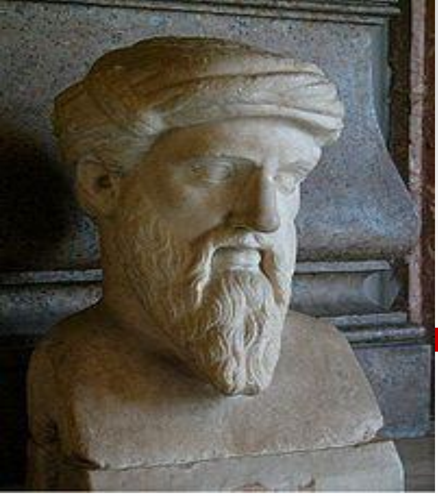
Теорема Пифагора. Некоторые способы ее доказательства.

Выполнил ученик 9 а класса
МБОУ СОШ №156
Абузяров Артем, 2015г.
Учитель:Федорченко М.В.



Пифагор

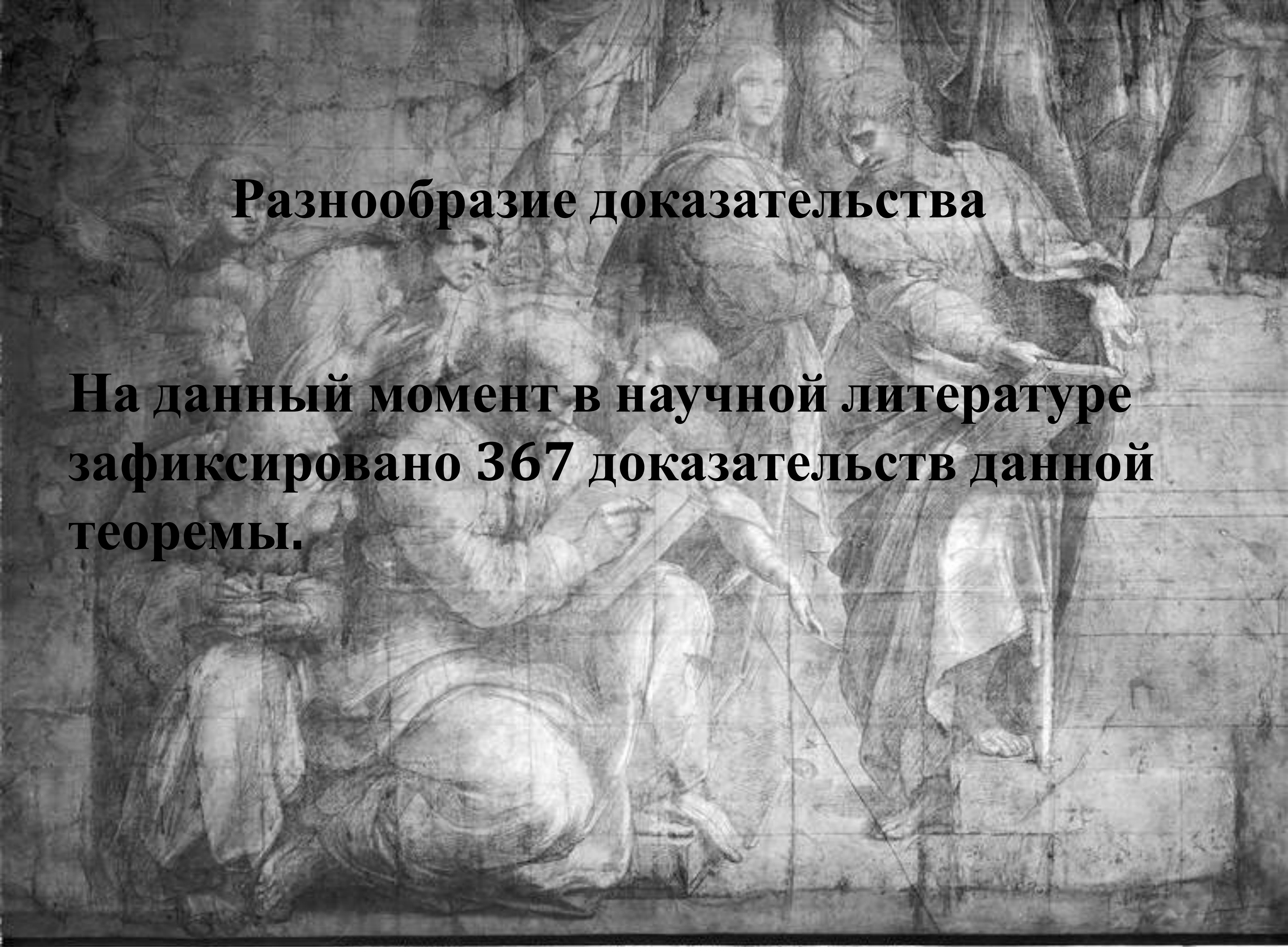
- **Пифагор Самосский** (др.-греч. Πυθαγόρας ὁ Σάμιος, лат. *Pythagoras*; 570-490 гг. до н. э.) — древнегреческий философ и математик, создатель религиозно-философской школы пифагорийцев.
- Историю жизни Пифагора трудно отделить от легенд, представляющих его в качестве совершенного мудреца и великого посвящённого во все таинства греков и варваров. Ещё Геродот называл его «величайшим эллинским мудрецом».
- Основными источниками по жизни и учению Пифагора являются сочинения философа-неоплатоника Ямвлиха (242—306 гг.) «*О Пифагоровой жизни*»; Порфирия (234—305 гг.) «*Жизнь Пифагора*»; Диогена Лаэртского (200—250 гг.) кн. 8, «*Пифагор*». Эти авторы опирались на сочинения более ранних авторов, из которых следует отметить ученика Аристотеля Аристоксена (370—300 гг. до н. э.) родом из Тарента, где сильны были позиции пифагорейцев.
- Таким образом, самые ранние известные источники писали о Пифагоре 200 лет спустя после его смерти. Сам Пифагор не оставил сочинений, и все сведения о нём и его учении основываются на трудах его последователей, не всегда беспристрастных.
- В честь Пифагора назван кратер на Луне.

