Синус, косинус, тангенс суммы и разности аргументов

# ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

# ФОРМУЛЫ СЛОЖЕНИЯ

Синус суммы

$$\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$$

Косинус суммы

$$\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$$

# ВЫВОД ФОРМУЛ

Синус разности.

$$\sin(x-y)=\sin(x+(-y))=\sin x\cos(-y)+\cos x\sin(-y)=$$

$$=\sin x\cos y+\cos x(-\sin y)=\sin x\cos y-\cos x\sin y$$

Косинус разности

$$\cos(x-y)=\cos(x+(-y))=\cos x\cos(-y)-\sin x\sin(-y)=$$

$$=\cos x\cos y-\sin x(-\sin y)=\cos x\cos y+\sin x\sin y$$

Тангенс суммы

$$tg(x+y)=\frac{\sin(x+y)}{\cos(x+y)}=\frac{\sin x\cos y+\cos x\sin y}{\cos x\cos y-\sin x\sin y}=\begin{matrix}(:\cos x\cos y, при\\ \cos x\cos y\neq 0)\end{matrix}$$

$$=\frac{\dfrac{\sin x\cos y}{\cos x\cos y}+\dfrac{\cos x\sin y}{\cos x\cos y}}{\dfrac{\cos x\cos y}{\cos x\cos y}-\dfrac{\sin x\sin y}{\cos x\cos y}}=\frac{\dfrac{\sin x}{\cos x}+\dfrac{\sin y}{\cos y}}{1-\dfrac{\sin x}{\cos x}\cdot\dfrac{\sin y}{\cos y}}=\frac{tgx+tgy}{1-tgxtgy}$$

Тангенс разности

$$tg(x-y)=\frac{tgx-tgy}{1+tgxtgy}$$

# ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ФОРМУЛ

1. Вычислить $\sin 75^0$ и $\cos 75^0$

Решение: воспользуемся тем, что

$$75^0 = 45^0 + 30^0$$

$$\sin 75^0 = \sin(45^0 + 30^0) = \sin 45^0 \cos 30^0 + \cos 45^0 \sin 30^0 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

$$\cos 75^0 = \cos(45^0 + 30^0) = \cos 45^0 \cos 30^0 - \sin 45^0 \sin 30^0 =$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} - \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

Ответ:

$$\sin 75^0 = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}, \cos 75^0 = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4}$$

2. Доказать тождество

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

Решение:

$$\sin(\pi + x) = \sin\pi\cos x + \cos\pi\sin x =$$

$$= 0 \cdot \cos x + (-1)\sin x = -\sin x$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

3. Вычислить:

$$\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15} + \cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15}$$

Решение: «свернем» в синус суммы данное выражение

$$\sin\frac{4\pi}{15}\cos\frac{\pi}{15} + \cos\frac{4\pi}{15}\sin\frac{\pi}{15} = \sin(\frac{4\pi}{15} + \frac{\pi}{15}) =$$

$$= \sin\frac{5\pi}{15} = \sin\frac{\pi}{3} = \sin 60^0 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

# УПРАЖНЕНИЯ

1. Представив $105^0$ как сумму $60^0 + 45^0$ вычислите:

$$а)\sin 105^0, \quad б)\cos 105^0, \quad в)tg105^0$$

2. Упростите выражение:

$$а)\sin(\alpha+\beta)-\sin\alpha\cos\beta$$

$$б)\sin(\frac{\pi}{3}+\alpha)-\frac{1}{2}\sin\alpha$$

$$в)\sin\alpha\sin\beta+\cos(\alpha+\beta)$$

$$г)\frac{tg2{,}22+tg0{,}92}{1-tg2{,}22\cdot tg0{,}92}$$

$$д)\cos(\alpha-\beta)-\cos\alpha\cos\beta$$

$$е)\sin(\alpha+\beta)+\sin(\alpha-\beta)$$

$$ж)\cos(\alpha+\frac{\pi}{4})+\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$з)\frac{tg(45^0+\alpha)-tg\alpha}{1+tg(45^0+\alpha)tg\alpha}$$

3. Докажите тождество:

$$а)\sin(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\cos(-\beta)=\sin\beta\cos\alpha$$

$$б)\cos(\alpha+\beta)+\sin(-\alpha)\sin(-\beta)=\cos\alpha\cos\beta$$

$$в)\frac{tg\alpha+tg\beta}{tg(\alpha+\beta)}+\frac{tg\alpha-tg\beta}{tg(\alpha-\beta)}=2$$

4. Найдите значение выражения:

$$а)\cos107^0\cos17^0+\sin107^0\sin17^0$$

$$б)\sin36^0\cos24^0+\cos36^0\sin24^0$$

$$в)\sin5x\cos3x-\cos5x\sin3x$$

$$г)\cos7x\cos4x-\sin7x\sin4x$$

# ДОМАШНЯЯ РАБОТА

1. Вычислите: $\sin 15^0, \cos 15^0, tg15^0$
2. Упростите выражение:

$$а)\cos\frac{5\pi}{8}\cos\frac{3\pi}{8}+\sin\frac{5\pi}{8}\sin\frac{3\pi}{8}$$

$$б)\sin\frac{2\pi}{15}\cos\frac{\pi}{5}+\cos\frac{2\pi}{15}\sin\frac{\pi}{5}$$

$$в)\cos\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4}-\sin\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$$

$$г)\sin\frac{\pi}{12}\cos\frac{\pi}{4}-\cos\frac{\pi}{12}\sin\frac{\pi}{4}$$

# ПРОВЕРОЧНАЯ РАБОТА

Вариант 1 Вариант 2

1. Упростите

$$\sin(\frac{\pi}{3} - x)$$ $$\cos(\frac{\pi}{3} - x)$$

2. Найдите значение выражения

$$\sin 63^0 \cos 27^0 + \cos 63^0 \sin 27^0$$ $$\sin 77^0 \cos 17^0 - \cos 77^0 \sin 17^0$$

$$\cos 125^0 \cos 5^0 + \sin 125^0 \sin 5^0$$ $$\cos 51^0 \cos 21^0 + \sin 51^0 \sin 21^0$$

3. Вычислите $tg(\frac{\pi}{4} - \alpha)$, если

$$tg\alpha = \frac{1}{2}$$ $$tg\alpha = \frac{2}{3}$$