\frac{10\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x}} + \frac{7\sqrt{x}}{x} - 5x + 6 \quad \text{при } x = 3$$

Надо привести дроби к общему знаменателю и применить правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями.

$$\frac{10\sqrt{x} - 7}{\sqrt{x}} + \frac{7\sqrt{x}}{x} - 5x + 6 = \frac{10x - 7\sqrt{x} + 7\sqrt{x} - 5x + 6}{x}$$

$$= \frac{5x + 6}{x} = \frac{5 \cdot 3 + 6}{3} = \frac{21}{3} = 7$$

**Ответ:**

# *Задания для самопроверки.*



$$\sqrt{50^2 - 48^2} = 14$$

$$8 \cdot \sqrt[3]{64} \cdot \sqrt[5]{64} = 64$$

$$\frac{(4\sqrt{7})^2}{10} = 11,2$$

$$\frac{(\sqrt{18} + \sqrt{8})^2}{13 + \sqrt{144}} = 2$$

$$\frac{\sqrt{2,1} \cdot \sqrt{1,8}}{\sqrt{0,42}} = 30$$

$$(\sqrt{13} - \sqrt{7})(\sqrt{13} + \sqrt{7}) = 6$$

$$\frac{\sqrt[40]{2} \cdot \sqrt[24]{2}}{\sqrt[15]{2}} = 1$$

$$\sqrt[10]{64} \cdot \sqrt[15]{64} = 2$$

$$\left(\sqrt{1\frac{3}{5}} - \sqrt{3\frac{3}{5}}\right) : \sqrt{\frac{2}{125}} = -15$$

$$\frac{\sqrt[5]{8} \cdot \sqrt[5]{8}}{\sqrt[5]{2}} = 32$$



*Многие, которым никогда не представлялось случая более узнать математику, смешивают ее с арифметикой и считают ее наукой сухой. В сущности же эта наука, требующая наиболее фантазии, и один из первых математиков нашего века говорит совершенно верно, что нельзя быть математиком, не будучи в то же время поэтом в душе.*

**С. КОВАЛЕВСКАЯ**

*Благодарю за внимание!  
Учитесь с удовольствием!*