Теорема Пифагора

- Основным достижением Пифагора и его учеников пифагорийцев, в созданной им школе, считается «Теорема Пифагора»

Разнообразие доказательства

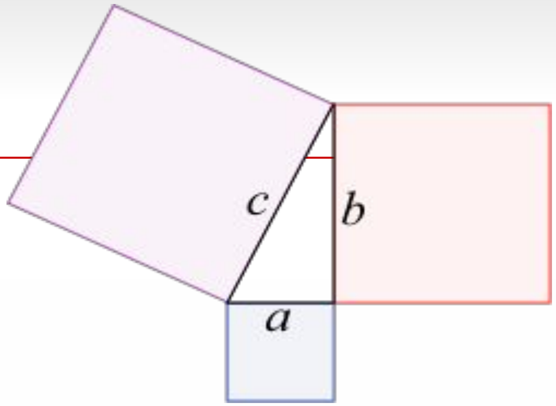
На данный момент в научной литературе зафиксировано 367 доказательств данной теоремы.



6300a. MILANO (Ambrosiana) Cartone della Scuola d'Atene. (Particolare) - Raffaello Sanzio.

Формулировки

Геометрическая формулировка:
Изначально теорема была сформулирована следующим образом:



В прямоугольном треугольнике площадь квадрата, построенного на гипотенузе, равна сумме площадей квадратов, построенных на катетах.

Алгебраическая формулировка:

В прямоугольном треугольнике квадрат длины гипотенузы равен сумме квадратов длин катетов.

То есть, обозначив длину гипотенузы треугольника через c, а длины катетов через a и b:

$a^2 + b^2 = c^2$

Обе формулировки теоремы эквивалентны, но вторая формулировка более элементарна, она не требует понятия площади. То есть второе утверждение можно проверить, ничего не зная о площади и измерив только длины сторон прямоугольного треугольника.

Обратная теорема Пифагора:

Для всякой тройки положительных чисел a, b и c, такой, что $a^2 + b^2 = c^2$, существует прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c.

Доказательство через подобные треугольники

- Следующее доказательство алгебраической формулировки — наиболее простое из доказательств, строящихся напрямую из аксиом. В частности, оно не использует понятие площади фигуры.
- Пусть *ABC* есть прямоугольный треугольник с прямым углом *C*. Проведём высоту из *C* и обозначим её основание через *H*. Треугольник *ACH* подобен треугольнику *ABC* по двум углам. Аналогично, треугольник *CBH* подобен *ABC*. Введя обозначения

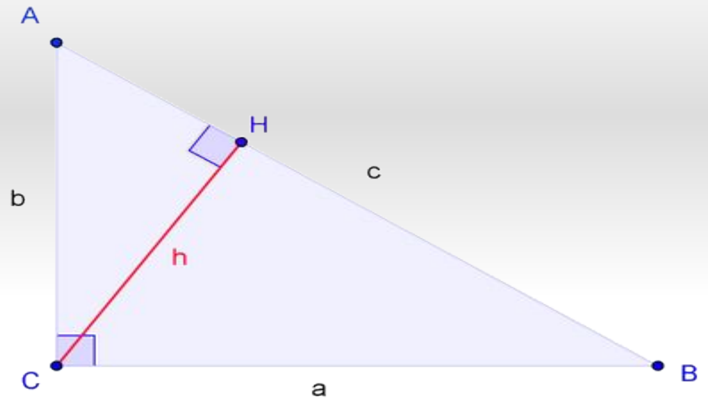
$$|BC| = a, |AC| = b, |AB| = c$$

$$\frac{a}{c} = \frac{|HB|}{a}; \frac{b}{c} = \frac{|AH|}{b}.$$

$$a^2 = c \cdot |HB|; b^2 = c \cdot |AH|.$$

$$a^2 + b^2 = c \cdot (|HB| + |AH|) = c^2.$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



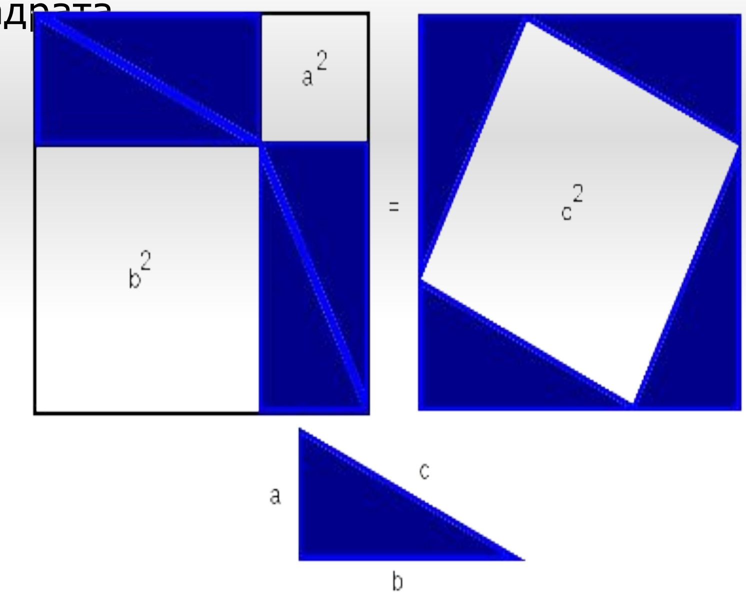
Доказательство через равнодополняемость

- Расположим четыре равных прямоугольных треугольника так, как показано на рисунке 1.
- Четырёхугольник со сторонами *c* является квадратом, так как сумма двух острых углов 90°, а развёрнутый угол — 180°.
- Площадь всей фигуры равна, с одной стороны, площади квадрата со стороной (a+b), а с другой стороны, сумме площадей четырёх треугольников и площади внутреннего квадрата.

$$(a+b)^2 = 4 \cdot \frac{ab}{2} + c^2;$$

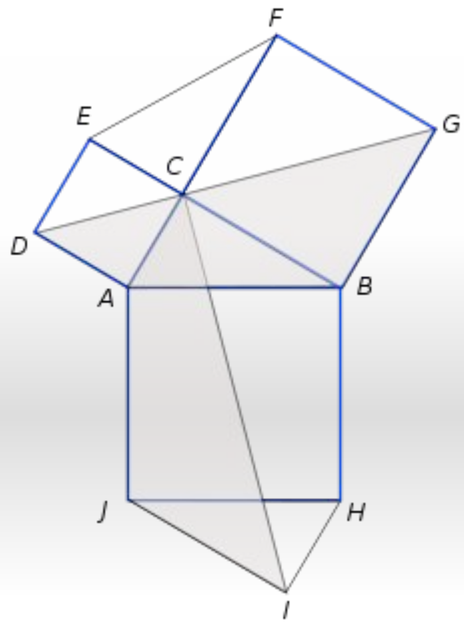
$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2;$$

$$c^2 = a^2 + b^2;$$

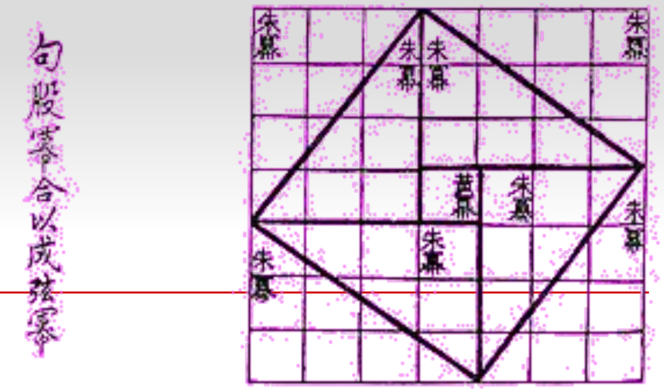


Доказательство Леонардо Да Винчи

- Главные элементы доказательства — симметрия и движение.
- Рассмотрим чертёж, как видно из симметрии, отрезок *CI* рассекает квадрат *ABHJ* на две одинаковые части (так как треугольники *ABC* и *JHI* равны по построению). Пользуясь поворотом на 90 градусов против часовой стрелки, мы усматриваем равенство заштрихованных фигур *CAJI* и *GDAB*. Теперь ясно, что площадь заштрихованной нами фигуры равна сумме половин площадей квадратов, построенных на катетах, и площади исходного треугольника. С другой стороны, она равна половине площади квадрата, построенного на гипотенузе, плюс площадь исходного треугольника. Последний шаг в доказательстве предоставляется читателю.



История



- В древнекитайской книге Чу-Пей говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: В этой же книге предложен рисунок, который совпадает с одним из чертежей индусской геометрии Басхары.
- Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство 3 ² + 4 ² = 5² было известно уже египтянам ещё около 2300 г. до н. э., во времена царя Аменхотепа
- а I (согласно папирусу 6619 Берлинского музея). По мнению Кантора гарпедонапты, или "натягиватели верёвок", строили прямые углы при помощи прямоугольных треугольников со сторонами 3, 4 и 5.
- Очень легко можно воспроизвести их способ построения. Возьмём верёвку длиною в 12 м. и привяжем к ней по цветной полоске на расстоянии 3м. от одного конца и 4 метра от другого. Прямой угол окажется заключённым между сторонами длиной в 3 и 4 метра. Гарпедонаптам можно было бы возразить, что их способ построения становиться излишним, если воспользоваться, например, деревянным угольником, применяемым всеми плотниками. И действительно, известны египетские рисунки, на которых встречается такой инструмент, например рисунки, изображающие столярную мастерскую.
- Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммурапи, т. е. к 2000 г. до н. э., приводится приближённое вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой-на критическом изучении греческих источников, Ван-Дер-Варден (голландский математик) сделал следующий вывод:
- Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около 18 века до н. э.